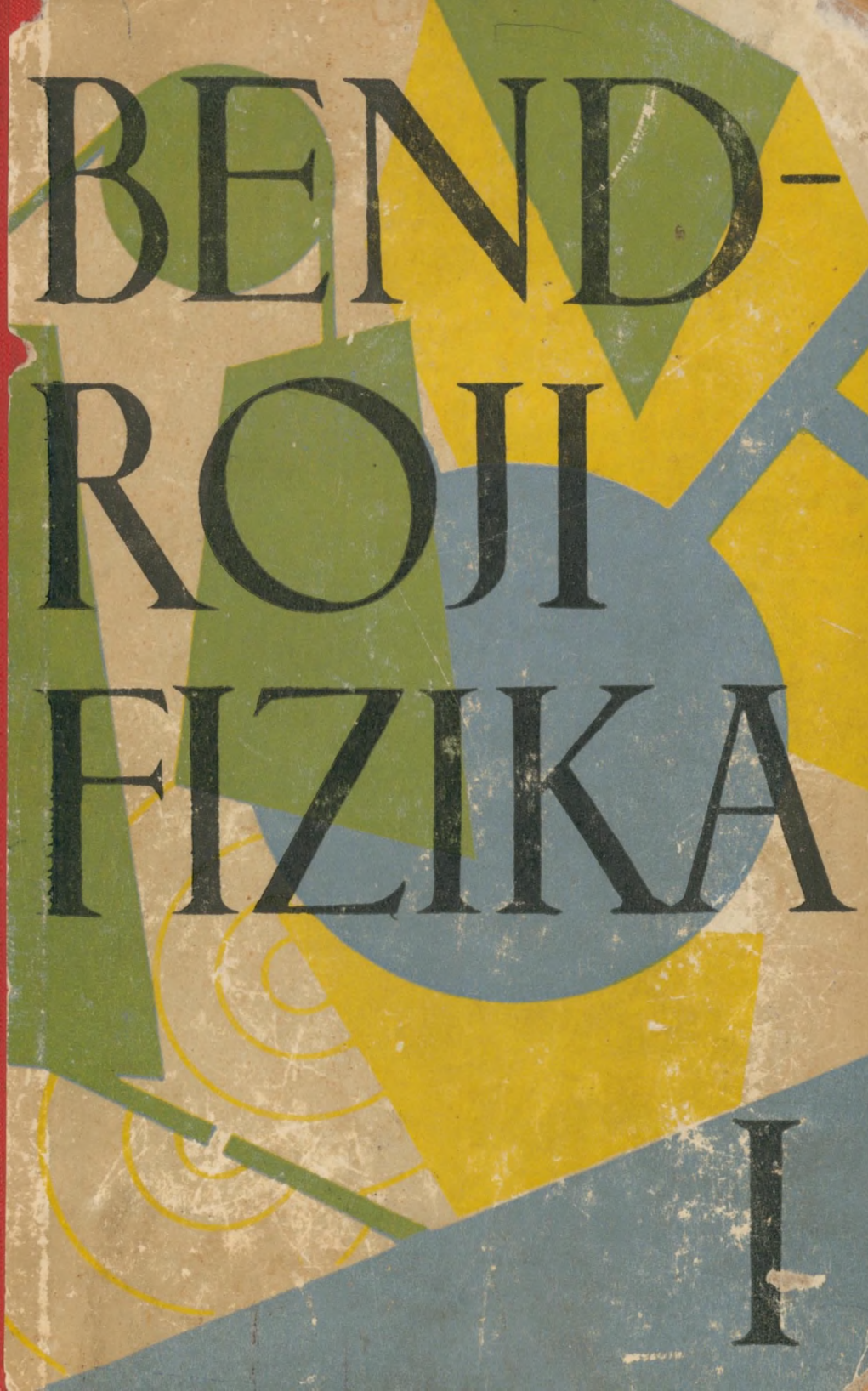




BEND- ROJI FIZIKA

I

P. BRAZDŽIŪNAS

BENDROJI FIZIKA

I DALIS

MECHANIKA IR MOLEKULINĖ FIZIKA

VALSTYBINĖ

POLITINĖS IR MOKSLINĖS LITERATŪROS LEIDYKLA

VILNIUS—1960

PRATARMĖ

Fizikos literatūra lietuvių kalba nėra gausi; bet ypatingai jos trūksta besimokantiems aukštosiose mokyklose studentams. Siekiant bent iš dalies pašalinti šį trūkumą, ruošiama bendrosios fizikos knyga. Ji visų pirma yra skiriama studijuojantiems fiziką universitete ir pedagoginiame institute. Bet ją galės pasinaudoti ir kitų (chemijos bei technikos) specialybių besimokantieji fizikos studentai. Ji bus naudinga ir viduriniųjų mokyklų fizikos mokytojams. Bendrosios fizikos medžiaga yra parinkta, prisilaikant aukštųjų mokyklų programų; bet kad jos apimtis per daug neišsiplėstų, suglaustai išdėstyti tik pagrindiniai fizikos klausimai. Sudėtingesniuose išvedžiojimuose naudojamos aukštosios matematikos ir vektorinės algebros pagrindiniais skaičiavimo metodais. Knygoje medžiaga išdėstoma taip, kad ne fizikos specialybės studentai gali išleisti neįsivaizduojamus į jų programas paragrafus.

Patiekiamoje čia «Bendrosios fizikos» I dalyje nagrinėjami mechanikos ir molekulinės fizikos klausimai. Aiškinant šiuos klausimus, stengiamasi visada pirmon eilėn iškelti bandymą; bet prisimenant tai, kad šios knygos skaitytojai mato demonstracijas fizikos paskaitose, patys bandymai smulkiai neaprašomi.

Knygos pabaigoje duota visa eilė uždavinių, būdingų atskiruose skyriuose išeitai medžiagai. Kartu nurodyti ir jų sprendimo būdai. Jie padės įsisavinti medžiagą besimokantiems fiziką neakivaizdiniu būdu.

Sunku rasti knygą, kurioje nebūtų trūkumų. Jų pasitaikys ir šioje knygoje. Apie pastebėtus jos trūkumus maloniai prašysiu man pranešti, už ką iš anksto dėkoju.

Nuoširdžiai dėkoju šios knygos recenzentui prof. A. Puodžiukynui už labai vertingus patarimus bei pastabas, jos redaktoriui A. Petraičiui, pašalinusiam visą eilę defektų, ir P. Breivei, padėjusiam sutvarkyti šios knygos paveikslus.

Autorius

I SKYRIUS

FIZIKOS TURINYS IR METODAI

§ 1 FIZIKA IR GAMTOS MOKSLAI

Fiziką sudaro mokslas apie mus supančio išorinio pasaulio paprasčiausius ir bendriausius reiškinius ir jų dėsningumus. Žodis «fizika» yra kilęs iš graikiško žodžio φύσις — gamta; taigi, fizika yra mokslas apie gamtą. Ir tikrai, fizika tiria gamtos reiškinius, daugiau arba mažiau paliesdama visas tas mokslo sritis, kurios paprastai vadinamos gamtos mokslais. Mokslas apie gamtą paprastai skirstomas atskiromis sritimis, atskirais gamtos mokslais. Šį paskirstymą sukėlė daugiausiai gamtos mokslų vystymasis. Atskiri gamtos mokslai išsivystė ne vienu laiku. Astronomija ir geografija klestėjo jau senovėje. Fizika išsivystė tik naujaisiais laikais: eksperimentinės fizikos mokslo pradžia, jei neminėsime atskirų senovėje iškeltų minčių ir idėjų, reikia laikyti Galilėjaus (1654—1742) laikus. Kai XVIII šimtetyje fizika gyveno tik vaikystę, chemija tuo laiku jau buvo išgyvenusi svarbesnius savo vystymosi tarpsnius. Atskirų gamtos mokslų nevienodas vystymosi greitis ilgai slėpė glaudų ryšį tarp jų; šis ryšys tėra išaiškėjęs tik pastaraisiais laikais.

Jei ir šiandien mokslas apie gamtą skirstomas į atskirus gamtos mokslus, tai tas daroma grynai praktiniais sumetimais. Gamtos mokslai yra tiek išsiplėtę, kad vienas asmuo nebepajėgtų pažinti juos visus. Be to, atskiruose gamtos moksluose naudojami skirtingi tiriamojo darbo metodai taip pat skatina palikti tokį suskirstymą. Atskirus gamtos mokslus šiandien skiria ne tiek tyrimo objektas, kiek naudojamas tyrimui metodas. Pastarasis yra svarbiausias bet kurio gamtos mokslo požymis. Vaizdžiu pavyzdžiu gali būti naujosios fizikos vystymasis. Dar šio šimtmečio pradžioje atomų bei molekulių savybes tyrinėjo tikrai

chemija; bet dabartiniu laiku tų savybių tyrimas pasidarė svarbiausiu naujosios fizikos uždaviniu, nes tos savybės pradėta tirti fizikiniais metodais.

Pagal naudojamą gamtos moksluose tyrimo būdą juos galima paskirstyti į dvi grupes. Seniausias tyrimo būdas remiasi vykstančių pačioje gamtoje reiškinių stebėjimu, stebėtojai visai nesikišant į juos.

Vėliau pradėta tiriamieji reiškiniai sudaryti dirbtiniu būdu ir stebėti jų eigos dėsningumą. Šis tyrimo būdas paremtas eksperimentu ir atliekamas laboratorijoje.

Eksperimentinis tyrimo būdas patogesnis už observacinį. Gamtoje vykstantieji reiškiniai dažnai yra labai sudėtingi ir priklauso nuo daugelio įvairių, kartais sunkiai sukontroliuojamų, veiksnių; todėl reiškinių dėsningumas ne visuomet aiškiai ryškėja. O eksperimentas paprastai taip atliekamas, kad kuo mažiau pasireikštų nepageidaujamų veiksnių įtaka.

✓ § 2 FIZIKOS HIPOTEZĖ, DĖSNIS IR TEORIJA

Fizika nesitenkina tik eksperimentų paruošimu ir jų eigos stebėjimu, bet stengiasi susekti ryšį tarp įvairių gamtos reiškiniuose pasireiškiančių fizikinių dydžių; eksperimentai kaip tik ir padeda tą ryšį išaiškinti.

Kad iškeltų aikštėn to ryšio esmę ir išreikštų jį matematiškai paprastesne forma, fizika dažnai pasinaudoja fizikinėmis *abstrakcijomis*, idealizuodama stebimuosius reiškinius. Pvz., fizika teigia, kad visi fiziniai kūnai yra tįsūs, turi tam tikrą tūrį; mechanikoje, nagrinėjant kūnų judėjimą, paprastai tiriamas materialaus taško, t. y. be galo mažo tūrio ir masės kūno, judėjimas; tokio kūno iš tikrųjų neturime, bet šia sąvoka naudojames, nes tik tokio taško vieta erdvėje bus nusakyta vienreikšmiai. Ir idealių dujų, idealios kristalinės gardelės ir kt. sąvokos yra tik fizikinės abstrakcijos, naudojamos, iškeliant dėsningumus. Fizikinės abstrakcijos žymiai palengvina reiškinių aiškinimą bei dėsningumų ieškojimą.

Bet kurio eksperimento tikslas yra išmatuoti kai kuriuos fizikinius dydžius, pvz., ilgį, laiką, temperatūrą, svorį ir t. t., ir nustatyti tarp jų ryšį. Šiam ryšiui surasti dažniausiai neužtenka vieno eksperimento, bet tenka atlikti visą eilę stebėjimų, keičiant tyrimo sąlygas. Pvz., nustatant kūnų laisvojo kritimo dėsnius,

tenka stebėti kūno nueitą kelią per skirtingą laiką. Tyrimo išdavoje turime dvi (arba ir daugiau) tarp savęs susietų skaičių eiles, pvz., kelio ir laiko reikšmes. Nustatę tinkantį visai matavimų eilei matematinį ryšį tarp šių susietų dydžių, išvedame *fizikos dėsni*. Kūnų kritimo atveju laisvai krintančio kūno kelias s yra proporcingas laiko t kvadratui. Dėsni išreiškiame matematine formule: $s=at^2$, čia a yra proporcingumo koeficientas, kurio fizikinė prasmė išaiškėja iš tyrimo, o jo skaitinė reikšmė išskaičiuojama iš formulės. Arba tyrimai rodo, kad, esant pastoviai temperatūrai, dujų tūris V yra atvirkščiai proporcingas slėgimui p . Šį dėsni išreiškiame tokia formule: $pV=const$. Konstantos skaitinė reikšmė priklauso nuo paimtųjų dujų masės bei pradinio jų slėgimo. Bet kurį fizikos dėsni galime išreikšti matematinėmis lygtimis, ir toks išreiškimas paprastai yra trumpiausias ir aiškiausias.

Kol stebimas, o kartais tik numatomas ryšys tarp fizikinių dydžių nėra visapusiškai ištirtas bei daugelio eksperimentų patvirtintas, laikome jį hipotetiniu; tada turime *fizikos hipotezę*. Tolimesni tyrimai gali hipotezę patvirtinti, tada ji virsta fizikos dėsniu, arba gali ją paneigti, tuomet ji atmetama, pakeičiama kita, atitinkančia tyrimo duomenis — praktiką.

Plečiantis mokslinių žinių taikymui praktikoje, iškilo reikalas šias žinias panaudoti reiškiniams nusakyti, to bei kito veikimo pasekmėms išskaičiuoti ir pan. Tai paskatino turimus pavienius empirinius dėsnius apibendrinti, sujungiant juos į platesnę jais pagrįstą teoriją. Bet teorija ne tik apibendrina jau eksperimento nustatytus smulkesnius dėsningumus, bet iškelia ir naujus, dar nesusektus ir eksperimentiškai nenagrinėtus faktus, tuo būdu nurodydama tolimesniam eksperimentiniam tyrimui kryptį. Tokie teoriniai dėsningumų suradimai dažnai padeda atrasti visiškai naujus reiškinius, kuriuos vien tik eksperimentu sunku aptikti.

Fizikos mokslui vystantis, kaupiantis vis naujiems eksperimentiniams faktams, platesnei ir gilesnei patirčiai, turimos fizikos teorijos išplečiamos ir apibendrinamos. Senosios teorijos pasidaro tik atskirais naujųjų teorijų atvejais; pvz., klasikinė (Niutono) mechanika, reliatyvistinė mechaniką išvysčius, yra tik pastarosios atskiras atvejis ir tinka tik tada, kai judančių kūnų greičiai yra labai maži, palyginus su šviesos sklaidimo greičiu vakuume.

§ 3. FIZIKOS RYŠYS SU PRAKTIKA

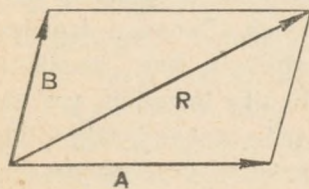
Fizika, aiškindama bendriausius ir paprasčiausius mus supančio pasaulio reiškinius, iškilo iš praktikos ir skirta praktikos reikalams, kaip žmonijos ilgalaikio stebėjimo bei patyrimo apibendrinimo išdava. Daug fizikos pagrindinių sąvokų, pvz., erdvės, laiko, ilgio ir kt., atėjo į fizikos mokslą iš kasdienio gyvenimo ir jos turėjo įtakos visam mokslo pobūdžiui.

Fizikos mokslo nagrinėjamų reiškinių bei dėsnių bendrumas jau iš seno rišo fiziką su filosofija, ir šis ryšys tęsiasi tūkstančius metų. Fizika ir filosofija neatsiejamai yra persipynusios įžymiųjų fizikų (Galilėjaus, Dekarto, Niutono, Lomonosovo ir kt.) mokslinėje veikloje.

Iš antros pusės, dėl fizikos turinio didelio bendrumo ir apimties platumo fizika visada turėjo didelę įtaką žmogaus praktinei veiklai. Tarp kitų gamtos mokslų fizika užima ypatingą vietą gamybinių jėgų išvystymo darbe. Fizika buvo ir pasilieka visos technikos pagrindu. Pvz., tik pažinus šiluminius reiškinius, tegalima buvo sukurti šilumines mašinas; arba tik ištyrus atomo struktūrą bei jos kitimo dėsningumus, tegalima buvo atominę energiją panaudoti praktikoje. Fizikos mokslo atsiekimai ir jo lygis ilgam laikui nustato naudojamus liaudies ūkyje energijos šaltinius ir bendrą energetinės technikos lygį.

§ 4. SKALIARAI IR VEKTORIAI

Vienus fizikinius dydžius, pvz., masę, tūrį, temperatūrą ir kt., vienareikšmiai nusakome, nurodydami jų skaitinę reikšmę ir vienetus. Šios rūšies dydžius vadiname *skaliarais*. Kitiems dydžiams, pvz., greičiui, greitėjimui, jėgai ir kt., nusakyti neužtenka pažymėti jų skaitinę reikšmę, bet reikia nurodyti ir jų kryptį erdvėje. Tokie dydžiai vadinami *vektoriais*. Vektorinį dydį — vektorių vaiz-

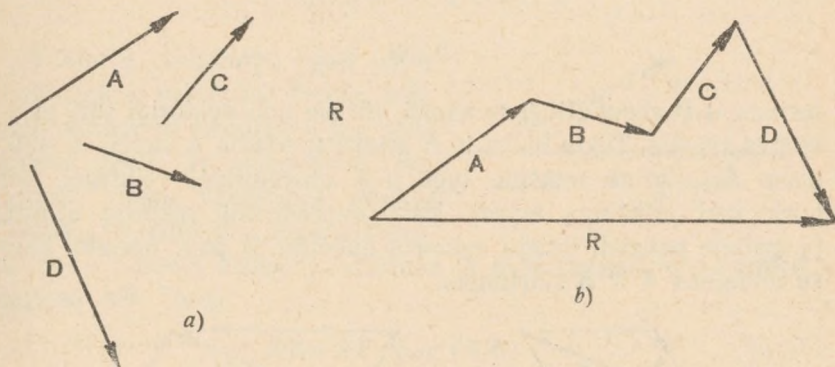


1 pav.

duojame atkarpa, kurios ilgis proporcingas vektoriaus skaitinei reikšmei, o kryptis lygiagreti jo kryptčiai. Vektorius žymime juodu šriftu išspausdintomis raidėmis. Kiekvienam vektoriui priskiriame skaliarą, kurio skaitinė reikšmė lygi vektoriaus skaitinei

reikšmei. Šį skaliarą vadiname *vektoriaus absoliutine reikšme*, arba *moduliu*, jį žymime tokia pat, bet išspausdinta kursyvinio šrifto, raide.

Vektorių **A** ir **B** lygybė $\mathbf{A}=\mathbf{B}$ nurodo, kad jų moduliai yra lygūs ir jų kryptys lygiagrečios, taigi, kad $A=B$. Pastaroji modulių lygybė ($A=B$) dar nenurodo, kad $\mathbf{A}=\mathbf{B}$.



2 pav.

Vektorinius dydžius sudedame, taikydami vektorinės sudėties taisykles. Jei reikia sudėti **A** ir **B**, sudarome lygiagrečią (1 pav.); jo įstrižainė ir vaizduoja **A** ir **B** sumą **R**:

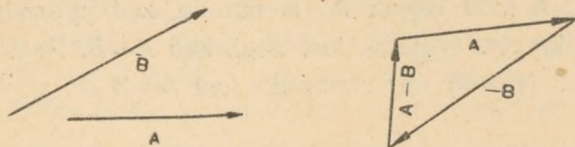
$$\mathbf{R}=\mathbf{A}+\mathbf{B}. \quad (4,1)$$

Kai reikia sudėti 3 ir daugiau vektorių, pvz., **A**, **B**, **C**, **D** (2 pav., a), sudarome vektorių daugiakampį: **A** vektoriaus gale išvedame **B** (2 pav., b), o šio gale — **C** ir pagaliau **D**, ir **A** vektoriaus pradžią sujungiame su **D** vektoriaus galu. Uždaranti daugiakampį atkarpa ir vaizduoja tų visų vektorių atstojamąjį vektorių **R**:

$$\mathbf{R}=\mathbf{A}+\mathbf{B}+\mathbf{C}+\mathbf{D}. \quad (4,1a)$$

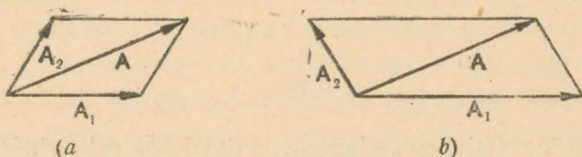
Kai visi dedamieji vektoriai guli vienoje tiesėje, tik ne vienon pusėn nukreipti, tai tokiems vektoriams sudėti taikome algebrinę sudėtį: sudedame jų absoliutines reikšmes, priskirdami priešingų krypčių vektorių reikšmėms skirtingus ženklus.

Vektorių sudėčiai atvirkščias veiksmas yra vektorių atimtis. Dviejų vektorių A ir B skirtumą žymime $A - B$. Bet $A - B = A + (-B)$. Vektoriaus $-B$ absoliutinė reikšmė yra lygi vek-



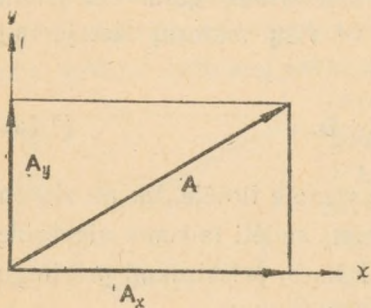
3 pav.

toriaus $+B$ absoliutinei reikšmei, tik šie abu vektoriai turi priešingas kryptis. Tokiu būdu, iš A atimti B reiškia A sudėti su $-B$, kurio absoliutinė reikšmė lygi $+B$ absoliutinei reikšmei, bet kuris turi priešingą kryptį. Taip suprasdami vektorių atimtį, ją galime pakeisti dviejų vektorių sudėtim. 3 pav. parodo, kaip surandamas A ir B skirtumas.

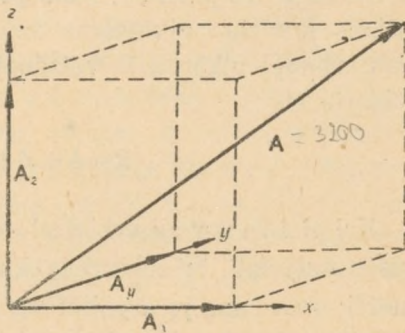


4 pav.

Bet kurį vektorių galime išskaidyti į dvi ir daugiau dedamųjų, tik turi būti nurodytos skaidymo kryptys, nes vektorius galime išskaidyti į įvairių krypčių dedamąsias. Dedamųjų dydis priklauso nuo skaidymo krypties (4 pav., a ir b). Vektorius dažniausiai skaidome į dedamąsias, lygiagrečias stačiakampių koordinatinių ašims plokštumoje (5 pav.) arba erdvėje (6 pav.).



5 pav.



6 pav.

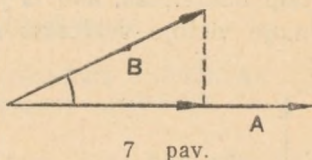
Kai vektoriaus A dedamosios, lygiagrečios stačiakampių koordinačių ašims, yra A_x , A_y ir A_z , tai

$$A = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}, \quad (4,2)$$

čia $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ ir $\mathbf{k}$ yra vienetiniai vektoriai koordinačių ašių kryptimis, ir

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}.$$

Vektorių sandauga gali būti skaliarinė ir vektorinė. Dviejų vektorių skaliarinė sandauga yra skaliarinis dydis. Jį surandame, padauginę vieno vektoriaus modulį (7 pav.) iš antrojo vektoriaus projekcijos į pirmąjį vektorių reikšmės. A ir B skaliarinę sandaugą žymime AB . Taigi



$$AB = AB \cdot \cos (A, B), \quad (4,3)$$

čia (A, B) žymi kampą, kurį sudaro dauginamųjų vektorių kryptys. Kai šis kampas yra smailus, skaliarinė sandauga yra teigiama, o kai bukas — neigiama. Kai kuriais atvejais skaliarinė sandauga išreiškiama labai paprastai. Kai dauginamieji vektoriai statmeni vienas antram, $A \perp B$, tai $AB=0$, o kai jie lygiagretūs, $A \parallel B$, tai $AB=AB$. Dviejų vektorių skaliarinė sandauga skiriasi nuo dviejų skaičių sandaugos. Pastaroji lygi nuliui tik tada, kai vienas iš dauginamųjų lygus nuliui. O skaliarinė sandauga yra lygi nuliui ir tada, kai $\cos (A, B)$ lygus nuliui. Vienetinių vektorių skaliarinės sandaugos yra:

$$ij = jk = ki = 0$$

ir

$$ii = jj = kk = 1.$$

To paties vektoriaus skaliarinė sandauga lygi jo modulio ant-
rajam laipsniui; $AA=A^2$. Išreikšime dviejų vektorių A ir B skaliarinę sandaugą dedamosiomis:

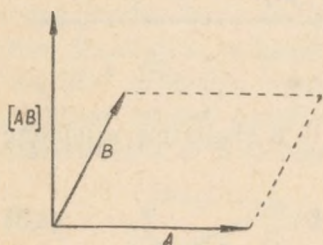
$$\begin{aligned} AB &= (A_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}) (B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k}) = \\ &= A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z, \end{aligned} \quad (4,4)$$

nes skirtingų žymių vektorių dedamosios yra statmenos viena kitai, o tų pačių žymių — lygiagrečios.

Dviejų vektorių $\mathbf{A}$ ir $\mathbf{B}$ vektorinė sandauga yra vektorius. Jis žymimas $[\mathbf{AB}]$. Sandaugos modulis yra lygus $\mathbf{A}$ ir $\mathbf{B}$ vektorių sudaryto lygiagretainio ploto skaitinei reikšmei (8 pav.):

$$|[\mathbf{AB}]| = AB \cdot \sin(\mathbf{A}, \mathbf{B}). \quad (4,5)$$

Vektorius $[\mathbf{AB}]$ yra statmenas minėto lygiagretainio plokštumai ir taip nukreiptas, kad iš jo viršūnės žiūrint, stovįs sandaugoje pirmoje vietoje vektorius $\mathbf{A}$, sukamas priešinga laikrodžio rodyklės sukimosi kryptim, trumpiau-



8 pav.

siau keliu pasisuktų į esančio antroje vietoje vektoriaus $\mathbf{B}$ padėtį, kai abu dauginamieji vektoriai išvesti iš bendro taško. Vektorinės $\mathbf{A}$ ir $\mathbf{B}$ sandaugos absoliutinė reikšmė yra lygi $AB \cdot \sin(\mathbf{A}, \mathbf{B})$. Be to, jos nusakymas rodo, kad, dauginamuosius sukeitus vietomis, pakinta vektorinės sandaugos kryptis, taigi, $[\mathbf{AB}] = -[\mathbf{BA}]$.

Kai dauginamieji vektoriai yra statmeni vienas kitam ($\mathbf{A} \perp \mathbf{B}$), tai jų vektorinės sandaugos absoliutinė reikšmė yra lygi dauginamųjų vektorių absoliutinių reikšmių sandaugai, nes tuomet $\sin(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = 1$; o kai jie yra lygiagretūs ($\mathbf{A} \parallel \mathbf{B}$), tai jų sandauga lygi nuliui, $[\mathbf{AB}] = 0$. Ir apskritai, jei vektorinė sandauga lygi nuliui, tai dauginamieji vektoriai yra vienodos krypties.

II SKYRIUS

KINEMATIKOS PAGRINDAI

✓ § 5. MATERIJOS JUDEJIMAS. MECHANINIS JUDEJIMAS. TRUMPA MECHANIKOS VYSTYMO SI APZVALGA

Gamtoje vyksta nuolatinis judėjimas. Nors daugelis daiktų ant Žemės yra ramybėje, tačiau jie nejuda tik Žemės paviršiaus atžvilgiu. Jeigu mes juos sektume iš Saulės arba kurios kitos planetos, tai aiškiai pastebėtume juos judant kartu su Žeme, kuri sukasi aplink savo ašį ir skrieja aplink Saulę. Pagaliau ir pati Saulės sistema nėra nejudama, bet skrieja erdvėje tam tikra kryptim. Taigi, mūsų stebimoji kūnų ramybė nėra jų visiška, arba *absoliutinė*, bet tik santykinė, arba *reliatyvinė*, ramybė. Pagaliau, jeigu iš mūsų makro-pasaulio mes pajėgtume persikelti į mikro-pasaulį, tai ir ten pastebėtume nepaliaujamą judėjimą. Bet kuriame kūne vyksta nuolatinis dalelių, iš kurių kūnas sudėtas, judėjimas. Taip, kieto kūno atomai arba jonai visą laiką svyruoja, o pačiame atome aplink branduolį nepaliaujamai skrieja elektronai. Apskritai, judėjimas yra materijos pagrindinė savybė, jos būties forma.

Nėra materijos be judėjimo ir judėjimo be materijos, kaip nėra materijos ne erdvėje.

Judėjimas pasireiškia gamtos procesuose įvairiomis formomis, pradedant paprasčiausiu — *mechaniniu judėjimu*; jau žymiai sudėtingesnis yra *fizinis, cheminis, biologinis* ir ypatingai sudėtingas *visuomeninis judėjimas*. Apskritai, judėjimas yra nepaliaujamas keitimasis bei nuolatinis vystymasis; čia glūdi jo gili prasmė.

Fizikoje nagrinėjame fizinį judėjimą, kuris pasireiškia įvairiomis formomis. Fizinis judėjimas yra *mechaninis, molekulinis, elektrinis, magnetinis, elektromagnetinis* ir t. t. judėjimas. Iš visų fizikinių judėjimų paprasčiausias yra mechaninis judėjimas, kuris

Kan

nagrinėjamas mechanikoje. Mechaninis judėjimas yra materialaus kūno arba jo dalių vietos pakeitimas erdvėje.

Mechanika tiria kūnų mechaninio judėjimo ir susijusios su juo kūnų savitarpio sąveikos bendrus dėsningumus. Tirdama materialių kūnų mechaninį judėjimą, mechanika naudoja tokiais abstrakcijomis: a) *materialus* taškas — be galo mažo tūrio, bet baigtinės masės kūnas; b) absoliučiai kietas kūnas — sąjama materialių taškų, nuotoliai tarp kurių nesikeičia; absoliučiai kietas kūnas nesideformuoja arba jo deformacija tiek maža, kad galime jos neskaityti; c) *ištisa aplinka*; tokios aplinkos elementariniai tūriai gali keisti savitarpį išsidėstymą. Kietieji kūnai, skysčiai bei dujos sudaro ištisas aplinkas.

Atitinkamai mechaniką skirstoma į šias dalis: 1) *materialaus taško* bei *jų sistemos mechaniką*, 2) *kietų kūnų mechaniką* ir 3) *ištisų aplinkų mechaniką*; pastaroji skirstoma į *elastingumo teoriją*, *hidromechaniką*, *aeromechaniką* ir kt. Be to, kiekvienoje mechanikos dalyje išskiriame šiuos skyrius: *statiką*, *kinematiką* ir *dinamiką*. Statikoje tiriamos kūnų pusiausvyros sąlygos; kinematikoje nagrinėjamas kūnų mechaninis judėjimas, visai neatsižvelgiant į jų savitarpinę sąveiką, sukeliančią vienkį arba kitokį jų judėjimą; o dinamikoje nagrinėjamas ryšys tarp kūnų mechaninio judėjimo pobūdžio ir sukeliančios tą judėjimą jų sąveikos — jėgų.

Mechanikos, kaip ir visų kitų gamtos mokslų, vystymasis glaudžiai siejasi su gamybinių jėgų, bendrai visuomenės, išsivystymu. Mechanikos vystymąsi galime suskirstyti į kelis atskirus, besiskiriančius savo problemomis bei jų sprendimo metodais laikotarpius.

Pirmuosius mechanikos srityje eksperimentinius tyrimus jau atliko Leonardas da-Vinčis (1452—1519); jis stebėjo svarių kūnų kritimą. Bet mechanikos pradininku laikomas G. Galilėjus (1564—1642), kuris nuodugniai ištyrė kūnų kritimą tuštumoje ir susekė jo dėsnius, išklė inercijos ir reliatyvumo principus. Jo pasekėjas mechanikos srityje Ch. Huigensas (1629—1695) ištyrė kreivaeigį judėjimą, svyrųoklės svyravimo bei rutulių smūgių dėsningumus, įvedė į fiziką įcentrinių ir išcentrinių jėgų, inercijos momento sąvokas.

Pagrindinius dinamikos dėsnius suformulavo I. Niutonas (1643—1727), apibendrindamas jėgos sąvoką. Remdamasis savo

ir pirmtakų tyrimų išvadomis, jis numatė net visu šimtmečiu pir-
myn mechanikos vystymosi kelių.

XVIII šimtetyje mechanikos išsivystymui didelę reikšmę
turėjo Lomonosovo, Eilerio, Lagranžo, Dalamberto ir kitų moks-
lininkų darbai.

M. Lomonosovas (1711—1765) vienas iš pirmųjų suformula-
vo dujų kinetinės teorijos ir šilumos sklaidimo pagrindinius dės-
nius. Suprasdamas didelę mechanikos reikšmę fizikai, gamtos
mokslams ir filosofijai, Lomonosovas materialistiškai aiškina kū-
nų sąveiką, mechaninius procesus, iškeldamas aikštėn judėjimo
nesunaikinamumą.

L. Eileris (1707—1783) sukūrė kietų kūnų ir, kartu su D. Ber-
nuliu (1700—1782), skysčių dinamiką. Jis išvedė pagrindines
idealių skysčių dinamikos lygtis, sukūrė laivų ir turbinų teori-
jos pagrindus.

Nelaisvų (surištų) mechaninių sistemų dinamikos išsivysty-
mas glaudžiai siejasi su Dalamberto (1717—1783) paskelbtuoju
tariamų (virtualinių) poslinkių principu, kuris išreiškia bendrą
sistemos pusiausvyros sąlygą. Ž. Lagranžas (1736—1813) šį
principą išreiškė kaip tikrai veikiančių ir inercijos jėgų pusiau-
svyros sąlygą, ir toks reiškimas visai atitinka dabartinį jo reišk-
imą.

Tęsdamas Eilerio darbus, Lagranžas pabaigė suformuluoti
laisvos ir nelaisvos sistemos dinamiką. Jo išvestos nelaisvų
sistemų judėjimo lygtys vadinamos jo vardu.

XIX šimtmečio stambiausiomis mechanikos problemomis buvo
bet kurios formos sunkaus kieto kūno judėjimo ir jo pusiausvy-
ros ir judėjimo stabilumo klausimai. Šie klausimai sudarė giro-
skopinių reiškinių teorijos pagrindą. Giroskopinių reiškinių Ž. Fu-
ko (1819—1868) tyrimai parodė, jog galima tiesiogiai (Fuko
svyruokle), be astronominių stebėjimų, parodyti Žemės sukimasi,
nustatyti vietos geografinę ilgumą ir platumą. Dabartiniu metu
giroskopinio judėjimo savybės ir jo teorija plačiai taikomos prak-
tikoje.

XVIII šimtetyje išvystytas Dalamberto principas, kuris nu-
sako nelaisvos sistemos judėjimo dėsnius, neapėmė visų dinami-
kos klausimų. XIX šimtetyje buvo iškelti nauji variaciniai prin-
cipai. Šioje srityje ypatingai svarbūs U. Hamiltono (1805—1865)
ir M. Ostrogradskio (1801—1861) darbai.

XIX šimtmečio pirmoje pusėje buvo paskelbtas energijos išsilaikymo ir virtimo dėsnis. Šis dėsnis yra bendriausias principas, apimantis ne tik mechaninius, bet visus gamtos reiškinius.

XIX šimtmečio antroje pusėje iškilusioms didelėms techninėms problemoms, kaip tai laivų ir geležinkelių tiltų siūbavimas, reguliatorių statyba ir pan., spręsti A. Liapunovas (1857—1918) ir N. Žukovskis (1847—1921) išvystė Lagranžo iškeltą materialių sistemų mažų svyravimų metodą. Daug vertingų darbų šioje srityje yra atlikę A. Krylovas (1863—1945). XIX šimtmečio pabaigoje buvo išskirta atskira mechanikos klausimų grupė — kintamos masės kūnų dinamika. Jos kūrėjas yra J. Meščerskis (1859—1935). Jo išvesta kintamos masės materialaus taško dinamikos lygtis pasidarė reaktyvinio judėjimo teorijos pagrindu.

XX šimtmeityje elektrotechnika ir radiotechnika, techninė akustika, mašinų gamybos procesų automatika ir kitos naujosios technikos šakos iškėlė visą eilę naujų problemų, kuriom išspręsti buvo sukurta nauja mechanikos sritis — netiesinių svyravimų mechanika.

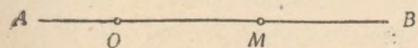
XIX šimtmečio pabaigoje mechanika pasiekė aukštą išsivystymo lygį. Bet XX šimtmečio pradžioje, aiškinant kai kurių (Majkelsono, Fizo, Stoletovo ir kt.) fizikų tyrimų rezultatus, teko kritiškai peržiūrėti klasikinės (Niutono) mechanikos pagrindinius teiginius. A. Einšteinas (1879—1955) sukūrė labai didelių (šviesos greičiui artimų) greičių dalelių dinamiką (reliatyvumo teoriją), o Heisenbergas ir Dirakas — mikrodalelių (kvantinę) mechaniką. Šios abi naujos mechanikos šakos yra tolimesnis Niutono mechanikos apibendrinimas. Pastaroji tinka tik mažų greičių srityje, bet jos visai užtenka pagrindiniams technikos klausimams spręsti.

✓ § 6 MATERIALUS TASKAS. ✓ KOORDINATES

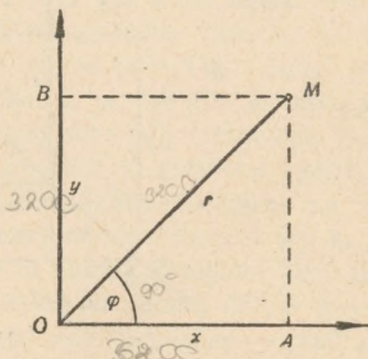
Kad supaprastintume mechanikoje judėjimo klausimų nagrinėjimą, laikykime kūnus absoliučiai kietais. Jie ir stipriausioms jėgoms veikiant nekeičia savo formos bei tūrio. Be to, vieton užimančio tam tikrą erdvės dalį fizikinio kūno, imkime įsivaizduojamą — be galo mažą, bet turintį masę, rutuliuką, kurį galime laikyti beveik tašku. Tokį įsivaizduojamą fizikinį kūną vadiname *materialiu tašku*. Nors materialus taškas yra fizikinė abstrakcija, bet toks kūno vaizdavimas teikia šių privalumų: jo vietą erd-

vėje galime nusakyti vienreikšmiai; o tįsaus kūno atskiri taškai turės skirtingas koordinates. Materialaus taško vietai erdvėje nusakyti dažniausiai naudojamės stačiakampių koordinačių sistema; jos pradinį tašką bei ašių kryptį parenkame kaip mums patogiau. Kartais imame ir polinę, cilindrinę ir kitas koordinačių sistemas.

Nusakykime materialaus taško M vietą tiesėje AB (9 pav.). Tiesės O tašką laikykime koordinačių *pradžios*, arba *nulinio tašku*. Materialaus taško M nuotolį nuo taško O pažymėkime x ; $x = OM$. Šiuo atveju jo vieta tiesėje bus nusakyta vienreikšmiai viena koordinate x . Į dešinę pusę nuo taško O koordinatės x reikšmes laikykime teigiamomis, o į kairę — neigiamomis.



9 pav.



10 pav.

Kai materialus taškas M guli plokštumoje, tai jo vietą vienreikšmiai nusakome dviem, viena nuo antros nepriklausomom koordinatėm $OA=x$ ir $OB=y$ (10 pav.). Pažymėkime materialaus taško nuotolį OM nuo pradžios taško r ; tuomet

$$r^2 = x^2 + y^2. = 6400 = 12800 \quad (6,1)$$

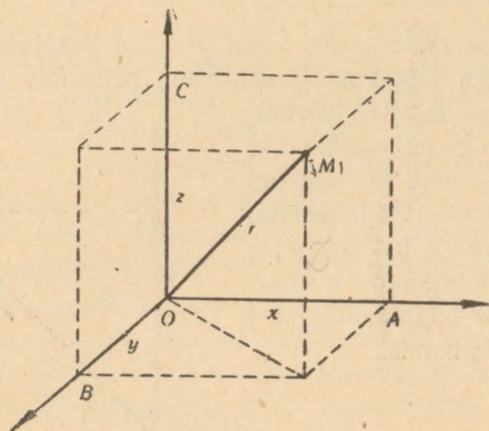
Materialaus taško vietą plokštumoje galime vienreikšmiai nusakyti ir tokiomis koordinatėmis: radiusu-vektorių $OM=r$ ir azimuto kampą φ , kurį sudaro radiusas-vektorių su polinės x ašies kryptimi. Koordinatės r ir φ sudaro polinę koordinačių sistemą. Iš 10 pav. matyti, kad

$$x = r \cdot \cos \varphi \text{ ir } y = r \cdot \sin \varphi. \quad (6,2)$$

Pagaliau materialaus taško vietai erdvėje nusakyti reikalingos 3 viena nuo kitos nepriklausomos koordinatės (11 pav.): $OA=x$; $OB=y$ ir $OC=z$. Jei OM pažymėsime r , tai

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2 \text{ ir } r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (6,3)$$

Mechanikoje judėjimu laikome materialaus taško, jų sistemos arba, apskritai, kūno vietos keitimą erdvėje. Erdvėje neturime kūno, kuris visai nejudėtų, taigi, būtų absoliutinėje ramybėje. Visi kūnai juda. Todėl visuomet stebime kūnų vadinamąjį



11 pav.

reliatyvinį judėjimą, jų judėjimą kito judančio kūno atžvilgiu. Stebimas kūno judėjimas priklauso nuo pačio stebėtojo judėjimo. Važiuojančiame traukinyje sėdįs keleivis nejuda traukinio atžvilgiu, bet Žemės paviršiaus atžvilgiu važiuoja kartu su traukiniu. Jei keleivis eina traukinyje, tai jo judėjimas traukinio atžvilgiu yra vienoks, o Žemės paviršiaus atžvilgiu — kitoks. Todėl, nusakdami kūno judėjimą, turime aiškiai žinoti, atžvilgiu ko jo judėjimą nusakome, tai yra, kokią koordinatinių sistemą laikome nejudama. Fizikoje paprastai laikome nejudamu Žemės paviršių (laboratorijos stalą) ir kūno judėjimą nusakome Žemės paviršiaus atžvilgiu, taigi, naudojames su Žeme surišta koordinatinių sistema.

Kiekvienam judėjimui priskiriame tam tikrą laisvės laipsnių skaičių. Judėjimo laisvės laipsnių skaičių nusako nepriklausomų koordinatinių skaičių, kurios gali vienareikšmiai nusakyti materialaus taško arba kūno vietą erdvėje. Tokiu būdu, slenkantis tiese kūnas turi vieną laisvės laipsnį, slenkantis plokštumoje — du, o erdvėje — tris laisvės laipsnius. Apskritai, judančio kūno judėjimo laisvės laipsnių skaičius priklauso nuo jo judėjimo pobūdžio.

✓ § 7 MECHANINIŲ JUDEJIMŲ RŪŠYS. TIESIAEIGIS JUDEJIMAS.
GREITIS IR GREITĖJIMAS

Kūno judėjimas tik tuomet yra visiškai nusakytas, kai yra žinoma bet kuriuo laiku kūno vieta erdvėje. Kūnas gali judėti tiese arba kreive. Pagal kūno nueitojo kelio, arba trajektorijos, formą judėjimus skirstome į *tiesiaeigius* ir *kreivaeigius*. Be to, judėjimus skirstome į *slenkamuosius* (*transliacinius*) ir *sukimosi* (*rotacijas*) judėjimus. Pirmuoju atveju visi kūno taškai slenka lygiagrečiai tiesėmis ir per tą patį laiką nueina vienodus kelius. Šiuo atveju kiekviena tiesė kūno viduje juda lygiagrečiai pati sau. Kai judančio kūno vienas taškas arba visa eilė jo taškų pasilieka nejudami, tuomet turime kūno sukamąjį (rotacijos) judėjimą. Kūno nejudamas taškas vadinamas jo *sukimosi centru*, o nejudamų taškų eilė — *sukimosi ašimi*. Sukimosi centras bei ašis gali būti ir kūno išorėje. Kūno judėjimas dažniausiai yra sudėtingas: tuo pat laiku jis ir slenka, ir sukasi. Žinodami kūno trajektoriją, jo vietą nustatome, išmatavę jo nuotolį išilgai trajektorijos nuo pasirinktojo pastovaus trajektorijos taško — pradinio, arba nulinio, taško. Laiką, paprastai, pradedame matuoti tuo akimirkiniu, kai kūnas išeina iš pradinio trajektorijos taško. Išmatuotas išilgai trajektorijos nuotolis s vadinamas *kūno poslinkiu*, arba *nueitu keliu*; jis priklauso nuo laiko t , taigi yra laiko funkcija:

$$s = f(t).$$

Kūno judėjimo būvį kiekvienu laiku nusako jo *judėjimo greitis*.

Kūno judėjimo greitis, arba trumpiau *kūno greitis* v , išreiškiamas poslinkio ir laiko diferencialų santykiu:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}; \quad (7,1)$$

skaitinė greičio reikšmė nusako kūno poslinkio per laiko vienetą (1s) reikšmę.

Greitis gali būti teigiamas ir neigiamas. Kai, laikui bėgant, s skaitinė reikšmė didėja, greitis laikomas teigiamu, ir atvirkščiai. Taigi, greičio ženklas priklauso nuo to, kokią parenkame s didėjimo kryptį.

Iš pradžių paimkime paprasčiausią atvejį: kūnas juda tiese pastoviu greičiu. Tokį judėjimą vadiname *tolyginiu* (*tolygaus*

greičio) judėjimų. Jei per laiką t taškas paslenka s , tai jo judėjimo greitis

$$v = \frac{s}{t} = \text{const.} \quad (7,1a)$$

Kai $s = 1 \text{ cm}$ ir $t = 1 \text{ s}$, tai $v = 1 \text{ cm s}^{-1}$. Taigi, greičio vienetu laikomas toks greitis, kai materialus taškas per 1 s paslenka 1 cm. Iš lygties (7,1a) turime:

$$s = vt \quad \text{ir} \quad t = \frac{s}{v}.$$

Kūnui judant tolygiu greičiu, jo poslinkis yra tiesiog proporcingas laikui.

Ne visada judančio kūno greitis yra pastovus; jis gali ir kilti, tada greitis yra laiko funkcija: $v = f(t)$. Tokį judėjimą vadiname *kintamuoju judėjimu*.

Kintamai judančio kūno greitis kinta; bet nedideliame laikotarpyje jį galėtume laikyti pastoviu. Suraskime greičio reikšmę tame laikotarpyje. Jei laiku t_1 kūno poslinkis yra s_1 , o $t_2 - s_2$, tai laikotarpyje $t_2 - t_1$ *vidutinis greitis*

$$v_v = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}.$$

Taip išskaičiuotas vidutinis greitis skiriasi nuo tikrojo, nes, jį skaičiuodami, laikome, kad per paimtąjį laikotarpį taškas juda tolygiai. Bet tai bus tuo tiksliau, kuo imamas laikotarpis bus trumpesnis. Trumpą laikotarpį $t_2 - t_1$ pažymėkime Δt , o poslinkį per tą laikotarpį $s_2 - s_1 = \Delta s$, tada vidutinis greitis per laiką Δt bus

$$v_v = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Imkime nykstamai mažą laikotarpį dt ; jį atitiks nykstamai mažas taško poslinkis ds . Greitis per nykstamai mažą laikotarpį dt yra lygus v :

$$v = \frac{ds}{dt}; \quad (7,2)$$

jis yra *momentinis netolygiai judančio taško greitis*. Taigi, *netolygiai judančio kūno momentinis greitis v bus išreikštas poslinkio ir laiko diferencialų ds ir dt santykiu.*

Greičio pakitimą per laiko vienetą vadiname judančio kūno greitėjimu, arba pagreičiu.

Greitėjimas yra teigiamas, kai greičio skaitinė reikšmė didėja, ir atvirkščiai. Ne visada neigiamas greitėjimas yra požymiu lėtėjančio judėjimo. Pvz., kai kūnas juda mažėjančių poslinkio s reikšmių kryptimi, tai greitis v yra neigiamas. Nors absoliutinė greičio reikšmė ir didėtų, greitėjimas yra neigiamas.

Kai greitėjimas visą laiką pasilieka pastovus, kūno judėjimą vadiname *tolygiai greitėjančiu judėjimu*. Tokio judėjimo greitėjimas a taip išreiškiamas:

$$a = \frac{v}{t} = \text{const.} \quad (7,3)$$

Kai $v = 1 \text{ cm s}^{-1}$, $t = 1 \text{ s}$, tai $a = 1 \text{ cm s}^{-2}$. Greitėjimo vienetu laikome tokį greitėjimą, kai per 1 sekundę greitis pasikeičia 1 cm s^{-1} . Iš (7,3) lygties

$$v = at \text{ ir } t = \frac{v}{a}.$$

Tolygiai greitėjant kūnui, jo greitis yra tiesiog proporcingas laikui.

Greitėjimas gali ir keistis; tada jis priklauso nuo laiko, yra jo funkcija: $a = f(t)$. Tokį judėjimą vadiname *netolygiai greitėjančiu judėjimu*: jo greitis nėra proporcingas laikui. Vidutinis greitėjimas a_v per tam tikrą nedidelį laikotarpį $t_2 - t_1$ taip išreiškiamas: jei laiku t_1 judančio kūno greitis yra v_1 , o $t_2 - v_2$, tai

$$a_v = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t},$$

jei $v_2 - v_1$ pažymėsime Δv , o $t_2 - t_1 = \Delta t$.

Netolygiai greitėjančiai judančio kūno momentinis greitėjimas a išreiškiamas greičio v ir laiko t diferencialų dv ir dt santykiu:

$$a = \frac{dv}{dt} \quad (7,4)$$

arba, įvedus (7,2) lygtį,

$$a = \frac{d^2s}{dt^2}. \quad (7,4a)$$

Iš (7,2) lygties turime

$$ds = v \cdot dt.$$

Pastarąją lygtį suintegravę, gausime:

$$s = \int v \cdot dt. \quad (7,5)$$

Kad galėtume išskaičiuoti kūno nueitą kelią per laiką t , reikia žinoti, kaip priklauso greitis nuo laiko. Jei kūnas juda tiesiaigiai ir tolygiai, tai $v = \text{const}$ ir

$$s = vt + C.$$

C surandame iš pradinių sąlygų. Jei iš pradžių, kai $t=0$, kūno nueitas kelias yra lygus nuliui, $s=0$, tai $C=0$ ir

$$s = vt.$$

Bet kai iš pradžių kūno nueitas kelias lygus s_0 , tai tada $C=s_0$, ir kūno nueitas kelias per laiką t bus

$$s = s_0 + vt. \quad (7,6)$$

Iš (7,4) lygties

$$dv = a \cdot dt.$$

Suintegravę gauname, kad

$$v = \int a \cdot dt.$$

Kai kūnas juda tolygiai greitėdamas, $a = \text{const}$ ir

$$v = at + C.$$

Integravimo konstantą C surandame tokiu pat būdu iš pradinių sąlygų. Jei pradžioje ($t=0$) $v=0$, tai C bus lygus nuliui ir

$$v = at,$$

o kai pradžioje ($t=0$) greitis $v=v_0$, tai, praėjus laikui t , greitis v bus lygus:

$$v = v_0 + at. \quad (7,7)$$

Išstatę pastarąją v reikšmę į (7,5) lygtį ir suintegravę, gausime:

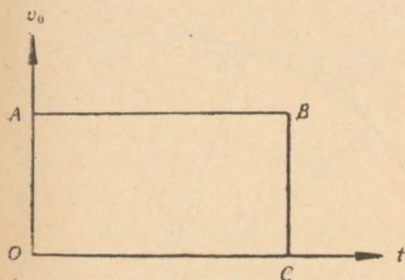
$$s = \int (v_0 + at) \cdot dt = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 + C.$$

Kai $t=0$, $s=s_0$, tai nueitas per laiką t kelias

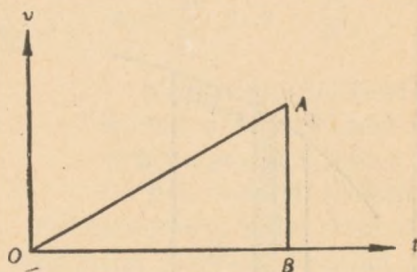
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2. \quad (7,8)$$

Pastaroji lygtis išreiškia judančio tolygiai greitėjančiu judėjimu kūno nueito kelio ilgį per laiką t , kai jo pradžios greitis ir kelias yra atitinkamai lygūs v_0 ir s_0 .

Judančio kūno nueitą per laiką t_1 kelio ilgį s_1 išreiškiame grafiškai. Iš pradžią panagrinėkime tiesiaegio ir tolygaus judėjimo atvejį: greitis lygus v_0 . Stačiakampių koordinatinių vienoje ašyje



12 pav.



13 pav.

atidėkime laiką t , o antroje — greitį v_0 (12 pav.). Kūno nueito kelio ilgį $s_1 = v_0 t_1$ grafiškai išreiškia stačiakampio $OABC$ ploto skaitinė reikšmė, kuri lygi v_0 ir t_1 sandaugai. Dabar imkime tolygiai greitėjančio judėjimo atvejį. Jei greitėjimas yra a , o pradinis kūno greitis $v_0=0$, tai išeitojo per laiką t_1 kelio ilgį grafiškai išreiškia trikampio OAB ploto skaitinė reikšmė (13 pav.), kuri lygi $\frac{1}{2} a t_1^2$; kai pradžios greitis yra lygus v_0 , tai nueitąjį kelią grafiškai išreiškia stačiakampio $OABC$ ir trikampio OAB plotų skaitinių reikšmių suma:

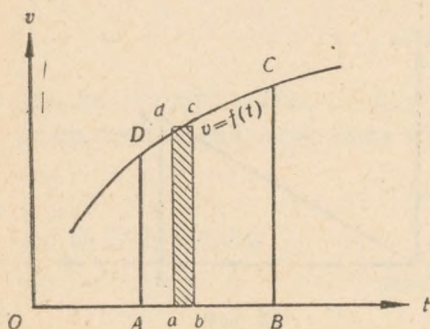
$$s = s_1 + s_2 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2.$$

Pagaliau, kūnui judant bet koku judėjimu, jo nueitas per laiką $t=t_2-t_1$ kelias grafiškai išreiškiamas taip. Per labai trumpą laiką Δt kūnas nueis kelią $v \cdot \Delta t$, kuris grafiškai bus pavaizduotas plotu $abcd$ (14 pav.). Jo nueitas kelias per laiką t bus išreikštas $\sum v \cdot \Delta t$ arba, imant nykstamai mažą laikotarpį dt , plotu $\int v \cdot dt$,

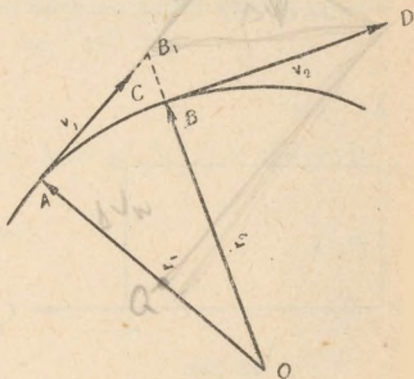
kurį riboja t (arba x) koordinačių ašis, pradinė $AD=v_1$ ir galinė $BC=v_2$ greičių reikšmės ir kreivė CD , grafiškai vaizduojanti greičio v priklausomybę nuo laiko t : $v=f(t)$.

✓ § 8) KREIVAEIGIS JUDEJIMAS

Kūnas slenka kreive AB (15 pav.) ir per laikotarpį $t_2-t_1=\Delta t$ nueina iš taško A į B . Taške A jo greitis yra v_1 , o $B-v_2$. Juos pavaizduoja taškuose A ir B išvestos liečiamosios AC ir BD .



14 pav.



15 pav.

Iš A ir B iškelkime statmenis liečiamosioms ir pratęskime juos iki susikirtimo taške O . $AO=r_1$ ir $BO=r_2$ vadiname kūno trajektorijos *kreivumo radiusais* taškuose A ir B . Atvirkščias kreivumo radiusui r dydis $\frac{1}{r}$ išreiškia trajektorijos *kreivumą*. Taškas O vadinamas *kreivumo centru*.

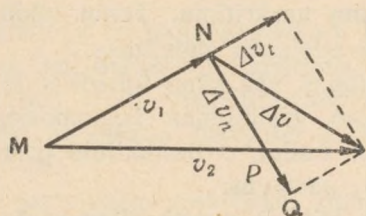
Išvesti iš O radiusai-vektoriai r_1 ir r_2 vienreikšmiai nusako kūno vietą trajektorijoje. Jų skirtumas išreiškia kūno poslinkio vektorį, arba trumpiau poslinkį Δs : $\Delta s=r_2-r_1$. Iš 15 pav. matyti, kad, apskritai, kūno poslinkis skiriasi nuo jo nueitojo kelio, kurį vaizduoja kreivės lankas AB . Ir tik tiesiaieigio judėjimo atveju jo poslinkis yra lygus nueitam keliui. Bet kuo laikotarpis Δt bus mažesnis, tuo ir skirtumas tarp kūno poslinkio ir kelio bus mažesnis. Poslinkį Δs padaliję iš Δt , gauname vektorį v_v , kurį vadiname kūno vidutiniu greičiu per laikotarpį Δt :

$$v_v = \frac{\Delta s}{\Delta t}; \quad (8,1)$$

jo momentinis greitis

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{s}}{dt}; \quad (8,2)$$

momentinis greitis nukreiptas liečiamosios kryptimi. Kūnui slenkant iš A į B , jo momentinis greitis kinta. Vektorių $\mathbf{v}_1$ ir $\mathbf{v}_2$ skirtumas $\Delta\mathbf{v}$ išreiškia vektoringį greičio kitimą (16 pav.). Tada vidutinis ir momentinis kūno kreivaeigio judėjimo greitėjimai $\mathbf{a}_v$ ir $\mathbf{a}$ taip išreiškiami:



16 pav.

$$\mathbf{a}_v = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t} \text{ ir } \mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}. \quad (8,3)$$

Kreivaeigio judėjimo greitėjimas $\mathbf{a}$ vienreikšmiai nusako kūno greičio kitimo pobūdį.

Jis gali sudaryti įvairaus dydžio kampus su trajektorija. Išskaidykime jį į dvi dedamąsias: liečiamosios kryptimi $\mathbf{a}_t$ ir liečiamajai statmena kryptimi $\mathbf{a}_n$; $\mathbf{a}_t$ ir $\mathbf{a}_n$ siejasi taip:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_n \text{ ir } a^2 = a_t^2 + a_n^2.$$

$\mathbf{a}_t$ ir $\mathbf{a}_n$ taip išreiškiami:

$$\mathbf{a}_t = \frac{dv_t}{dt} \text{ ir } \mathbf{a}_n = \frac{dv_n}{dt},$$

čia dv_t ir dv_n yra greičio kitimo vektoriai liečiamosios kryptimi ir jai statmena kryptimi: A taške $\mathbf{a}_t$ kryptis sutampa su $\mathbf{v}_1$ kryptimi, o $\mathbf{a}_n$ eina kreivumo radiusu OA . Pasinaudodami 15 ir 16 pav. trikampių OAB_1 ir MNP panašumu, galima parašyti tokį santykį:

$$\frac{AB_1}{AO} = \frac{NP}{MN} = \frac{NP}{v_1} \text{ arba } \frac{NP}{\Delta t} : \frac{AB_1}{\Delta t} = \frac{v_1}{AO}.$$

Imdami nykstamai mažą laikotarpį dt , NP pakeičiame NQ , o AB_1 — AB . Tada $\frac{NQ}{dt}$ išreiškia normalinį greitėjimą $\mathbf{a}_n$, o $\frac{AB}{dt}$ — greitį $\mathbf{v}_1$; tokiu būdu,

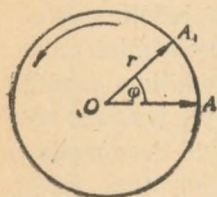
$$\mathbf{a}_n = \frac{v_1^2}{r}. \quad (8,4)$$

Normalinis greitėjimas yra lygus greičio kvadrato ir kreivumo $\left(\frac{1}{r}\right)$ sandaugai. Jis visuomet nukreiptas į centrą O .

Kai $a_n = 0$, bet $a_t \neq 0$, tai $r = \infty$; tada trajektorija yra tiesė. Taigi tiesiaeigį judėjimą galime laikyti kreivaeigio judėjimo atskiru atveju.

Jei $a_t = 0$, bet $a_n \neq 0$ ir turi baigtinę reikšmę, turėsime tolyginį (pastovaus reikšmės atžvilgiu greičio) kreivaeigį judėjimą, o jei $a_n = \text{const}$ — tolyginį judėjimą apskritimu. Tokiu būdu, kreivaeigis judėjimas visada yra greitėjantis judėjimas.

Paprasčiausias kreivaeigis judėjimas yra kūno tolyginis judėjimas apskritimu. Tokio judėjimo greitėjimas liečiamosios kryptimi a_t lygus nuliui, o normalinio greitėjimo modulis a_n pastovus.



17 pav.

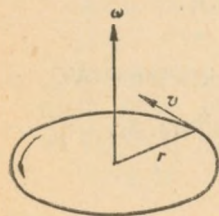
Kūnas skrieja radiuso r apskritimu pastoviu greičiu v (17 pav.). Jo vietą nusakykime polinėmis koordinatėmis: radiusu-vektorium r ir kampu φ . Šį kampą vadiname *judėjimo faze*. Kūno judėjimą apskritimu nusakome kampiniu greičiu ir kampiniu greitėjimu. Kampinį greitį ω išreiškiame kampo ir laiko diferencialų $d\varphi$ ir dt santykiu:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (8,5)$$

Kampinį greitėjimą γ išreiškia kampinio greičio ir laiko diferencialų $d\omega$ ir dt santykis:

$$\gamma = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \quad (8,6)$$

Kampinis greitis ω ir kampinis greitėjimas γ yra ašiniai vektoriai. Juos pavaizduojame atkarpomis, kurių ilgis yra proporcingas vektorių moduliams, o kryptys — statmenos kūno trajektorijos plokštumai (18 pav.); jie taip nukreipti, kad, jų kryptimi žiūrint, kūnas skrietų laikrodžio rodyklės sukimosi kryptimi, arba kad, sukanč dešinįjį sraigą kūno skriejimo kryptimi, jis slinktų pirmyn. Ašiniams vektoriams skaičiuoti taikomos § 4 nurodytos taisyklės.



18 pav.

Skriejančio apskritimu kūno judėjimas yra periodinis, nes kūnas per tam tikrą laiką, vadinamą *periodu*, iš naujo kartoja judėjimą. Per periodą kūnas apibėga visą apskritimą. Periodą T išreiškiame sekundėmis. Atvirkščią periodui dydį ν vadiname periodinio judėjimo *dažnumu*; jis parodo kiek kartų periodinis judėjimas pasikartoja per laiko vienetą — 1s. Taigi

$$\nu = \frac{1}{T} \text{ s}^{-1}.$$

Dažnumą matuojame *hercais* (Hz). 1 Hz dažnumą turime tuomet, kai periodinis judėjimas pasikartoja 1 kartą per sekundę. Kartais laiko vienetu laikome ne 1s, bet 2π s; tada kalbame apie periodinio judėjimo *kampinį*, arba *ciklinį dažnumą* ω ; $\omega = 2\pi\nu$.

Skriejančio apskritimu kūno tiesinį greitį $\mathbf{v}$ išreiškiame kampinio greičio ω ir radiuso-vektoriaus $\mathbf{r}$ vektoringe sandauga:

$$\mathbf{v} = [\omega \mathbf{r}].$$

Išdiferencijavę pagal laiką, gausime greitėjimą $\mathbf{a}$; taigi

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d}{dt} [\omega \mathbf{r}] = \left[\frac{d\omega}{dt} \mathbf{r} \right] + \left[\omega \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right]$$

arba

$$\mathbf{a} = [\gamma \mathbf{r}] + [\omega \mathbf{v}].$$

Vektorinės sandaugos $[\gamma \mathbf{r}]$ ir $[\omega \mathbf{v}]$ išreiškia liečiamosios kryptimi ir normalinį greitėjimą $\mathbf{a}_t$ ir $\mathbf{a}_n$. Kai kūnas juda pastoviu kampiniu greičiu, tai $\gamma = 0$ ir

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_n = [\omega \mathbf{v}].$$

Kadangi visi trys vektoriai yra vienas kitam statmeni, tai vektorinės sandaugos modulis

$$a_n = |[\omega \mathbf{v}]| = \omega^2 r.$$

III SKYRIUS

DINAMIKOS PAGRINDAI

✓ § 9. NIUTONO MECHANIKOS PAGRINDINIAI DINAMIKOS DĖSNIAI: INERCIJOS IR JĖGOS DĖSNIAI

Gamtoje stebimi judėjimai dažniausiai kinta. Pvz., krintas kūnas greitėja, įkypai mestas kūnas ne tik keičia judėjimo greitį, bet ir kryptį. Kokia priežastis sukelia kūnų judėjimo kitimą, kartais sunku ir pastebėti. Ją tik aiškiai pajaučiame, kai patys pabandome pakeisti bet kurio kūno judėjimo būvį. Kasdieninis patyrimas rodo, kad, tik įtempę raumenis arba, kaip sakome, panaudoję jėgą, mes įstengiame išjudinti nejudamą vežimą, pakeičiame jo judėjimo kryptį arba jį sulaikome. Ir gamtoje kūnų judėjimo kitimą turėtų sukelti tokie pat veiksniai, nes tik vienodos priežastys tegali sukelti vienodus pakitimus. Arba, pvz., iškėlę laikome kurį nors kūną ir neleidžiame jam kristi: taigi savo rankos raumenų jėga pašaliname tą priežastį, kuri jį verčia kristi. Bet tik lygūs veiksmai gali vienas kitą panaikinti. Vadinasi, ir verčianti kūną kristi priežastis turi būti jėga, šiuo atveju — svorio jėga. Apskritai, atsiradusius, sąveikojant kūnams arba jų sistemoms, veiksnius, kurie keičia kūnų būvį, vadiname *jėgomis*.

Kasdieninis patyrimas rodo, kad kiekvieną kartą, kai bet kurį kūną veikia tam tikra jėga, galima nurodyti antrą kūną, kuris yra tos jėgos šaltinis. Taigi veikianti kūną jėga yra to kūno ir aplink jį esančių kūnų savitarpio veikimo išdava.

Jau Galilėjus tvirtino, kad jėgos neveikiamas kūnas palaiko savo judėjimą, nekeisdamas nei greičio, nei krypties. Iš pirmo žvilgsnio atrodo, kad šis tvirtinimas prieštarauja kasdieniniame gyvenime stebimiems reiškiniams. Nei traukinys, nei laivas, kartą išjudėję, nejuda visą laiką, bet tik garvežio arba laivo variklio varomi nuvažiuoja į paskirtą vietą. Paritintas gulsčia plokštuma rutulys po kiek laiko nustoja riedėjęs. Bet patirtis

taip pat rodo, kad kuo lygesnis plokštumos paviršius, tuo rutulys ilgiau rieda. Plieninis rutulėlis lygiu ledu nurieda labai toli. Tai rodo, kad išjudintus kūnus (rutulį, traukinį ir t. t.) stabdo išorinės priežastys — kelio nelygumai, dėl kurių pasireiškia vadinamoji *trinties jėga*. Jei trinties nebūtų, kartą išjudintį kūnai judėtų visą laiką, palaikydami tiesiaeigio ir tolyginio judėjimo būvį.

Kūnų savybė palaikyti tiesiaeigio ir tolyginio judėjimo būvį, kurį tik jėga tepakeičia, vadinama kūnų inercija. Inercija yra viena iš pagrindinių fizinių kūnų ir, apskritai, materijos savybių.

I Niutono mechanikos, arba inercijos, dėsnis kūnų inercijos savybę apibrėžia taip:

kiekvienas kūnas palaiko tiesiaeigio ir tolyginio judėjimo būvį, tik veikianti jį jėga priverčia pakeisti šį būvį.

Kūnų rimtį taip pat galime laikyti tolyginiu ir tiesiaeigiu, bet nulinio greičio ($v=0$), judėjimu.

Paveikime bet kurį kūną, pvz., riedantį geležinkeliuko bėgiais vežimėlį, iš eilės skirtingo dydžio jėgomis. Tyrimas rodo, kad kūno judėjimo pakitimas yra proporcingas veikiančiai jėgai. Šiuo atveju judėjimo pakitimą galime susieti su greitėjimu; tada greitėjimas yra proporcingas veikiančiai jėgai. Jei veikiančiąją jėgą pažymėsime F , o greitėjimą a , tai $F \sim a$.

Dabar paveikime skirtingus kūnus, pvz., skirtingais krovniais apkrautus vežimėlius, tokio pat dydžio jėga. Šiuo atveju anksčiau minėtas proporcingumas tarp veikiančios jėgos ir sukkelto greitėjimo nebepasireiškia. Veikdama skirtingus kūnus, ta pati jėga sukelia visai skirtingus greitėjimus. Ir taip yra štai kodėl: vienokio dydžio jėga sukelia tokį pat kūnų judėjimo būvio pakitimą; bet skirtingi kūnai parodo skirtingo dydžio pasipriešinimą, nes jie turi skirtingą inerciją. Tokį nevienodą kūnų judėjimo pakitimą aiškiname juose glūdinčia savybe, kurią vadiname jų *inercijos mase*, arba tiesiog *mase*, ir žymime m .

Tyrimas rodo, kad to paties dydžio jėgos sukeltas greitėjimas yra tuo mažesnis, kuo kūno inercija, taigi kuo jo masė yra didesnė. Tokiu būdu, greitėjimas a yra tiesiog proporcingas veikiančiai jėgai F ir atvirkščiai proporcingas veikiamo kūno masei m : $a \sim \frac{F}{m}$ arba $F \sim ma$. Pažymėkime proporcingumo koefi-

cientą k ; tada $F=kma$. Jeigu masės ir jėgos vienetus parinksime taip, kad k būtų lygus vienetui, $k=1$, tai

$$F=ma \quad (9,1)$$

arba žodžiais:

jėga lygi masei, padaugintai iš greitėjimo.

Jėga yra vektorius. Todėl (9,1) lygtis parodo, kad ne tik reikšmės lygios, bet ir kryptys sutampa. Lygtis (9,1) išreiškia II Niutono mechanikos, arba jėgos, dėsnį, kuris bendriau nusakomas taip:

kūno judėjimo pakitimas yra proporcingas veikiančiai jėgai ir vyksta jėgos veikimo kryptimi.

Jėgos dėsnis griežtai apibrėžia jėgos ir masės sąvokas. Pagal tą dėsnį jėgos reikšmė nusakoma jos veikiamo kūno greitėjimo reikšmės ir jai priskiriama tokia kryptis, kokia kryptimi greitinas kūnas. Tada masė yra skaliarinis dydis.

Jėgos vienetu laikome tokią jėgą, kuri masės m kūną priverčia judėti greitėjančiai taip, kad masės ir greitėjimo reikšmių sandauga ma CGS vienetų sistemoje būtų lygi vienetui. O tai bus tada, kai m ir a bus lygūs vienetui. Todėl jėgos vienetas yra tokia jėga, kuri 1 g masės kūną pagreitina 1 cm s^{-2} . Šį jėgos vienetą vadiname *dina* (dyn).

§ 10. VIENETŲ SISTEMOS. DIMENSIJA

Fizikoje (ir kituose gamtos bei technikos moksluose) dydžiams išreikšti naudojama CGS (centimetro, gramo, sekundės) vienetų sistema. Šioje sistemoje pagrindiniais dydžiais laikome ilgį (L), masę (M) ir laiką (T), o pagrindiniais vienetais — centimetą (cm), gramą (g) ir sekundę (s). Centimetras yra 0,01 normaliojo (pavyzdinio) metro dalis, kuris laikomas tarptautiniame Matų ir saikų biure; gramas yra 0,001 normaliojo (pavyzdinio) masės kilogramo dalis. Sekundė yra $1/86400$ vidutinės saulės paros dalis.

Šiais pagrindiniais vienetais galime išreikšti visų kitų fizikinių dydžių vienetų, kuriuos vadiname *išvestiniais vienetais*.

Bet kurio fizikinio dydžio ryšys su pagrindiniais, sudarančiais vienetų sistemą, dydžiais išreiškia jo dimensiją. Fizikinio dydžio dimensiją nusako jo santykis su pagrindiniais fizikiniais dydžiais. Pvz., greitį išreiškia poslinkio ir laiko santykis; todėl,

parenkant pagrindiniais vienetais ilgio ir laiko vienetus, greičio dimensija bus lygi ilgiui, padalytam iš laiko. Fizikinių dydžių dimensijai pažymėti naudojami specialūs simboliai; pvz., ilgio dimensiją žymi L , masės — M ir laiko — T ; tuomet greičio dimensija bus taip išreikšta: $[v]=LT^{-1}$, greitėjimo — $[a]=LT^{-2}$, kampinio greičio bei greitėjimo — $[\omega]=T^{-1}$ ir $[\gamma]=T^{-2}$, jėgos — $[F]=LMT^{-2}$ ir pan. CGS vienetų sistemoje fizikinių dydžių dimensiją taip išreiškiame: ilgio — cm, masės — m ir laiko — s. Šioje sistemoje greičio dimensija bus taip išreiškiama (7,1): $[v]=\text{cm s}^{-1}$; greitėjimo (7,3): $[a]=\text{cm s}^{-2}$; jėgos (9,1): $[F]=\text{cm g s}^{-2}$ ir t. t.

Be to, fizikoje naudojamos dar MKS ir MTS vienetų sistemos. MKS vienetų sistemoje pagrindiniais vienetais laikomi: ilgio — *metras* (m), masės — *kilogramas* (kg) ir laiko — *sekundė* (s), o MTS vienetų sistemoje: ilgio — *metras* (m), masės — *tona* (t) ir laiko — *sekundė* (s). Jėgos vienetu MKS vienetų sistemoje yra *niutonas* (N), o MTS sistemoje — *stenas* (st). 1 N yra lygus 10^5 dyn, o 1 st — 10^8 dyn.

Technikoje naudojama techninė vienetų sistema. Šioje sistemoje pagrindiniais dydžiais imami *ilgis* (L), *jėga* (F) ir *laikas* (T), o pagrindiniais vienetais yra *metras* (m), *kilopondas* (kp), arba *kilogramas* (svoris, kG), ir *sekundė* (s). Masės vienetu šioje sistemoje laikoma 9810 g masė; jis vadinamas *inerta*; masės dimensija yra $\text{m}^{-1}\text{kp s}^2$.

✓ § 11. VEIKSMO IR ATOVEIKIO DESNIS. JUDEJIMO KIEKIO ISSILAIKYMO DĖSNIS

Atlikime tokį tyrimą. Ant geležinkeliuko bėgių padėkime du suspausta spyruokle sujungtus vežimėlius, kurių masės yra m_1 ir m_2 . Atleiskime staigiai spyruoklę. Išsitiesdama ji pastums vežimėlius vienoda jėga priešingomis kryptimis, vieną kairėn, o antrą dešinėn. Kai vežimėlių masės vienodos ($m_1=m_2$), tai jie vienodu greičiu nubėgs į priešingas puses. Jei apkrausime juos nevienodai, tai mažesnės masės vežimėlis nuriedės greičiau, o didesnės masės — lėčiau, nes pagal jėgos dėsni, lygioms jėgoms veikiant, greitėjimai yra atvirkščiai proporcingi kūnų masėms. Šis tyrimas rodo, kad du sąveikojantieji kūnai visada veikia vienas antrą lygia, bet nukreipta priešinga kryptimi jėga.

Bet kuris kūnas negali veikti antro vienašališkai (visuose nagrinėjamuose reiškiniuose). Pirmojo kūno veikimas visuomet sukelia antrojo kūno atoveikį. Pavyzdžiui, padėtas ant stalo bet kuris kūnas savo svoriu slegia stalo lentą ir ją kiek deformuoja; dėl šios deformacijos pasireiškia priešinga kryptimi nukreipta stalo lentos elastingumo jėga, kuri stengiasi išlyginti tą deformaciją. Pakabintas ant siūlo svarelis įtempia jį, ir tas įtempimas sukelia siūlo elastingumo jėgą, nukreiptą prieš tempimą. Veiksma sukeltas antrines (atoveikio) jėgas vadiname *priverstinėmis jėgomis*.

Tyrimai rodo, kad veiksma yra visada lygus atoveikiui. Šią patirtį išreiškia *III Niutono mechanikos pagrindinis dėsnis*. Jis tvirtina:

du kūnai visuomet veikia vienas antrą lygia, bet nukreipta priešinga kryptimi jėga, arba veiksma $F_1 = m_1 a_1$ ir atoveikis $F_2 = m_2 a_2$ lygūs, bet nukreipti priešingomis kryptimis:

$$F_1 = -F_2.$$

Jėgos dėsnį nusakančią (9,1) lygtį galime taip išreikšti:

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = \frac{d(mv)}{dt}, \quad (11,1)$$

nes $a = \frac{dv}{dt}$. Dydį mv žymime p ir vadiname masės m kūno *judėjimo kiekiu*. Šis dydis yra vektorius; jo kryptis sutampa su greičio v kryptimi. Tada II Niutono mechanikos dėsnį galime ir taip išreikšti:

judėjimo kiekio pakitimas per laiko vienetą yra lygus veikiančiajai jėgai.

Taigi ankstesniame II dėsnio reiškime minimas judėjimo kitimas yra judėjimo kiekio pakitimas.

Suintegravę (11,1) lygtį nuo v_1 iki v_2 , turėsime:

$$m(v_2 - v_1) = p_2 - p_1 = \int_{t_1}^{t_2} F \cdot dt. \quad (11,2)$$

Dešinioji lygties pusė išreiškia veikiančios jėgos integralą laiko atžvilgiu. Jis nusako *jėgos impulsą*. Tokiu būdu,

kūno judėjimo kiekio pakitimas yra lygus tą kūną veikiančios jėgos impulsui.

Jei tarp dviejų masės m_1 ir m_2 kūnų veikia jėga F , tai pagal veiksmo ir atoveikio dėsnį $F_1 = -F_2$, taigi

$$m_1 a_1 = -m_2 a_2 \quad (11,3)$$

arba

$$m_1 a_1 + m_2 a_2 = 0. \quad (11,3a)$$

Lygties (11,3) dešinioji pusė imama su neigiamu ženklu, nes atoveikis yra priešingos krypties.

Lygtį (11,3a) galime taip išreikšti:

$$m_1 \frac{dv_1}{dt} + m_2 \frac{dv_2}{dt} = \frac{d}{dt} (m_1 v_1 + m_2 v_2) = 0, \quad (11,4)$$

taigi

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = \text{const.}$$

Pastaroji lygtis rodo, kad abiejų masių judėjimo kiekio suma išsilaiko pastovi, nes sumos išvestinė yra lygi nuliui. Jei sistemą sudarys ne dvi, bet daugiau, pvz., i — masių, tai (11, 4) lygtis teks taip parašyti:

$$\frac{d}{dt} \sum m_i v_i = 0, \text{ arba } \sum m_i v_i = \text{const.} \quad (11,4a)$$

Čia m_i ir v_i atitinkamai pažymi sistemos kūnų mases ir jų greičį. Ši lygtis išreiškia judėjimo kiekio išsilaikymo dėsnį, kuris vadinamas dar impulso dėsniu ir kurį žodžiais taip išreiškiame:

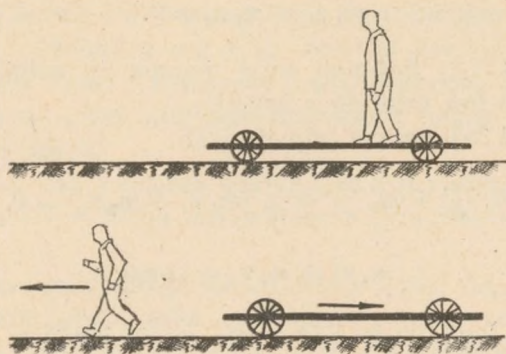
bet kurios kūnų sistemos judėjimo kiekis išsilaiko pastovus, kol tą sistemą neveikia vidinės jėgos.

Vidinėmis sistemos jėgomis vadiname tokias jos jėgas, kurios veikia tik tarp sistemai priklausančių kūnų, taigi kurios nėra sukeltos išorinių, į sistemą neįeinančių, kūnų. Išorinių jėgų neveikiamą sistemą paprastai laikome uždara. Taigi

uždaros sistemos judėjimo kiekis išsilaiko pastovus.

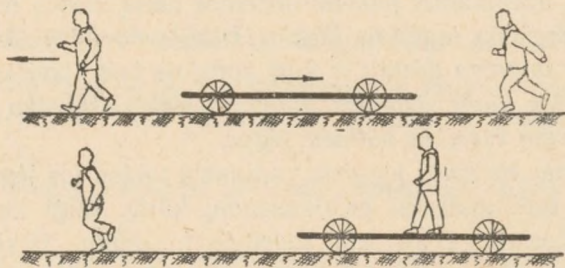
Akyliau stebėdami kasdieninio gyvenimo reiškinius, mes užtiksimė daug tokių, kurie aiškiai patvirtina šį dėsnį. Einame lengvu laiveliu, laivelis slenka priešinga linkme. Žmogus stovi nejudėdamas ilgesniuose (apie 2 m) rateliuose (19 pav.). Žmogus ir rateliai sudaro vieną nejudančią sistemą. Žmogus pradeda greitėdamas bėgti rateliais kairėn, rateliai greitėdami rieda dešinėn. Kai žmogus, pribėgęs ratelių kraštą, iššoka iš jų, nusinešdamas savąjį judėjimo kiekį, rateliai pastoviu greičiu nurieda dešinėn. Žmogaus ir ratelių judėjimo kiekiai yra lygūs,

tik nukreipti priešingomis kryptimis. Tai įsitikinama šiuo būdu. Antras žmogus, bėgdamas tuo pat greičiu, kaip pirmasis, sutinka riedančius ratelius ir išsoka į juos (20 pav.). Rateliai sustoja. Ant geležinkelio bėgių uždėjus surištus suspausta spyruoklę



19 pav.

du vežimėlius. Vieną jų apkraukime žymiai daugiau už antrąjį. Staigiai paleidus spyruoklę, antrasis mažiau apkrautas vežimėlis nuriedės greitai, o daug prikrautas tik išjudės. Arba į uždarytą



20 pav.

viename gale stiklinį vamzdelį — patrankėlę įsprauskime suspaustą spyruoklę — šovinį. Patrankėlę pakabinkime. Staigiai atleista spyruoklė išlekia iš patrankėlės, o pati patrankėlė (vamzdelis) nukrypsta priešingon pusėn.

Pastarieji du tyrimai vaizduoja atatrąką, kuri gaunama, šaunant iš šautuvo arba patrankos. Šiuo atveju vidinę jėgą sudaro sudegusios sprogstamosios medžiagos dujų slėgimas. Kol šovinis tebėra šautuvo arba patrankos vamzdyje, šis slėgi-

mas šovinį stumia pirmyn, o šautuvą arba patranką atgal. Kadangi šautuvo bei patrankos masė yra žymiai didesnė už šovinio masę, tai pabūklo atatrunkos greitis yra žymiai mažesnis. Balistinės raketos varomos raketinių, o reaktyviniai lėktuvai — reaktyvinių variklių; jų veikimas remiasi atatrunka; pastaroji gaunama labai staigiai plečiantis degimo procese susidariusioms dujoms (§ 90). Paprastai varomų reaktyvinių jėgų kūnų masė kinta, pvz., mažėja raketos arba lėktuvo kuro ištekliai.

Aprašydami kintamos masės sistemos judėjimą, jį galime aiškinti dvejopai. Galime laikyti pagrindu lygtį (11,1)

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}(m \mathbf{v}),$$

bet tada prie sistemos judėjimo kiekio pakitimo reikia pridėti atsiskiriančios masės nusineštąjį per laiko vienetą judėjimo kiekį.

Tada sistemos judėjimo lygtis taip išreiškiama:

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}(m \mathbf{v}) - \mathbf{v}_1 \frac{dm}{dt},$$

kur $\mathbf{v}_1$ — atsiskiriančios masės greitis.

Bet galime judėjimą aiškinti, laikydami pagrindu lygtį (10,1)

$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}$. Šiuo atveju turime papildomai įskaityti atatrunkos impulso jėgą, kuri yra tartum ir išorinė jėga. Tuomet judėjimo lygtis bus taip išreiškiama:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F} + \mathbf{v}_{rel} \frac{dm}{dt},$$

čia $\mathbf{v}_{rel}$ — reliatyvinis atsiskiriančios masės impulso greitis sistemos atžvilgiu.

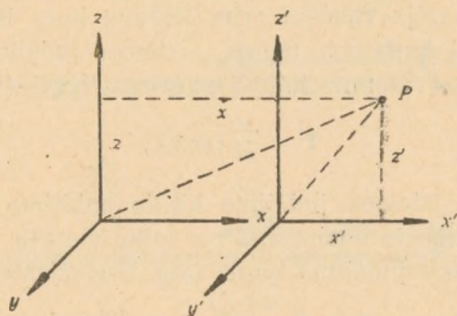
Kintamos masės kūno judėjimo teorija išveda, kad, atsiskiriant arba prisijungiant prie kūno tokio pat greičio dalelėms, reaktyvinė jėga lygi nuliui. Bet jei kūno masė kinta, atsiskiriant arba prisijungiant skirtingo greičio dalelėms, tai atsiranda papildomos jėgos: atsiskiriant dalelėms — reaktyvinė trauka, prisijungiant joms — reaktyvinė pasipriešinimo jėga.

✓ § 12. RELIATYVUMO PRINCIPAS. ATSKAITYMO IR INERCINĖ KOORDINACIŲ SISTEMA

Paprastai bet kurio kūno vieta erdvėje nustatoma kurios nors laisvai pasirenkamos koordinacių sistemos atžvilgiu; pvz., tokia sistema galime pasirinkti tyrimo laboratoriją, Žemę arba kurią

kitą vietą erdvėje. Kai du stebėtojai atlieka tokį pat tyrimą ant Žemės ir ant Marso, tai jų koordinatinių sistemų yra skirtingos ir juda tam tikru greičiu viena kitos atžvilgiu.

Paimkime dvi koordinatinių sistemas, kurių ašys yra lygiagrečios (21 pav.). Pirmąją laikykime nejudama; antroji koordinatinių sistema juda pirmosios sistemos atžvilgiu, slinkdama ašies x



21 pav.

kryptim greičiu v_1 . Pradiniu laiku ($t=0$) abiejų koordinatinių sistemų pradžios taškai sutampa. Išmatuotus dydžius antroje koordinatinių sistemoje žymėkime žymėmis su ženkliuku '. Tegu esąs taške P kūnas nejuda antrosios (žymėtosios) koordinatinių sistemos atžvilgiu; jo koordinatės šios sistemos atžvilgiu yra x', y', z' ; jos visą laiką pasilieka nekintamos. To paties kūno vietą nejudamoje koordinatinių sistemoje tam tikru laiku t nusakys koordinatės x, y, z . Pereinant nuo vienos koordinatinių sistemos prie antros, taško P koordinatės taip reikia pakeisti:

$$x = x' + v_1 t; \quad y = y' \quad \text{ir} \quad z = z'. \quad (12,1)$$

Taške P esančio kūno greitis nejudamos koordinatinių sistemos atžvilgiu yra v_v , t. y. jis lygus koordinatinių sistemos slinkimo greičiui. Tegu šis kūnas juda antrosios koordinatinių sistemos atžvilgiu v_r greičiu. Tuomet jo greitį v nejudamos koordinatinių sistemos atžvilgiu surasime, sudėję v_v ir v_r :

$$v = v_v + v_r. \quad (12,2)$$

Greitį v_v vadiname *vedamuoju*, o v_r — *reliatyviniu greičiu*. Iš lygties (12,2) turime:

$$v_r = v - v_v.$$

Jei per nykstamai trumpą laiką dt greičiai $\mathbf{v}_v$ ir $\mathbf{v}_r$ pakinta nykstamai mažais dydžiais $d\mathbf{v}_v$ ir $d\mathbf{v}_r$, tai ir greitis $\mathbf{v}$ pasikeičia taip pat nykstamai mažu dydžiu $d\mathbf{v}$:

$$\mathbf{v} + d\mathbf{v} = \mathbf{v}_v + d\mathbf{v}_v + \mathbf{v}_r + d\mathbf{v}_r.$$

Atsižvelgdami į (12,2), gauname:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d\mathbf{v}_v}{dt} + \frac{d\mathbf{v}_r}{dt};$$

$\frac{d\mathbf{v}}{dt}$ yra greitėjimas nejudamos koordinačių sistemos atžvilgiu; pažymėkime jį $\mathbf{a}$; $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$. Atitinkamai $\frac{d\mathbf{v}_v}{dt} = \mathbf{a}_v$ ir $\frac{d\mathbf{v}_r}{dt} = \mathbf{a}_r$, yra *vedamasis ir reliatyvinis greitėjimas*; tokiu būdu,

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_v + \mathbf{a}_r, \quad (12,3)$$

arba

$$\mathbf{a}_r = \mathbf{a} - \mathbf{a}_v.$$

Taške P esančio kūno judėjimą sukelia veikianti jį jėga $\mathbf{F}$. Pagal II Niutono mechanikos dėsnį $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, jei kūno masę pažymėsime m . Taigi abiejų, nejudamos ir judamos, koordinačių sistemų stebėtojai išmatuos skirtingo dydžio veikiančią kūną jėgą, nes jie stebi skirtingus kūno judėjimo greitėjimus. Tačiau sukelianti kūno judėjimą jėga yra to kūno ir aplink jį esančių kūnų savitarpio veikimo rezultatas; ji yra fizinė realybė, ir jos dydis negali priklausyti nuo to, kokių būdu mes ją matuosime ir reikšime. Iš čia seka, kad Niutono mechanikoje jėgos reiškimo formulė ($\mathbf{F} = m\mathbf{a}$) netinka visokioms sistemoms, bet tik vienai, kuria laikome mechanikoje nejudama koordinačių sistema. Tyrimai rodo, kad, taikant Niutono mechanikos dėsnius koordinačių sistemoje, nejudančioje žvaigždžių atžvilgiu, visuomet tyrimo duomenys sutampa su skaičiavimo rezultatais. Taigi šią koordinačių sistemą galime laikyti atskaitymo sistema.

Padauginę visus lygties (12,3) narius iš m , gauname:

$$m\mathbf{a} = m\mathbf{a}_v + m\mathbf{a}_r, \text{ arba } m\mathbf{a}_r = m\mathbf{a} - m\mathbf{a}_v \quad (12,4)$$

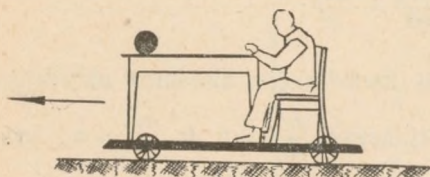
Kadangi $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, tai

$$\mathbf{F}_r = m\mathbf{a}_r = \mathbf{F} - m\mathbf{a}_v.$$

Judamos koordinačių sistemos stebėtojas kūną veikiančios jėgos išraiška laikys sandaugą jo masės iš reliatyvinio greitėjimo,

taigi $F_r = ma_r$, bet ši jėga yra dviejų, tikrai kūną veikiančios ir kai kurios — ma_v jėgos atstojamoji. Pastarąją jėgą ma_v vadiname *inercijos jėga*.

Sios jėgos veikimą patiriame šiuo būdu. Ant ratelių pastatome staliuką, ant kurio padedame rutulį (22 pav.). Vienas stebėtojas atsisėda rateliuose prie staliuko, o antras stebi iš šalies.



22 pav.



23 pav.

Traukime ratelius dešinėn greitėjimu a_1 . Rutulys nuslys nuo staliuko. Stovįs šalia ratelių nejudąs stebėtojas taip aiškins šį reiškinį. Staliuko paviršius lygus, todėl rutulį neveikia jokia jėga, ir jis pasilieka ramybėje. Antrajam, važiuojančiam rateliuose, atrodys, kad rutulys juda greitėdamas kairėn, jo greitėjimas — a_1 ; todėl jį turėtų veikti jėga — ma_1 . Toliau stebėtojas rateliuose paima vieną spyruoklės (dinamometro) galą į ranką; antrasis jos galas pririštas prie rutulio (23 pav.). Kai rateliai išjuda greitėjimu a_1 dešinėn, spyruoklė išsitempia ir jos pailgėjimą atitinka jėga ma_1 . Nejudąs stebėtojas stebi rutulio judėjimą kartu su vežimėliu, nes jį traukia spyruoklės elastingumo jėga ma_1 . Važiuojąs rateliuose stebėtojas reiškinį taip aiškins: kad rutulys nenuslystų nuo staliuko, reikia jį prilaikyti jėga ma_1 , vadinasi, jį veikia priešingos krypties jėga — ma_1 . Pagaliau, važiuojantis vežimėlyje greitėjimu a_1 stebėtojas tempia dešinėn į save rutulį greitėjimu a_2 . Tuomet spyruoklės pailgėjimą atitinka jėga $m(a_1 + a_2)$. Nejudantis stebėtojas tai taip aiškins: rutulio visas greitėjimas yra $a_1 + a_2$, todėl jį turi veikti jėga $m(a_1 + a_2)$. Sėdįs vežimėlyje stebėtojas šį reiškinį supras taip: rutulys juda greitėjimu a_2 , taigi jį turėtų veikti jėga ma_2 ; bet iš tiesų jį veikia jėga $m(a_1 + a_2)$, kuri suteikia jam tik greitėjimą a_2 . Taigi rutulį turi veikti priedinė tokia priešingos krypties jėga F_1 , kad jėgų $m(a_1 + a_2)$ ir F_1 atstojamoji būtų lygi ma_2 , vadinasi, $ma_2 = m(a_1 + a_2) +$

$+F_1$; iš čia $F_1 = -ma_1$. Ir šiuo atveju važiuojas vežimėlyje stebėtojas nustato inercijos jėgą.

Inercijos jėgos veikimas aiškiai pastebimas ir šiuo atveju. Keltuve (lifte) esąs stebėtojas spyruoklinėmis svarstyklėmis sveria masės m kūną. Prikabinus kūną, spyruoklė išsitempia ir jos pailgėjimas yra proporcingas sveriamojo kūno svoriui mg . Kylant keltui greitėjančiai aukštyn, spyruoklės pailgėjimas padidėja. Taigi šiuo atveju prie kūno svorio jėgos prisideda jo inercijos jėga ma_1 , jei kylančio keltų greitėjimas yra a_1 . Abi, svorio ir inercijos, jėgos nukreiptos ta pačia kryptimi — žemyn. Ir atvirkščiai, leidžiantis keltui greitėjančiai žemyn, spyruoklės pailgėjimas sumažėja. Šiuo atveju inercijos ir svorio jėgos nukreiptos priešingomis kryptimis. Keltui vis daugiau greitėjant, inercijos jėga didėja, spyruoklės ištempimas mažėja. Jei keltas kristų žemyn greitėjimu g , inercijos jėga būtų lygi svorio jėgai, tik nukreipta priešingon pusėn. Tada svarstyklės grįžtų į nulinę padėtį, kūnas pasidarytų nesvarus.

Inercijos jėgos veikimą juntame skrisdami lėktuvu. Lėktuvui kylant greitėjančiai aukštyn, jaučiamės slegiami prie sėdynės, lyg staigiai būtų padidėjęs mūsų svoris. Ir atvirkščiai, lėktuvui leidžiantis žemyn, lyg ir lengvesni daromės. Ypač tai juntame, kai lėktuvas, praskrisdamas vadinamąsias «oro duobes» (stačiasias oro sroves), staiga tose oro duobėse iškyla arba nukrinta keletą metrų.

Greitėjančiai judamos sistemos stebėtojas, aiškindamas judėjimą, taip pat gali taikyti II Niutono mechanikos dėsnį, tik, nustatydamas atstojamąją jėgą, prie visų kitų jėgų turi pridėti ir inercijos jėgą, nes tokioje sistemoje ji turi visai realią reikšmę. Jei sistema juda pastoviu greičiu, $\frac{d\mathbf{v}_v}{dt} = 0$, tuomet $\mathbf{F}_r = \mathbf{F}$. Tokiu būdu, inercijos jėgos stebimos tik greitėjančiai judančio stebėtojo, tiesiaiegiai ir tolygiai judamose sistemose jos neveikia.

Apskritai, dviejose koordinačių sistemose, judančiose viena antros atžvilgiu tiesiaiegiai ir tolygiai, visi mechaniniai reiškiniai vyksta visiškai vienodai. Ir jokių mechaninių procesų negalime nustatyti, kuri iš šių dviejų sistemų yra nejudama ir kuri iš jų juda tiesiaiegiai ir tolygiai. Tokias sistemas vadiname *inercinėmis* sistemomis. Jos yra lygiavertės ir bet kurią iš jų galime

parinkti nejudama. Ši išvada sudaro Galilėjaus nustatytą *reliatyvumo principą*, kuris taip išreiškiamas:

visi mechaniniai reiškiniai vyksta visai vienodai nejudamoje ir tiesiaieigiai ir tolygiai judamose koordinačių sistemose.

Iš patyrimo žinome, kaip kartais yra sunku atskirti, kuri iš dviejų sistemų tikrai juda. Kai žiūrime pro stovinčio traukinio langą į kaimyninį lėtai einantį pro šalį traukinį, labai dažnai susidaro apgaulingas įspūdis, kad mūsiškis važiuoja, o kaimyninis stovi vietoje. Arba, žiūrėdami pro kylančio lėktuvo langą, pastebime: kol lėktuvas rieda žeme, aiškiai jaučiame lėktuvą judant; bet lyg tik jis pakyla nuo žemės, atrodo, kad žemės paviršius slenka pro šalį, vis grimzdamas žemyn, o lėktuvas laikosi pakišęs ore vietoje.

Iš to viso aiškėja, kad labai mažai tesuklysimė, atskaitymo koordinačių sistema pasirinkę laboratorijos stalą. Žemė skrieja aplink Saulę elipsine orbita dideliu (apie 28 km s^{-1}) greičiu, bet jos greitėjimas yra labai mažas ir tesieka $10^{-2} \text{ cm s}^{-2}$. Todėl Žemės nueitą per kelias valandas, o tuo labiau per kelias minutes, kelią galime laikyti tiesiu, o greitį — tolygiu. Žemei sukantis aplink ašį, taip pat pasireiškia inercijos jėgų veikimas, bet jis yra tiek mažas, kad jo įtaka laboratorijose atliekamiems tyrimams iki šiol nėra nustatyta.

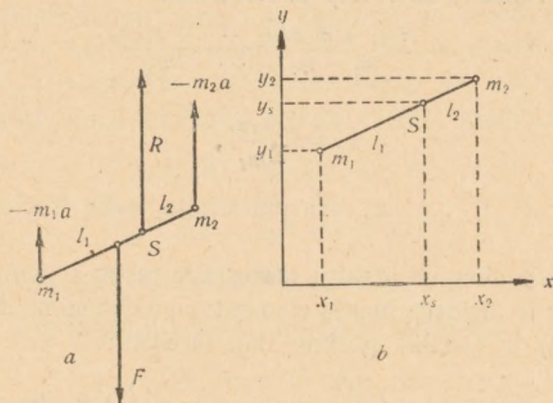
✓ § 13. MASĖS IR SVORIO CENTRAS

Bet kuris laisvai judas kūnas, jėgos F veikiamas, juda greitėdamas ir įgyja greitėjimą a ; kūnui judant greitėjančiai, kiekvieną to kūno masės elementą Δm veikia inercijos jėga $-\Delta m a$. Kūno masės elementų inercijos jėgos yra tarp savęs lygiagrečios ir nukreiptos prieš kūną veikiančiąją jėgą F . Suraskime jų atstojamąją. Pavyzdžiui, paimkime du standžiai sujungtus tarp savęs materialius taškus m_1 ir m_2 (24 pav., a). Jėgos F veikiami, jie įgauna pagreitį a . Pasireiškiančios inercijos jėgos yra lygios $-m_1 a$ bei $-m_2 a$. Šių jėgų atstojamoji R yra lygi F , tik nukreipta priešingon pusėn; jos veikimo taško S vietą nusako šis santykis:

$$m_1 a : m_2 a = l_2 : l_1 = m_1 : m_2.$$

Apskritai, jėgos F ir R sudaro jėgų dvejetą, kurio veikiamą taškų sistema sukasi. Taigi paimtieji taškai ne tik slinks, bet ir

suksis. Ir tik tuo atveju, kai jėgų F ir R veikimo taškai ir jų veikimo linijos sutampa, turėsime gryną slinkimą; vadinasi, tai bus tada, kai jėgos F veikimo taškas bus taške S . Taškas S yra tuo ypatingas, kad tik veikianti jį išorinė jėga tesukelia grynai slenkamąjį judėjimą; veikianti visus kitus kūno taškus jėga kūną verčia ne tik slinkti, bet ir suksti. Šį kūno tašką S vadiname *masės*



24 pav.

arba *svorio centru* (šis taškas yra kartu ir kūno svorio jėgos veikimo taškas). Inercijos jėgos veikimo atžvilgiu galime laikyti kūno masę sukoncentruota šiame taške.

Stačiakampėje koordinatinių sistemoje masės m_1 ir m_2 taškų koordinatės yra atitinkamai x_1, x_2 ir y_1, y_2 , o jų masės centro S — x_s ir y_s . Iš 24 pav., *b*, gauname:

$$(x_s - x_1) : (x_2 - x_s) = l_1 : l_2 = m_2 : m_1$$

ir

$$(y_s - y_1) : (y_2 - y_s) = l_1 : l_2 = m_2 : m_1.$$

Iš čia

$$x_s = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \quad \text{ir} \quad y_s = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2}. \quad (13,1)$$

Jei materialių taškų sistemą arba kūną sudaro ne du, bet daugiau, pvz., n esančių plokštumoje taškų, tai tuomet jos masės centro koordinatės taip išreiškiamos:

$$x_s = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n},$$

$$y_s = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots + m_n y_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n},$$

arba

$$x_s = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}, \quad y_s = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}. \quad (13,2)$$

O jei materialūs taškai yra paskirstyti erdvėje, tai tenka imti stačiakampių koordinatų sistemą erdvėje; tuomet prisidės ir trečioji z_s koordinatė, kuri taip išreiškiama:

$$z_s = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \dots + m_n z_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n} \quad (13,2a)$$

arba

$$z_s = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i},$$

čia $z_1, z_2, \dots, z_i, \dots, z_n$ yra materialių taškų trečioji (z) koordinatė.

Dabar paimkime ne atskirų materialių taškų sistemą, bet masės m kūną; jo atskirus masės elementus pažymėkime dm , tuomet lygtis (13,2) ir (13,2a) galime taip išreikšti:

$$x_s = \frac{1}{m} \int x \cdot dm, \quad y_s = \frac{1}{m} \int y \cdot dm \quad \text{ir} \quad z_s = \frac{1}{m} \int z \cdot dm. \quad (13,3)$$

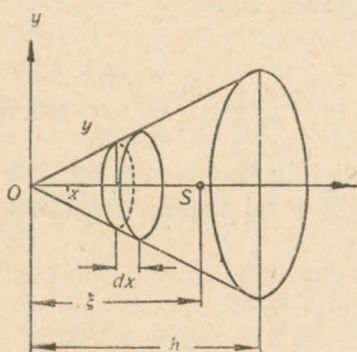
Nukelkime koordinatų sistemos pradžios tašką į patį masės centrą ($x_s = y_s = z_s = 0$), tada

$$\sum m_i x_i = \sum m_i y_i = \sum m_i z_i = 0$$

ir

$$\int x \cdot dm = \int y \cdot dm = \int z \cdot dm = 0. \quad (13,4)$$

Kai kurių geometrinių formų ir vienodo tankio kūnų masės bei svorio centro vietą lengva nustatyti, atsižvelgiant į jų masės simetrišką pasiskirstymą aplink kai kuriuos jų taškus.



25 pav.

Pavyzdžiui, tiesios atkarpos masės (bei svorio) centras yra jos viduriniame taške, kubo bei gretasienio — jų įstrižainių susikirtimo taške, pilnaavidurio arba tuščiaavidurio rutulio — jo geometriniam centre. Bet daugelio kitų taisyklingos formų kūnų masės centro vietą tenka skaičiuoti iš lygčių (13,3) arba (13,4).

Pavyzdžiui, išskaičiuokime apskrito, stataus, aukščio h kūgio masės centrą. Stačiakampių koordinatinių pradžios tašką sutapdinkime su kūgio viršūne, o ašį x nukreipkime jo geometrinės ašies kryptim (25 pav.). Masės centras tikrai bus ašyje x ($y=z=0$); jo nuotolį nuo kūgio viršūnės pažymėkime ξ . Ašiai x statmenais pjūviais padalykime kūgį į elementarius cilindrinus storio dx sluoksnius. Pasirinkime vieną tokį sluoksnį; jo koordinatės yra x ir y , jo nuotolis nuo masės centro $\xi-x$. Kūgio medžiagos tankį pažymėkime ρ ; pasirinktojo sluoksnio masė dm apytikriai lygi $\rho\pi y^2 \cdot dx$. Įstatę šiuos duomenis į lygtį (13,4), gauname:

$$\rho\pi y^2(\xi - x) \cdot dx = 0$$

arba

$$\xi y^2 \cdot dx - xy^2 \cdot dx = 0.$$

Stataus kūgio $\operatorname{tg}\varphi = \frac{y}{x} = \text{const}$. Pažymėkime $\operatorname{tg}\varphi = a$; tuomet $y = ax$; įstatę šį y reiškinių į pastarąją lygtį, turėsime:

$$\xi x^2 \cdot dx = x^3 \cdot dx.$$

Suintegravę ir įstatę ribas, gausime:

$$\xi \frac{h^3}{3} = \frac{h^4}{4},$$

iš kur

$$\xi = \frac{3}{4} h.$$

Taigi stataus kūgio masės (bei svorio) centras guli jo geometrinėje ašyje, ir jo nuotolis nuo viršūnės lygus $\frac{3}{4}$ kūgio aukščio.

Masės arba svorio centro vietą bet kuriame kūne eksperimentiškai nustatome šiuo būdu. Kūną pakabiname ant siūlo iš eilės dviejuose arba trijuose vietose ir, kai jis pakibęs pasvyra į pusiausvyros padėtį, atžymime siūlo kryptis kūne. Pažymėtos linijos susikerta viename taške — kūno masės (arba svorio) centre. Šiame taške paremtas kūnas yra pusiausvyroje.

§ 14. MASĖS IR SVORIO CENTRO JUDEJIMO ISSILAIKYMO DĖSNIS

Materialių taškų sistemos atskiri taškai nėra visai standžiai tarp savęs sujungti; veikiant sistemos vidinėms (pvz., traukos arba stumiamosioms) jėgoms, jos atskiri taškai gali paslinkti. Tuomet tokios taškų sistemos bendrasis masės (arba svorio)

centras keičia savo vietą erdvėje. Jo slinkimo greičio dedamosios koordinatinių sistemos ašių kryptimis yra:

$$v_x = \frac{dx_s}{dt} = \frac{\sum m_i \frac{dx_i}{dt}}{m}, \quad v_y = \frac{dy_s}{dt} = \frac{\sum m_i \frac{dy_i}{dt}}{m},$$

$$v_z = \frac{dz_s}{dt} = \frac{\sum m_i \frac{dz_i}{dt}}{m}, \quad (14.1)$$

čia $m = \sum m_i$.

Skaitikliai išreiškia atskirų materialių taškų judėjimo kiekio dedamųjų reikšmes koordinatinių ašių kryptimis. Pagal judėjimo kiekio išsilaikymo dėsnį, šios reikšmės pasilieka pastovios. Tokiu būdu sistemos masės centro greitis pasilieka pastovus ir nepriklauso nuo to, kaip kinta atskirų sistemos materialių taškų greičiai. Jei sistemą veikia bet kuri išorinė (pvz., svorio) jėga, tai tuomet masės centras juda taip, lyg kad jame būtų sukoncentruota visa masė. Lygtis (14,1) išreiškia vadinamąjį *masės* (arba *svorio*) *centro judėjimo išsilaikymo dėsnį*. Šis dėsnis, tik kitokia forma, nusako judėjimo kiekio išsilaikymą.

Kai iš pradžių nejudama kūnų sistema, vidinių jėgų veikiamą, subyra į atskiras dalis, tai šios taip lekia į visas puses, kad visos sistemos masės (arba svorio) centras ir toliau pasilieka nejudamas. O jei, vidinei jėgai veikiant, judama sistema subyra į atskiras dalis, tai jos dalys taip išsisklaido, kad sistemos masės centro judėjimas visai nepakinta.

Įdomią šio dėsnio iliustraciją sudaro sprogstas į skeveldras judantis sviedinys. Kol sviedinys lekia nesprogęs, jo masės centras yra sviedinio viduje ir juda paraboline trajektorija. Sviediniui sproguš, jo atskiros dalys, vidinių jėgų veikiamos, nulekia į šalis, bet jų masės centro judėjimas nepakinta, jis ir toliau lekia paraboline kreive.

§ 15 DARBAS IR ENERGIJA. GALINGUMAS

Kasdieniniame gyvenime mūsų raumenų jėgos veiklą paprastai vadiname (fiziniu) darbu.

Keldami bet kurį kūną aukštyn arba pernešdami jį iš vienos vietos į kitą, atliekame darbą. Keldami kūną, nugalime jo svorio jėgą. Kuo aukščiau iškeliame jį arba kuo sunkesnį kūną keliame, tuo atliekame didesnį darbą. Apskritai, atliktasis mechaninis dar-

bas W yra proporcingas veikiančiai jėgai F , poslinkiui l ir išreiškiamas poslinkio ir jėgos skaliarine sandauga:

$$W = F l = F l \cdot \cos (F, l), \quad (15,1)$$

arba žodžiais:

darbas yra lygus jėgos ir poslinkio vektorių skaliarinei sandaugai.

Darbas (ir energija) yra skaliarinis dydis; jį vienreiškiai nusako skaitinė reikšmė.

Keliant kūną stačiai aukštyn arba suspaudžiant elastingą spyruoklę, veikiančioji jėga yra nukreipta prieš kūno svorio arba spyruoklės elastingumo jėgą; šiuo atveju jėgos kryptis sutampa su poslinkio kryptim. Bet jeigu jėgos ir poslinkio kryptys nesutampa, tai tada, skaičiuojant jėgos atliktąjį darbą, tenka imti tik poslinkio krypties jėgos dedamąją, kuri iš tikrųjų atlieka darbą; statmenoji poslinkio kryptčiai jėgos dedamoji neatlieka jokio darbo.

Kai atliekanti darbą jėga F nėra pastovi, bet kinta, tada, skaičiuojant darbą, tenka sumuoti atliktąjį atskiruose poslinkio elementuose dl darbą, taigi

$$W = \int_0^l F \cdot dl \cdot \cos (F, l). \quad (15,2)$$

Darbo (ir energijos) dimensija yra: $[W] = g \cdot cm^2 s^{-2}$. Atliktasis darbas lygus vienetui, kai sandauga $F l = 1$, taigi, kai $F = 1$ ir $l = 1$, ir $\cos (F, l) = 1$. CGS sistemoje darbo vienetu yra darbo kiekis, kurį atlieka 1 dyn jėga 1 cm kelyje, kai poslinkio ir jėgos kryptys sutampa. Šį darbo (arba energijos) vienetą vadiname ergu (erg). Išvestiniai darbo (ir energijos) vienetai yra šie: 1 džaulis (J) arba 1 vatskundė (Ws). 1 Ws = 10^7 erg. Technikoje dažnai darbas išreiškiamas kilopondometrais (kpm), arba kilogramometrais (kGm). Tai yra darbas, kurį atliekame, pakeldami stačiai aukštyn 1 kp svorio masę 1 metrą; 1 kpm = $9,81 \cdot 10^7$ erg.

Kasdieniniame gyvenime dažniausiai atliekame darbą, įveikdami svorio arba trinties jėgas, pakeldami mases bei jas perveždami. Darbą atliekame ir keisdami kūno greitį, nes reikia nugalėti kūno inercijos jėgą — *ma*, kuri yra tuo didesnė, kuo kūno masė m ir greitis a yra didesni. Šį darbą vadiname *greitėjimo darbu*. Jei dW yra atliktasis poslinkio krypties jėgos dedamosios F_l darbas, veikiant masę m išilgai kelio elemento dl , tai

$$dW = F_1 dl = ma \cdot dl = m \frac{dv}{dt} \cdot dl = m \frac{dl}{dt} \cdot dv = mv \cdot dv, \quad (15,3)$$

nes

$$a = \frac{dv}{dt} \quad \text{ir} \quad v = \frac{dl}{dt}.$$

Jei kinta judančio kūno greičio kryptis, bet greičio reikšmė pasilieka pastovi, tai $dv=0$ ir $dW=0$. Nors pagal Niutono mechanikos dėsni tik jėga tegali pakeisti kūno judėjimą, tačiau šiuo atveju veikianti jėga neatlieka jokio darbo. Tokį atvejį turime, kūnui judant apskritimu pastoviu greičiu. Centrinė jėga neatlieka jokio darbo.

Išjudintas kūnas pats pasidaro pajėgus darbą atlikti. Šį

kūno arba kūnų sistemos pajėgumą atlikti darbą, pereinant iš vieno būvio į kitą, vadiname jų energija. Bendrai, energija yra materialaus kūno judėjimo matas.

Jei kūnas atlieka darbą, jo judėjimo greitis mažėja. Pavyzdžiui, kūno greitį galime sumažinti, sulaukydami jį elastinga spyruokle; tuomet jis suspaus ją ir atliks darbą.

Visas atvejais kūno judėjimui lėtėjant, sukuriamas darbas. Ir atvirkščiai, kūnui išjudinti arba jį pagreitinti, jam judant, turime atlikti darbą. Ir šis darbas padidina išjudinto kūno energiją, taigi sustiprina jo pajėgumą darbą atlikti.

Kiekviename judančiame kūne yra sukaupta energija, kuri reikalinga kūnui išjudinti. Judėjimą stabdant, šią energiją galime atgauti tokio pat arba kitokio pavidalo. Judančio kūno turimą energiją vadiname *judėjimo*, arba *kinetine, energija*. Ši energija priklauso nuo judančio kūno masės ir greičio. Kai kūną pagreitiname, tai greitinimo darbas yra lygus (15,3) $dW = mv \cdot dv$. Jei iš pradžių nejudantis kūnas įgyja greitį v , tai suteikta kūnui energija W , taigi jo kinetinė energija bus

$$W = \int_0^v mv \cdot dv = \frac{1}{2} mv^2. \quad (15,4)$$

Taigi turinčio masę m ir judančio greičiu v kūno kinetinė energija lygi $\frac{1}{2} mv^2$.

Išdiferencijuokime kinetinės energijos reiškinių pagal greitį v :

$$\frac{d(\frac{1}{2} mv^2)}{dv} = mv = p. \quad (15,5)$$

Kinetinės energijos išvestinė pagal greitį išreiškia judančio kūno judėjimo kiekį.

Keldami bet kurį kūną aukštyn, atliekame darbą, nugalėdami kūno svorio jėgą. Atliktasis darbas taip pat yra sukaupiamas iškeltame kūne; ir to kūno pajėgumas darbą atlikti, taigi energija padidėja, nors jis pasilieka nejudamas, tik pakeičia savo vietą erdvėje. Ir kuo aukščiau kūną iškelsime, tuo atliksime didesnę darbą, tuo daugiau padidinsime iškeltos kūno energiją. Ši energija priklauso nuo kūno vietos erdvėje, taigi nuo kūno padėties, todėl vadinasi kūno *padėties*, arba *potencialinė, energija*. Kai keliamo kūno svoris yra lygus F , ir kūną iškeliame stačiai aukštyn į aukštį h , tai atliekame darbą Fh . Vadinasi, pakėlus kūną į aukštį h , jo potencialinė energija padidėja dydžiu Fh . Apskritai, kūną veikianti jėga išreiškiama kūno masės m ir jo greitėjimo a sandauga: $F=ma$. Svorio jėgos veikiamas bet kuris laisvas kūnas krinta greitėdamas ir jo greitėjimas $g=981 \text{ cm s}^{-2}$. Jei keliamo kūno masė yra m , tai jo potencialinės energijos padidėjimą, pakėlus jį aukščiau per h , galime išreikšti taip: $Fh=mgh$.

Kūno potencialinę energiją apibrėžia ne tik galinė, bet ir pradinė kūno padėtis, nes atliktasis kūno kėlimo darbas priklauso nuo to, kiek aukštai esame iškėlę tą kūną. Ir pradinėje savo padėtyje kūnas jau turėjo tam tikrą potencialinės energijos kiekį (net kai jis esti ant Žemės paviršiaus), bet paprastai tą jo turimą potencialinę energiją laikome lygią nuliui. Reikšdami kūno potencialinę energiją, nulinės potencialinės energijos vietą galime pasirinkti visai laisvai, kadangi dažniausiai skaičiuojame ne absoliutinį tos energijos kiekį, bet tik jos kitimą, kūno padėčiai pakitus. Dažniausiai tokia nuline vieta laikome jūros lygį arba žemės paviršių.

Atliktąjį per laiko vienetą darbą vadiname *galingumu*. Jei per vienodus laikotarpius atliekamas vienodas darbas, tai galingumas P taip išreiškiamas:

$$P = \frac{W}{t}, \quad (15,6)$$

čia W yra atliktasis darbas per laiką t . Bendriausiu atveju galingumas išreiškiamas darbo ir laiko diferencialų santykiu:

$$P = \frac{dW}{dt}. \quad (15,7)$$

Taigi atliktasis per laiką t darbas

$$W = \int_0^t P \cdot dt. \quad (15,8)$$

Galingumo dimensija yra: $[P] = \text{g cm}^2 \text{s}^{-3}$. Galingumo vienetas CGS sistemoje yra $1 \frac{\text{erg}}{\text{s}}$. Išvestiniai galingumo vienetai yra šie: džaulis per sekundę (J/s), arba vatas (W), kilovatas (kW). $1 \text{ J/s} = 1 \text{ W} = 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{s}}$. $1000 \text{ W} = 1 \text{ kW}$. Technikoje galingumo vienetu laikoma arklio galia (Ph). $1 \text{ Ph} = 75 \text{ kpm}$ (arba kGm).

✓ § 16 ENERGIJOS IŠSILAIKYMO IR VIRTIMO DĖSNIS

Kaip jau minėjome, bet kurį judantį, pvz., laisvai krintantį, kūną galime sustabdyti, pastatę elastingą spyruoklę. Pastaroji bus suspausta; išsitiesdama ji atliks darbą, pvz., vėl išmes nukritusį kūną aukštyn. Suspaustoje spyruoklėje sukaupiamas darbas, ir ji pasidaro pajėgi darbą atlikti. Šis kūnų pajėgumas atlikti darbą išreiškia jų energiją. Energija yra materialių kūnų, ir, apskritai, materijos, judėjimo matas. Ji siejama su materialaus kūno arba, apskritai, materijos judėjimu. Kadangi judėjimas yra materijos būties forma, tai energija yra sukaupta materialiniuose kūnuose; kiekvienas materialus kūnas turi didesnę arba mažesnę energijos kiekį. Negali būti materijos be energijos ir energijos be materijos.

Nustatyta, kad įvairios materijos judėjimo formos gali virsti viena kita, griežtai išlaikant tam tikrus kiekybinius santykius. Atitinkamai įvairias kokybiškai skirtingas materijos judėjimo formas ir energija gali būti įvairios formos, arba rūšies; turime mechaninę, šiluminę, elektrinę, magnetinę, elektromagnetinę, atominę, spinduliavimo, cheminę ir t. t. energiją.

Patirtis rodo, kad energija, kaip ir judėjimas, nepranyksta ir iš nieko neatsiranda. Sukaup tą bet kuriame kūne darbą, kuris padaro kūną pajėgiu atlikti darbą, galime atgauti; tiktai reikia tinkamai panaudoti kūno pajėgumą darbą dirbti. Mechaninio darbo atveju, ypač kai neturime trinties, sukaup tasis kūne darbas yra lygus jo atliktajam darbui. Taigi bent mechaniniuose reiškiniuose darbas, arba energija, nepranyksta ir negali atsirasti iš nieko.

Kad materija ir judėjimas, taigi ir energija, neišnyksta ir iš nieko neatsiranda, jau 1759 m. skelbė M. Lomonosovas. Tačiau to laiko mokslininkai neskyrė tinkamo dėmesio šiam jo paskelbtam energijos ir materijos išsilaikymo dėsniui. Ir tik visu šimtmečiu vėliau energijos išsilaikymo dėsnis vėl iškeliamas aikštėn. XIX šimtmetyje R. Mejerio, Rumfordo, Džaulio, Helmholco ir kitų atliktieji darbai žymiai išplėtė energijos sąvoką, įrodydami, kad mechaninis darbas yra tik atskiros rūšies energija, kuri gali virsti kitos rūšies, pvz., šilumine, elektrine, spinduliavimo ir t. t., energija. Ir tam tikram bet kurios rūšies energijos kiekiui kintant į kitokios rūšies energiją, visuomet gaunamas tam tikras pastovus naujos rūšies energijos kiekis. Pavyzdžiui, nykstant mechaniniam darbui, visada atsiranda tam tikras kitos rūšies energijos kiekis. Energijos išsilaikymo ir virstimo dėsnis tinka visiems fizikos reiškiniams ir, apskritai, visiems gamtoje vykstantiems procesams; jis yra bendriausias fizikos ir visos gamtos reiškinų dėsnis, dažnai vadinamas *energijos principu*:

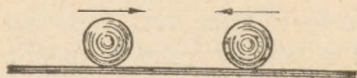
energija nei išnyksta, nei atsiranda iš nieko; tik vienos rūšies energija tam tikru pastoviu santykiu gali virsti kitos rūšies energija.

✓ § 17. ELASTINGI IR NEELASTINGI (PLASTINIAI) SMUGIAI

Energijos ir judėjimo kiekio išsilaikymo dėsnius labai ryškiai pavaizduoja dviejų kūnų smūgiai.

Turime dviejų rūšių smūgius: elastingus, arba 1-os rūšies, ir neelastingus, arba 2-os rūšies (plastinius). Elastिंगai susismogia du visai elastingi, pvz., plieniniai rutuliai; smūgio momentu jie deformuojami, bet deformacija tuoj vėl atsistato; rutuliai atšoka vienas nuo antro. Neelastingai susismogia plastiniai kūnai, pvz., plastelino arba vaško rutuliai; jie susismogę deformuojasi ir sudaro lyg ir vieną kūną ir po to abu kartu tęsia tolimesnį kelią.

Smūgio metu susismogiančių kūnų kinetinės energijos dalis virsta kitos rūšies, pvz., šilumine, garso bei deformacijos, energija. Kūnai nustoja daugiausiai kinetinės energijos, kai įvyksta 2-os rūšies smūgis; 1-os rūšies smūgio metu tik labai nedidelė kinetinės energijos dalis virsta kitokios rūšies energija. Bet,



26 pav.

apskinitai, po smūgio kūnų kinetinė energija yra mažesnė, kaip prieš smūgį, ir tik idealiu atveju, kai kūnai yra idealiai elastingi, jų kinetinė energija nepasikeičia.

1. Elastingas smūgis. Panagrinėkime dviejų elastingų rutulių centrinį smūgį: rutuliai rieda tiese vienas prieš antrą (26 pav.). Prieš smūgį ir po jo rutulių judėjimo kiekis ir jų kinetinė energija išsilaiko nepakitę. Rutulių masės yra m_1 ir m_2 , o jų greitis prieš smūgį v_1 ir v_2 , po smūgio u_1 ir u_2 . Taikykime energijos ir judėjimo kiekio išsilaikymo dėsnius:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 &= \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \\ \text{ir} \quad m_1 v_1 + m_2 v_2 &= m_1 u_1 + m_2 u_2. \end{aligned} \quad (17,1)$$

Iš šių dviejų lygčių gauname:

$$u_1 = \frac{v_1 (m_1 + m_2) - 2m_2 (v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}, \quad u_2 = \frac{v_2 (m_2 + m_1) + 2m_1 (v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}. \quad (17,2)$$

Tegu abiejų rutulių masės yra lygios ($m_1 = m_2$), antrasis rutulys prieš smūgį nejuda ($v_2 = 0$); tada po smūgio $u_1 = 0$ ir $u_2 = v_1$. Šiuo atveju pirmasis rutulys sustoja, o antrasis nurieda pirmojo greičiu. Arba, kai $m_2 > m_1$ ir $v_2 = 0$, tai $u_1 = -v_1$ ir $u_2 = 0$, pirmasis rutulys, atšokęs nuo didelės nejudamos masės, rieda pradiniu greičiu, tik priešinga kryptim.

2. Neelastingas smūgis. Jei rutuliai nėra elastingi, tai po smūgio jie toliau judės kartu vienu greičiu. Šiuo atveju judėjimo kiekio išsilaikymo dėsnį išreiškiame šia lygtim:

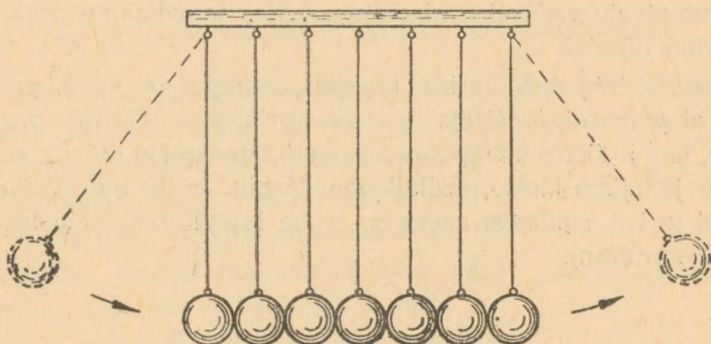
$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u; \quad (17,3)$$

iš čia

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}. \quad (17,4)$$

Jei $m_1 = m_2 = m$ ir $v_2 = 0$, tai tuomet $u = \frac{v_1}{2}$. Kinetinė rutulių energija prieš smūgį $E_k = \frac{1}{2} m v_1^2$, o po smūgio $E_k = \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot \left(\frac{1}{2} v_1\right)^2 = \frac{1}{4} m v_1^2$. Šiuo atveju pusė rutulių kinetinės energijos virsta kitos rūšies energija. Kūnų smūgių aiškinimas parodo, kokią didelę reikšmę turi bendrieji mechanikos principai. Kalbamuoju atveju energijos ir judėjimo kiekio išsilaikymo dėsniai visiškai nusako fizikinio reiškinių eigą.

Rutulių smūgių aiškinimo išvadas galime patikrinti, paritinę du metalinius arba medinius rutulius vienas prieš antrą arba paritinę rutulį į sieną. Smūgių eigą galime stebėti ir šiuo prietaisu (27 pav.). Prie viršutinio rėmų skersinėlio bifiliariškai (dvigubu siūlu) prikabinti elastingi (iš dramblio kaulo) vienodo dydžio keli rutuliai taip, kad jie vienas kitą tik liečia. Atitraukę kraštinį rutulį, paleiskime. Jis susiduria su kaimyniniu rutuliu. Smūgis perduodamas per visus rutulius iki antro kraštinio, kuris atšoka tiek pat, kiek buvo atitrauktas pirmasis rutulys. Jei antrojo



27 pav.

kraštinio rutulio masė yra mažesnė, tai jo nukrypimas bus didesnis. Neelastingų rutulių smūgius galima gauti prie rutulių pilipdžius smūgio vietoje nedidelį plastinės (pvz., plastelino) medžiagos gabalėlį.

Smūgių reiškiniai turi didelę reikšmę dujų kinetinėje teorijoje. Atomai bei molekulės dujose visą laiką juda, visą laiką susismogia tarp savęs; atomų bei molekulių smūgiai yra dviejų rūšių: elastingi ir neelastingi smūgiai. Vykstant neelastingiems, arba 2-os rūšies smūgiams, beveik visa atomų kinetinė energija virsta kitos rūšies (jonizacijos, spinduliavimo ir t. t.) energija.

Apskritai imant, molekulių bei atomų smūgiai vyksta anksčiau aprašytu būdu. Skirtumas yra tik šis. Rutuliai veikia vienas antrą tik tiesiogiai palietę vienas kitą, o šiaip jie juda tiesiaiegiai ir tolygiai, neveikiami jokios jėgos. Tarp atomų bei molekulių veikia traukos arba atstūmimo jėgos; tai priklauso nuo jų savitarpio nuotolio. Kol nuotolis tarp jų yra didelis, tos jėgos yra labai mažos, ir atomai bei molekulės juda kaip tie rutuliai. Jiems

suartėjus, atstūmimo jėga padidėja. Atomų bei molekulių atveju smūgis prasideda, dar nesuartėjus jiems iki «tiesioginio lietimosi», ir tęsiasi, kol jie yra savitarpių jėgų veikimo srityje. Tokių smūgių atveju atomai ir molekulės nesuartėja iki jų «tiesioginio lietimosi»; jie tik įeina į savitarpių (stumiamųjų arba traukiamųjų) jėgų veikimo sritį ir, šių jėgų veikiami, pakeičia savo judėjimo kryptį ir greitį, o išėję vėl už jėgų veikimo ribos, juda tiesiaiegiai ir tolygiai. Bet ir tada užtenka žinoti pradinį būvį ir smūgio elastingumą, kuris nurodo, kiek atomai ir molekulės netenka energijos per smūgį, kad galima būtų nusakyti būvį po smūgio. Ir šiuo atveju visiškai išlaikomi energijos ir judėjimo kiekio išsilaikymo dėsniai.

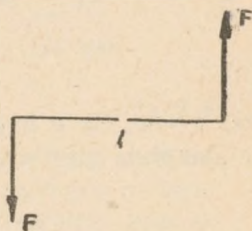
Necentrinių, bet kurios krypties, smūgių reiškiniai yra jau žymiai painesni, todėl čia jų ir nenagrinėsime. Tik tiek pastebėsime, kad ir šiems smūgiams nusakyti užtenka šių dviejų, energijos ir judėjimo kiekio, išsilaikymo dėsnių. Ir tik tuo atveju, kai kūnai turi ir sukimosi energiją, tenka taikyti sukamojo impulso išlaikymo dėsnių.

IV SKYRIUS

SUKAMASIS JUDEJIMAS

§ 18. JĖGŲ DVEJETAS. SUKAMASIS MOMENTAS

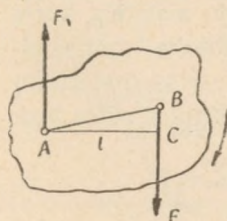
Imkime dvi lygiagrečias, lygias, nukreiptas priešingomis kryptimis ir veikiančias kūną ne vienoje tiesėje jėgas (28 pav.). Tokios dvi jėgos neturi atstojamosios; jos suka veikiamąjį kūną, nesukeldamos slinkimo. Tokią jėgų konfigūraciją vadiname *jėgų dvejetu*, o statmeną nuotolį tarp jėgų krypčių — *dvejeto petim*. Jėgų dvejeto peties l ir jėgos F vektorinę sandaugą vadiname *dvejeto statiniu*, arba *sukamoju momentu* M . Taigi



28 pav.

$$M = [lF]. \quad (18,1)$$

Sukamasis momentas yra vektorius. Jo absoliutinė reikšmė yra lygi $lF \cdot \sin (l, F) = lF$, nes šiuo atveju l ir F sudaro statų kampą;



29 pav.

$(l, F) = \frac{\pi}{2}$. Sukamąjį momentą vaizduojame atkarpa, kurios ilgis yra proporcingas M moduliui; ji statmena jėgų dvejeto (F ir l) plokštumai ir nukreipta tokia kryptimi, kad, ta kryptimi žiūrint, sukimasis vyktų laikrodžio rodyklės sukimosi kryptimi. Sukamojo momento dimensija yra: $[M] = [l] [F] = g \text{ cm}^2 \text{ s}^{-2}$. Sukamieji momentai sudedami pagal vektorių sudėties taisykles.

Kūnas yra pritvirtintas prie ašies, einančios pro tašką A , ir taške B jį veikia jėga F (29 pav.), kuri guli statmenoje ašiai plokštumoje. Kai jėga F veikia įtvirtintą kūną, ašyje atsiranda

priverstinė atoveikio jėga F_1 , kuri lygi jėgai F , bet nukreipta priešinga kryptimi. Tokiu būdu susidaro jėgų dvejetas, kuris sukelia kūno sukimąsi aplink ašį A . Sukamasis momentas yra lygus $[lF]$, čia l yra jėgos F statmenas nuotolis nuo sukimosi ašies — *jėgos petys*.

Kelių jėgų dvejetų veikiamas kūnas yra pusiausvyroje, kai jėgų dvejetų atstojamasis sukamasis momentas yra lygus nuliui. Jei kūną veikia du jėgų dvejetai, tai jis bus pusiausvyroje tada, kai jų sukamieji momentai yra lygūs ir nukreipti priešinga kryptim.

V § 19. INERCIJOS MOMENTAS

Kai esantį nuotolyje l nuo kai kurios pastovios ašies materialų masės m tašką veikia jėga F , tai jis sukasi greitėdamas aplink šią ašį apskritimu. Jo greitėjimas yra

$$a = l \frac{d\omega}{dt},$$

nes $v = l\omega$; čia v ir ω yra atitinkamai materialaus taško tiesinis ir kampinis greitis. Jėgos sukeltas sukamasis momentas

$$M = ml^2 \frac{d\omega}{dt}. \quad (19,1)$$

Dydį ml^2 vadiname masės m taško *inercijos momentu* atžvilgiu ašies, nutolusios l cm, ir žymime I . Taigi

$$I = ml^2 \text{ g cm}^2. \quad (19,2)$$

Kai turime ne vieną materialų tašką, bet visą jų sistemą, kurią sudaro masės m_1, m_2, m_3 ir t. t. taškai, o jų nuotoliai nuo sukimosi ašies atitinkamai yra l_1, l_2, l_3 ir t. t., tai tokios materialių taškų sistemos inercijos momentas I atžvilgiu sukimosi ašies bus:

$$I = m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2 + m_3 l_3^2 + \dots = \sum m_i l_i^2$$

arba, kai sistemos taškų masė dm yra nykstamai mažėjanti, tai

$$I = \int l^2 \cdot dm. \quad (19,3)$$

Tegu bet kuris kūnas sukasi aplink ašį, einančią pro tašką O ir statmeną 30 pav. plokštumai. Išveskime pro kūno masės (ar-

ba svorio) centrą S antrą ašį, lygiagrečią sukimosi ašiai. Jos nuotolis nuo pirmosios ašies $OS=l$. Paimkime taške R kūno masės elementą Δm . Jo nuotolis nuo S yra $RS=l_0$, o nuo O yra $RO=l_1$. Prateškime OS ir iš R nuleiskime statmenį RP į PO . SP pažymėkime x , RP — y . Tada kūno inercijos momentas I atžvilgiu einančios pro O ašies bus:

$$I = \Sigma \Delta m \cdot l_1^2 = \Sigma \Delta m [(l+x)^2 + y^2] = l^2 \Sigma \Delta m + \Sigma \Delta m \cdot l_0^2 + 2l \Sigma \Delta m \cdot x,$$
 nes $l_1^2 = (l+x)^2 + y^2 = l^2 + 2lx + x^2 + y^2$; bet $x^2 + y^2 = l_0^2$, todėl $l_1^2 = l^2 + l_0^2 + 2lx \cdot \Sigma \Delta m$ reiškia visą kūno masę m , $\Sigma \Delta m \cdot l_0^2$ — jo inercijos momentą I_0 atžvilgiu ašies, einančios pro masės centrą S . $\Sigma \Delta m \cdot x = 0$ pagal masės centro nusakymą (13,4). Tokiu būdu,

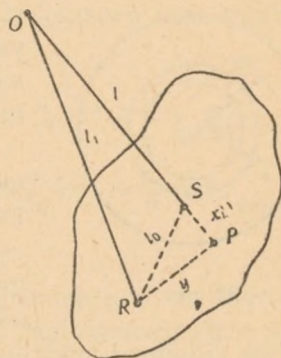
$$I = I_0 + ml^2; \quad (19,4)$$

ml^2 išreiškia esančios svorio centre S masės m inercijos momentą atžvilgiu ašies, einančios pro O . Taigi *kūno inercijos momentas I atžvilgiu bet kurios ašies yra lygus sumai inercijos momento I_0 atžvilgiu lygiagrečios ašies, einančios pro masės (arba svorio) centrą, ir inercijos momento ml^2 , kurį kūnas turėtų atžvilgiu sukamosios ašies, jei jo masė būtų sukoncentruota jo masės centre.*

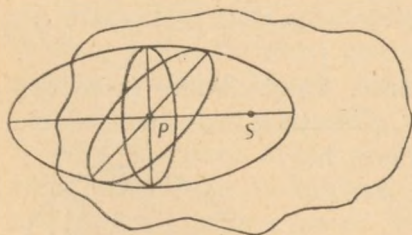
Lygtis (19,4) rodo, kad kūno inercijos momentas yra mažiausias, kai jis sukasi aplink ašį, einančią pro svorio centrą, nes tuomet $l=0$.

Lygtis (19,4) rodo, kad kūno inercijos momentas yra mažiausias, kai jis sukasi aplink ašį, einančią pro svorio centrą, nes tuomet $l=0$.

Paimkime kūne arba jo išorėje tašką P ir pro jį išveskime bet kurios krypties ašį (31 pav.). Kūno inercijos momentas tos ašies atžvilgiu bus I . Kūno inercijos momentas kiekvienos išvestos pro P ašies atžvilgiu turės skirtingą dydį. Tose pro P išvestose ašyse atidėkime dydžius $\frac{1}{I}$. Gautieji taškai sudarys elipsoidinį paviršių, vadinamą *inercijos elipsoidu*. $\frac{1}{I}$ turi didžiausią reikšmę,



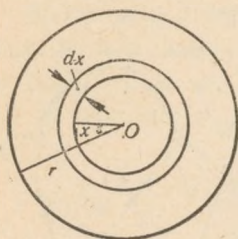
30 pav.



31 pav.

viršių, vadinamą *inercijos elipsoidu*. $\frac{1}{I}$ turi didžiausią reikšmę,

kai ašis eina pro masės centrą. Toltant sukimosi ašiai nuo masės centro, $\frac{1}{I}$ mažėja. Kūno inercijos momentas atžvilgiu elipsoi-
do ilgosios ašies yra mažiausias, o atžvilgiu trumposios — di-
džiausias. Kai P yra masės centre, elipsoido ilgąją, trumpąją ir



32 pav.

statmenąją šiom dviem ašim trečiąją ašį vadiname *vyriausiomis kūno inercijos ašimis*, o jas atitinkančius inercijos momentus — *vyriausiais inercijos momentais*.

Geometrinės formos kūnų inercijos momentus galime išskaičiuoti. Išskaičiuokime inercijos momentą vienalyčio cilindro, kurio radiusas yra r , aukštis h ir jo medžiagos tankis ρ , atžvilgiu jo geometrinės ašies. Koaksialiu centriniu piūviu padalykime cilindrą į apskritus elementarinius žiedelius (32 pav.). Paimekime vieną tokį žiedelį x nuotolyje nuo ašies; jei jo storis yra dx , tai jo masė bus apytikriai lygi $2\pi x h \rho \cdot dx$, o jo inercijos momentas dI atžvilgiu jo geometrinės ašies bus taip išreiškiamas:

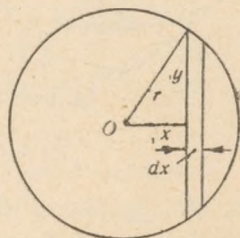
$$dI = 2\pi h \rho x^3 \cdot dx.$$

Suintegravę šį reiškinių nuo $x=0$ iki $x=r$, gausime viso cilindro inercijos momentą I jo geometrinės ašies atžvilgiu:

$$I = \int_0^r 2\pi h \rho x^3 \cdot dx = 2\pi h \rho \int_0^r x^3 \cdot dx = 2\pi h \rho \frac{r^4}{4} = \frac{1}{2} m r^2, \quad (19,5)$$

nes $\pi r^2 h = m$ išreiškia cilindro masę. Taigi cilindro (arba skritulio), kuris sukasi aplink savo geometrinę ašį, inercijos momentas yra lygus to paties radiuso, bet du kartus mažesnės masės žiedo inercijos momentui.

Panašiai išskaičiuojame ir rutulio inercijos momentą atžvilgiu ašies, einančios pro jo centrą. Statmenais sukimosi ašiai piūviais padalykime rutulį į storio dx skridinėlius (33 pav.). Pasirinkime vieną tokį skridinėlį, kurio radiusas yra y , nuotolis nuo centro — x . Jo masė apytikriai išreiškiama taip: $dm = \pi \rho y^2 \cdot dx$, čia ρ yra medžiagos tankis. To skridinėlio inercijos momentas atžvilgiu sukimosi ašies



33 pav.

$dI = \frac{1}{2} y^2 \cdot dm = \frac{1}{2} \pi \rho y^4 \cdot dx$. Bet $y^2 = r^2 - x^2$, jei r — rutulio radiusas. Tokiu būdu,

$$dI = \frac{1}{2} \pi \rho (r^2 - x^2)^2 \cdot dx.$$

Suintegravę šį reiškinių nuo $-r$ iki $+r$, gausime viso rutulio inercijos momentą I :

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2} \pi \rho \int_{-r}^{+r} (r^2 - x^2)^2 \cdot dx = \frac{1}{2} \pi \rho \int_{-r}^{+r} (r^4 - 2r^2 x^2 + x^4) \cdot dx = \\ &= \frac{1}{2} \pi \rho \left[r^4 x - \frac{2}{3} r^2 x^3 + \frac{1}{5} x^5 \right]_{-r}^{+r} = \frac{8}{15} \pi r^5 \rho = \frac{2}{5} m r^2, \quad (19,6) \end{aligned}$$

nes $\frac{4}{3} \pi r^3 \rho = m$ yra rutulio masė.

Netaisyklingos formos kūnų inercijos momentus matuojame eksperimentiškai iš sukamųjų svyravimų. Matuojamąjį kūną parrišame ant vielos ir užsukame (34 pav.). Paleistas kūnas svyruoja. Tų svyravimų periodas T išreiškiamas taip (32,2):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}, \quad (19,7)$$

čia I yra matuojamojo kūno inercijos momentas atžvilgiu sukimosi ašies, D — vielos elastingųjų jėgų kreipiamasis momentas, kuris suka svyruojančią sistemą į pusiausvyros padėtį, išskaičiuotas pasukimo kampo vienetui.

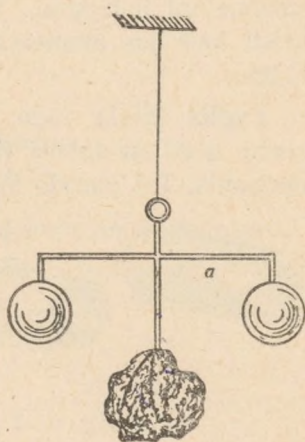
Dažniausiai kreipiamasis momentas D nėra žinomas, dėl to prie tiriamojo kūno prikabiname nuotolyje a geometrinės formos priedines mases, kurių inercijos momentą I_1 atžvilgiu sukamosios ašies galime lengvai išskaičiuoti, ir nustatome naują svyravimo periodą T_1 :

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I + I_1}{D}}. \quad (19,8)$$

Iš lygčių (19,7) ir (19,8), eliminavę D , randame I :

$$\left(I = \frac{I_1 T^2}{T_1^2 - T^2} \right) \quad (19,9)$$

Šiuo būdu galime nustatyti bet kurios formos kūno inercijos momentą.



34 pav.

✓ § 20. PAGRINDINĖ SUKAMOJO JUDEJIMO LYGTIS

Veikdama esantį nuotolyje r nuo sukimosi ašies materialų masės m tašką jėga F sukelia sukamąjį momentą

$$M = mr^2 \frac{d\omega}{dt},$$

nes $F = ma = mr \frac{d\omega}{dt}$. Pakeitę mr^2 dydžiu I (19,2), M galėsime taip išreikšti:

$$M = I \frac{d\omega}{dt}. \quad (20,1)$$

Pastaroji lygtis yra *pagrindinė sukamojo judėjimo lygtis*. Palyginę ją su jėgos lygtimi $F = ma$, nustatome, kad jos yra vienodai sudarytos. Taigi II Niutono mechanikos dėsnį galime taikyti ir sukamajam judėjimui. Tik pastarąjį reiškiant, masę reikia pakeisti inercijos momentu, o tiesinį greitėjimą — kampiniu greitėjimu.

Lygtis (20,1) rodo, kad to paties sukamojo momento veikiami greičiau sukasi tie kūnai, kurių inercijos momentas yra mažesnis. Tai parodo šis tyrimas. Paleiskime riedėti nuožulnia



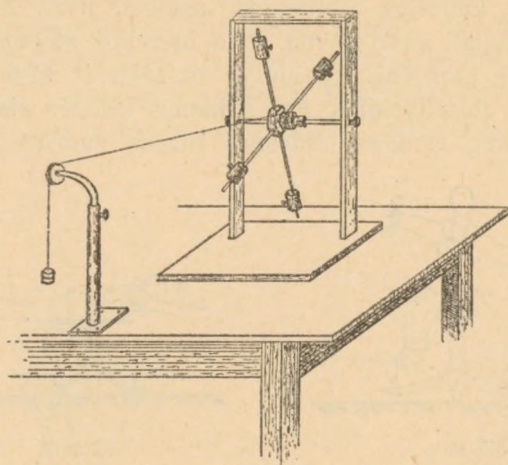
35 pav.

plokštuma du vienodo dydžio ir lygios masės cilindrinis kūnus (35 pav.). Vienas jų medinis pilnaviduris, o antras metalinis tuščiaviduris. Pilnaviduris cilindras nuriedės greičiau už tuščiavidurį, nors juos

abu veikia tokio pat dydžio sukamieji momentai. Taigi tuščiaviduris, taip atrodo, turi didesnę inercijos masę už pilnavidurį cilindrą. Tuščiaviduris cilindras turi didesnę inercijos momentą savo geometrinės ašies atžvilgiu už pilnavidurį, nes jo masė yra toliau nuo sukimosi ašies. Pakabintas viela išilgai geometrinės ašies ir užsuktas, tuščiaviduris cilindras lėčiau svyruoja už pilnavidurį.

Krijelis turi keturias šakas (36 pav.), kuriomis stumdami slankioja krovinių. Juos galime pritvirtinti ir arčiau, ir toliau nuo sukimosi ašies. Krijelis sukamas krintančio svarelįo. Nukritęs tam tikrą aukštį, svarelis įsuka krijelį greičiau, kai krovini-

nėliai yra arčiau prie sukimosi ašies, nes tuomet krijelio inercijos momentas yra mažesnis.



36 pav.

✓ § 21. SUKINYS IR SUKAMASIS IMPULSAS. SUKINIO ISSILAIKYMO DĖSNIS

Jei besisukančio kūno arba kūnų sistemos inercijos momentas kinta, tai sukamojo judėjimo pagrindinę lygtį (20,1) tenka taip išreikšti:

$$M = \frac{d(I\omega)}{dt}.$$

Padauginame abi šios lygties puses iš dt ; tada gausime:

$$M \cdot dt = d(I\omega). \quad (21,1)$$

Vektorinį dydį $M \cdot dt$ vadiname kūno arba kūnų sistemos *sukamujo impulsu*, arba *impulso momentu*; jis atitinka jėgos impulsą $F \cdot dt$. Dydis $I\omega$ išreiškia sistemos *judėjimo kiekio momentą*, arba *sukinį*.

Kai $M=0$, tai ir $d(I\omega)=0$; tada

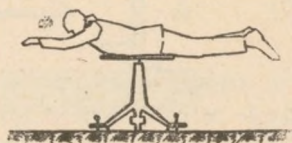
$$I\omega = \text{const.} \quad (21,2)$$

Kai kūnų sistemos neveikia joks sukamasis momentas, tai jos sukinyms pasilieka visą laiką pastovus. Taigi tokia kūnų sistema

arba visai nesisuka ($\frac{d\varphi}{dt} = \omega = 0$), arba ji visą laiką sukasi pastoviu kampiniu greičiu ω , jei jos inercijos momentas nekinta. Kai sistemos inercijos momentas keičiasi, pvz., besisukdama sistema gali keisti savo formą, tada inercijos momentui I didėjant, sistemos kampinis greitis ω mažėja, ir atvirkščiai. Tai aiškiai parodo toks tyrimas. Ant sukamos kėdelės atsisėda žmogus, laikydamas rankose didesnės masės svorius (37 pav.).



37 pav.



38 pav.

Kėdelė įsukama. Kai žmogus rankas išskečia į šalis, jo sukimosi greitis sumažėja, o kai jis rankas suglaudžia, prispausdamas jas prie krūtinės, greitis padidėja. Taip yra todėl, kad pirmuoju atveju žmogaus inercijos momentas padidėja, o antruoju — sumažėja. Arba žmogus atsigula ant kėdelės (38 pav.) ir ši įsukama nedideliu kampiniu greičiu. Kai besisukdamas žmogus atsisėda kėdelėje, sukimosi greitis padidėja 2—3 kartus, kadangi tuomet sumažėja sistemos inercijos momentas.

Judėjimo kiekio išsilaikymo dėsnis tvirtina, kad, kol bet kurią sistemą teveikia tik vidinės jėgos, jos judėjimo kiekis nekinta. Bet tuo atveju pasilieka pastovus ne tik sistemos judėjimo kiekis, bet ir jos judėjimo kiekio momentas, arba sukinys.

Lygtį (20,1) galime taip pertvarkyti:

$$M = I \frac{d\omega}{dt} = mr^2 \frac{d\omega}{dt} = mr \frac{d(r\omega)}{dt} = mr \frac{dv}{dt} = r \frac{d(mv)}{dt}.$$

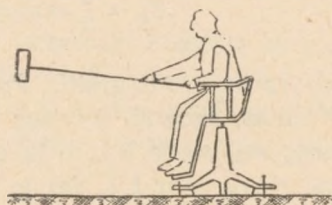
Kol sistemą veikia tik vidinės jėgos, $\frac{d(mv)}{dt} = 0$ ir $mv = \text{const}$ (11,4), taigi tuo atveju ir $M = 0$. Tuomet (21,1) $I\omega = \text{const}$. Bet kuriai sistemai tinka ir sukinio išsilaikymo dėsnis, kurį galime taip nusakyti:

sistemos sukinys pakinta tik išorinėms jėgoms veikiant; bet jei sistemą teveikia tik jos vidinės jėgos, tai jos sukinys visą laiką pasilieka nepakitęs.

Sistemos sukinio išsilaikymą parodo šie tyrimai. Ant suka-
mos kėdelės atsisėda žmogus, laikydamas rankoje vilkelį, kurio
ašis eina stačia kryptim (39 pav.). Šiam tyrimui paprastai
imamas dviračio ratas, aplenkta sunkiu švininiu ratlankiu.
Iš pradžių visos (žmogaus ir rato) sistemos sukinys lygus nuliui.
Žmogus įsuka ranka ratą priešinga laikrodžio rodyklės sukimosi
kryptim. Tuo pat metu jis pats pradeda suktis laikrodžio rodyklės



39 pav.



40 pav.

sukimosi kryptim. Žmogus sulaiko rato sukimąsi, prispausdamas
ratlankį prie krūtinės. Tuomet ir jis sustoja sukęsis. Jei tą patį
tyrimą žmogus atlieka, pasukęs rato sukimosi ašį gulsčiai, jis
pasilieka rimtyje, nes kėdelė tegali suktis tik aplink stačiąją ašį.

Sėdinčiam sukamoje kėdelėje žmogui kaimynas perduoda
įsuktą dviračio ratą, kuris sukasi aplink stačiąją ašį. Žmogus
pasilieka rimtyje, nes, perduodant jam ratą, buvo perduotas
sistamai ir sukinys. Žmogus pakeičia rato sukimosi kryptį, per-
sukdamas rato ašį 180° ; tuomet jis pats pasisuka. Persukęs atgal
ašį, jis vėl atsisuka į pirminę padėtį. Jei jis grąžina ratą iš šalies
stovinčiam kaimynui, atiduodamas tuo pačiu ir sukinį, pats vėl
pasilieka rimtyje.

Arba sėdįs sukamoje kėdelėje žmogus paima į rankas ant
ilgo koto pamautą plaktuką (40 pav.). Jis plaktuką kreipia guls-
čioje plokštumoje viena kuria kryptim, tuo pat metu jis pats
pasisuka priešinga kryptim. Kai jis plaktuką grąžina į išeities
vietą, jis pats atsisuka atgal. Kai žmogus iškelia plaktuką stačiai
aukšty, arba nuleidžia jį, vadinasi, pakreipia jį 90° stačioje
plokštumoje, jis pasilieka rimtyje, nes kėdelė tegali suktis tik
aplink stačiąją ašį. Iškeldamas plaktuką bei nuleisdamas jį jau

pirminėje stačioje plokštumoje, jis gali gražinti jį į išeities vietą gulsčioje plokštumoje, pats nebeatsisukdamas atgal. Taip veikdamas plaktuku, žmogus gali apsisukti aplink stačiąją ašį.

Sie visi anksčiau aprašytieji tyrimai parodo, kad, kol sistema tėra veikiamą jos vidinių jėgų, jos judėjimo kiekio (mechaninis) momentas, arba sukiny, pasilieka pastovus.

§ 22 SUKIMOSI (ROTACIJOS) ENERGIJA

Kai masės m taškas skrieja radiuso r apskritimu pastoviu greičiu $v=r\omega$, tai jo kinetinė energija:

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m r^2 \omega^2 = \frac{1}{2} I \omega^2, \quad (22,1)$$

čia ω yra kampinis greitis, $I=mr^2$ — inercijos momentas. Jei sukasi kūnas, sudėtas iš visos eilės materialių taškų, kurių masė yra m_1, m_2, m_3 ir t. t., o jų nuotoliai nuo sukimosi ašies atitinkamai r_1, r_2, r_3 ir t. t., tai jo kinetinė energija taip išreiškiama:

$$E_k = \frac{1}{2} (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots) \omega^2 = \frac{\omega^2}{2} \sum m_i r_i^2 = \frac{1}{2} I \omega^2,$$

kadangi

$$\sum m_i r_i^2 = I;$$

arba

$$E_k = \frac{\omega^2}{2} \int r^2 dm = \frac{1}{2} I \omega^2. \quad (22,2)$$

Taigi besisukančio kūno kinetinė energija lygi inercijos momento I ir kampinio greičio ω kvadrato sandaugos pusei.

Riedantis greičiu v kūnas turi didesnę kinetinę energiją už tokiu pat greičiu slenkantį kūną. Pirmojo kinetinė energija

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2, \text{ o antrojo } E_k = \frac{1}{2} m v^2. \text{ Bet, riedant kūnui}$$

ant plokštumos kampiniu greičiu ω , jo slinkimo greitis $v=r\omega$; tokiu būdu, jo kinetinę energiją galime taip išreikšti:

$$E_k = \frac{v^2}{2} \left(m + \frac{I}{r^2} \right) = \frac{M v^2}{2}, \quad (22,3)$$

jei $m + \frac{I}{r^2}$ pažymėsime M . Taigi riedančio kūno inercijos masė m lyg ir padidėja ir pasidaro lygi $M = m + \frac{I}{r^2}$.

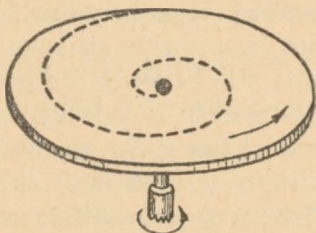
Slenkančio kūno kinetinės energijos reiškinį išdiferencijavę greičio atžvilgiu, gavome judėjimo kiekį (15,5). Išdiferencijavę besisukančio kūno energiją $\frac{1}{2} I \omega^2$ pagal kampinį greitį, gausime kūno sukinį arba jo sukamąjį impulsą. Taigi bet kurio besisukančio kūno sukinį N galime taip išreikšti:

$$N = \frac{d(\frac{1}{2} I \omega^2)}{d\omega} = I \omega. \quad (22,4)$$

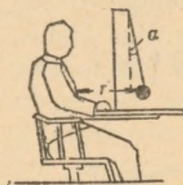
§ 23. BESISUKANTI KOORDINACIŲ SISTEMA. IŠCENTRINĖ IR KORIOLIO INERCIJOS JĖGOS

Kad išaiškintume jėgų veikimą besisukančioje koordinaciu sistemoje, atlikime tokius tyrimus.

Stebėtojas sukasi, sėdėdamas sukamoje kėdelėje su staliuku (41 pav.). Ant staliuko jis padeda rutulį. Šis nurieda į staliuko pakraštį ir nukrinta. Esąs rimtyje ir stovįs nuošaly stebėtojas aiškins šį reiškinį taip. Kadangi rutulio neveikia jokia jėga, tai



41 pav.



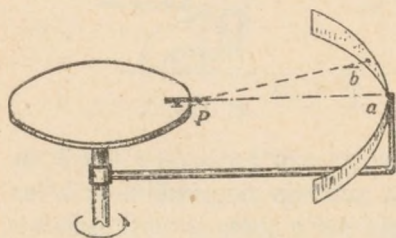
42 pav.

jis juda ne apskritimu, bet pastoviu greičiu $v = \omega r$ (ω yra kampinis sukimosi greitis, r — rutulio nuotolis nuo sukimosi ašies, padedant jį ant staliuko); jis nulekia liečiamosios kryptim. Kitaip šį reiškinį aiškins sėdįs besisukančioje kėdelėje, taigi surištas su besisukančia koordinaciu sistema stebėtojas. Padėtas ant staliuko rutulys tolsta radiusu nuo sukimosi ašies greitėdamas, taigi jį turi veikti išcentrinė inercijos jėga. Norėdamas išmatuoti išcentrinę inercijos jėgą, antrasis stebėtojas pririša rutulį prie spyruoklinių svarstyklėlių (dinamometro), kurias laiko rankoje. Spyruoklės pailgėjimas parodo jėgą $F = m \omega^2 r$, kur m yra rutulio masė. Nejudantis stebėtojas dabar stebi skriejančią radiuso r apskritimu rutulį. Pastarąjį veikia nukreipta į centrą (į sukimosi ašį) spyruoklės elastingumo jėga, vadinama įcentrine; ji yra lygi $F = m \omega^2 r$. Antrojo, besisukančio su sistema, stebėtojo

atžvilgiu rutulys yra rimtyje. Šio stebėtojo aiškinimu rutulį veikiančių jėgų, išcentrinės inercijos ir įcentrinės, suma yra lygi nuliui. Taigi išcentrinė inercijos jėga yra lygi įcentrinei, tik nukreipta priešinga kryptim. Jų abiejų reikšmė yra $m\omega^2 r$.

Dabar antrasis stebėtojas ant staliuko pakabina svyruoklėlę, kurią sudaro ant siūlo parištas metalinis rutulėlis (42 pav.). Kėdelei sukantis, svyruoklėlė nukrypsta nuo stačiosios krypties kampą α . Pasvirimo kampas priklauso nuo sukimosi greičio. Nejudantis stebėtojas taip aiškina šį svyruoklėlės pasvirimą. Svyrųoklėlės rutulėlis juda radiuso r apskritimu. Tokiam jo judėjimui palaikyti reikalinga gulsčios krypties įcentrinė jėga $F = m\omega^2 r$; tokia jėga ir yra rutulėlio svorio ir įtempto siūlo elastingumo jėgų atstojamoji. Antrojo stebėtojo aiškinimu svyruoklėlės pasvirimą sukelia veikiančios svyruoklėlės rutulėlio svorio ir išcentrinės inercijos jėgos, ir svyruoklėlė pasvyra jų atstojamosios kryptim.

Iki šiolei minėtuose tyrimuose stebimas kūnas (rutulys arba svyruoklėlės rutulėlis) nejudą besisukančios koordinačių sistemos atžvilgiu. Dabar stebėkime šios koordinačių sistemos atžvilgiu judančius kūnus. Iš pritvirtintos prie besisukančio greičiu ω skritulio patrankėlės P iššaukiamas greičiu u sviedinėlis, kuris



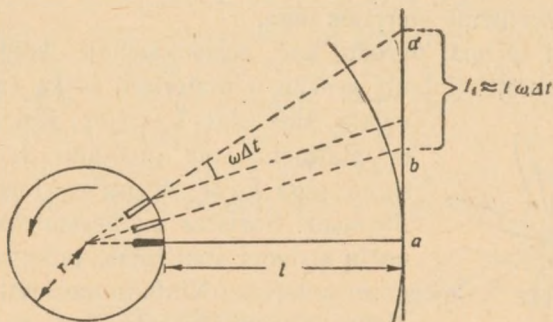
43 pav.

lekia į tuo pačiu greičiu besisukančią taikinį (43 pav.). Iš pradžių sistema (patrankėlė ir sviedinėlis) yra nejudami. Tuomet iššautas sviedinėlis pataiko į taikinio tašką a . Sukantis sistemai greičiu ω strėlės nurodyta kryptim, sviedinėlis atsimuša į taikinio tašką b . Per laikotarpį Δt , kol sviedinėlis pralekia nuotolį l tarp

patrankėlės ir taikinio, patrankėlė (ir taikiny) pasisuka į P_1 , ir jos taikiklis nukrypsta jau taško a' kryptim (44 pav.).

Nejudantis stebėtojas taip aiškina sviedinėlio judėjimą. Kai patrankėlė nejudą, sviedinėlis pataiko į patrankėlės taikiklio vizuojamą tašką a . Kai iššaukiamas iš besisukančios greičiu ω patrankėlės ir ji tuojau pat sustabdoma, sviedinėlis nulekia kryptimi b ir pataiko į tašką b . Šiuo atveju sviedinėlio greitis lygus jo ir patrankėlės greičio $v = r\omega$ atstojamajai, ir sviedinėlis lekia šio atstojamojo greičio kryptim. Bet patrankėlė (ir taikiny)

sukasi visą laiką. Išlėkęs iš vamzdžio sviedinėlis, jėgų neveikiamas, lekia tiesiai kryptim b . Bet patranklės taikiklio vizuojama linija, lekiant sviedinėliui iki b , pasisuka į a' . Tokiu būdu sviedinėlis pataiko į dešinien nukrypęsį nuotoliu l_1 nuo taikinio



44 pav.

tašką b ; šis nukrypimas, kaip rodo 44 pav., $l_1 \approx l\omega \cdot \Delta t$, kai $r \ll l$. Bet sviedinėlis lekia pirmuoju ir antruoju atveju laiką $\Delta t = \frac{l}{u}$. Taigi $I_1 = [u\omega] (\Delta t)^2$. Taip aiškina reiškinį nejudamas stebėtojas.

Besisukąs kartu su sistema stebėtojas stebi tokį sviedinėlio judėjimą. Lekiančio sviedinėlio trajektorija nukrypsta dešinien, taigi sviedinėlis yra greitinas trajektorijai statmena kryptim, ir per laiką Δt jis nukrypsta nuotoliu $I_1 = \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$, čia a yra greitėjimas. Nejudamas stebėtojas nustato, kad $I_1 = [u\omega] (\Delta t)^2$. Palyginę tuos du I_1 reiškinius, gauname, kad greitėjimas $a = 2[u\omega]$. Šį greitėjimą vadiname *Korolio greitėjimu*. Bet greitėjimą gali sukelti tik jėga. Tokiu būdu lekiantį sviedinėlį veikia nukreipta statmenai jo judėjimo kryptčiai Korolio (inercijos) jėga F_K :

$$F_K = 2m [u\omega]. \quad (23,1)$$

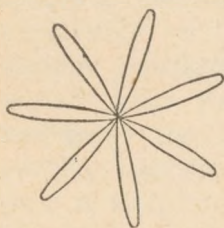
Judančio kūno, šiuo atveju sviedinėlio, nukrypimas nepriklauso nuo krypties. Tai parodo toks tyrimas. Ant staliuko pakabinama svyruoklėlė (45 pav.), kuri pati išbrėžia savo trajektoriją. Paprastai svyruoklėlėje įtaisomas nedidelis piltuvėlis, iš kurio visą laiką byra



45 pav.

siaurute srovele smulkutis smėlis. Ant staliuko patiesiamas popieriaus lapas. Sistemai sukantis, iškreipta iš pusiausvyros padėtis svyruoklėlė svyruoja aplink savo pakrypusią stačiosios krypties atžvilgiu pusiausvyros padėtį, nubrėždama 46 pav. rodomą rožetės formos trajektoriją. Iš stačios krypties svyruoklėlė iškreipia išcentrinę inercijos jėgą.

Šie visi tyrimai parodo, kad, besisukančioje kampiniu greičiu ω sistemoje, judantį greičiu u materialų tašką (arba kūną)



46 pav.

veikia šios dvi inercijos jėgos: nukreipta statmenai jo judėjimo kryptčiai Koriolio jėga F_K ir išcentrinė inercijos jėga $F = m\omega^2 r$. Surištas su besisukančia koordinatų sistema stebėtojas, taikydamas stebimam judėjimui Niutono mechanikos antrąją (jėgos) dėsnį, visada turi atsižvelgti ir į minėtųjų inercijos jėgų veikimą, kurį stebi radio kryptim greitinas stebėtojas.

Ypač ryškiai pajuntame Koriolio jėgos veikimą šiuo būdu. Ant sukamosios, turinčios didelį inercijos momentą, kėdelės atsėda žmogus, laikydamas rankoje didesnį (apie 2 kg) svorį. Kėdelė įsukama pastoviu kampiniu greičiu, ir žmogus bando ištiesti ranką tiesiai prieš save. Tuomet jis jaučia stiprų lenkimą į šalį, tarytum ranka būtų klampaus skysčio srovėje.

§ 24. JUDEJIMAS APSKRITIMU. ĮCENTRINĖ IR IŠCENTRINĖ INERCIJOS JĖGA

Pririškime masės m rutulėlį prie vieno siūlo galo ir, laikydami rankoje antrąjį siūlo galą, priverskime jį skrieti apskritimu pastoviu greičiu v . Judėjimas apskritimu yra greitėjantis judėjimas (8,7); jo greitėjimas yra lygus $-\omega^2 r$ ir nukreiptas į centrą; čia r yra apskritimo radiusas, ω ($\omega = \frac{d\varphi}{dt}$) — kampinis greitis. Tokiu būdu skriejantį apskritimu kūną turi veikti nukreipta į centrą vadinamoji *įcentrinė jėga*; ji yra (8,3):

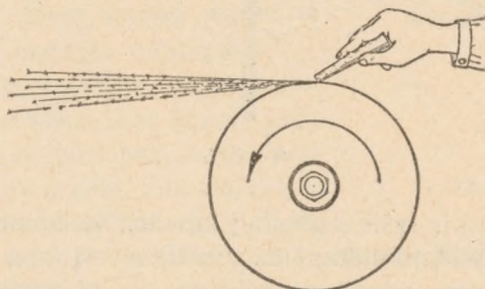
$$-m\omega^2 r = -\frac{mv^2}{r}, \quad (24,1)$$

nes $v = r\omega$. Įcentrinė jėga priverčia skriejantį kūną judėti apskritimu, traukdama jį visą laiką į centrą; šiuo atveju įcentrinė jėga yra siūlo elastingumo jėga, nes ji verčia rutulėlį skrieti apskri-

timu. Apskritai, įcentrinė jėga nėra ypatingos rūšies jėga, kuri pasireiškia tik sukantis, bet jungiančios skriejantį kūną prie sukimosi centro jungties jėga. Dažniausiai tai yra jungties (siūlo, spyruoklės, stiebo) elastingumo jėga, o kartais ji esti ir kitokios kilmės, pvz., gravitacijos, elektrinė arba magnetinė.

Kūnui skriejant apskritimu, be įcentrinės jėgos, visada veikia ir išcentrinė inercijos jėga (§ 24), kuri yra lygi įcentrinei jėgai, bet nukreipta priešinga kryptimi. Šiuo atveju išcentrinė inercijos jėga nukreipta radialiai nuo centro ir yra lygi $m\omega^2 r$.

Sukdami aplink paristą ant siūlo rutulėlį, jaučiame išcentrinės inercijos jėgos veikimą. Bet ši jėga nėra sukimosi sukelta



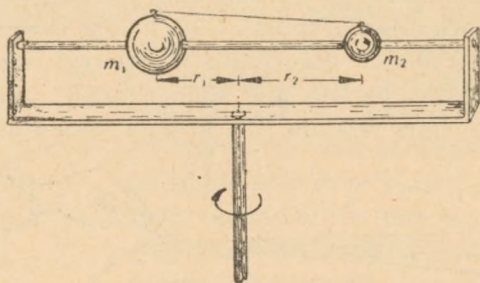
47 pav.

tikroji jėga, o tiktai rutulėlio masės inercijos atoveikis (reakcija), kilęs dėl rutulėlio masės inercijos. Ir šis atoveikis veikia ne skriejantį kūną, bet sukimosi centrą. Nustojus įcentrinei jėgai veikti, tuo pat akimirksniu išnyksta ir išcentrinė inercijos jėga. Siūlui trūkus, rutulėlis nulekia liečiamosios kryptim, bet ne radialiai. Ta pat kryptim lekia galąstuvo kibirkštys (47 pav.).

Išcentrinės inercijos jėgos veikimą daug aiškiau galime stebėti išcentrinėje mašinoje. Tiriamoji sistema įtvirtinama stačiai ir greit įsukama. Paminėkime kelis pavyzdžius.

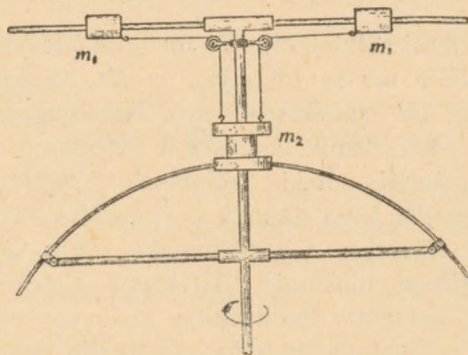
Ant įdėto į rėmelius gulsčio skersinėlio pamauti du tarp savęs sukabinti skirtingos masės m_1 ir m_2 rutulėliai (48 pav.). Jie gali laisvai slankioti tuo skersinėliu. Sukant juos, veikia išcentrinė inercijos jėga. Šie rutulėliai bus pusiausvyroje, kai juos veikiančios jėgos bus lygios ir nukreiptos priešinga kryptim, taigi, kai $m_1 r_1 \omega^2 = m_2 r_2 \omega^2$, čia ir r_1 , ir r_2 yra rutulėlių centro nuotoliai nuo sukimosi ašies. Priešingu atveju didesnės išcentrinės inercijos jėgos veikiamas rutulėlis nuslenka į rėmelio atramą, nutempdamas kartu ir antrąjį.

Slankioją gulsčiuoju skersinėliu masės m_1 krovinėliai yra tam tikru ryšiu surišti su didesnės masės m_2 ant stačiosios sukimosi ašies pamautu svareliu arba lanksčiu lankeliu (49 pav.). Krovinėlius stumiant tolyn nuo ašies, svarelis kyla aukštyn, o lankelis daugiau išsilenkia. Rėmeliams nesisukant, svarelis laiko krovinėlius prie sukimosi ašies. Rėmelius smarkiai įsukus, sukimosi



48 pav.

centrą veikianti ir ryšio perkelta į krovinėlius išcentrinė inercijos jėga $m_1 r_1 \omega^2$ pasidaro didesnė už svarelio svorį $m_2 g$, ir krovinėliai tolsta nuo ašies, pakeldami aukštyn žymiai sunkesnę už save

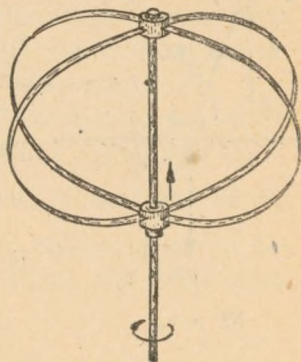


49 pav.

svarelį arba išlenkdami lankelį. Sukimo greitį mažinant, svarelis palengva krinta žemyn, traukdamas krovinėlius artyn prie ašies. Sukant atitinkamu pastoviu greičiu, svarelį galime laikyti bet kuriame aukštyje. Tada turime pusiausvyrą tarp krovinėlių išcentrinės inercijos jėgos $m_1 r_1 \omega^2$ ir svarelio svorio $m_2 g$. Šis tyrimas pavaizduoja dažnimačio veikimą.

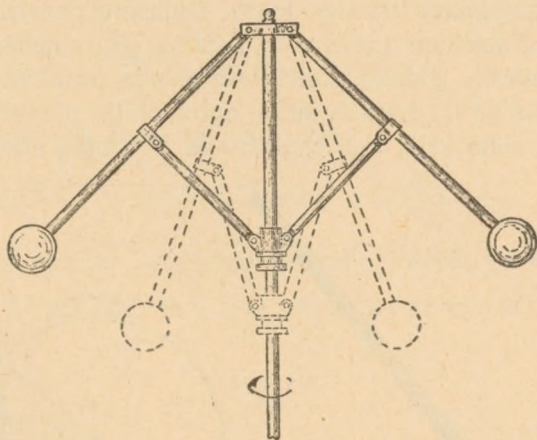
Ant ašies pamauti du iš lanksčios metalinės juostelės žiedai (50 pav.). Įsukus ašį, ryšio perkeltos iš centro išcentrinės inercijos jėgos veikiami jie susiploja. Šis tyrimas pavaizduoja, kaip, būdama dar skysta ir besisukdama, susiplojo Žemė.

Išcentrinės inercijos jėgos veikimas plačiai taikomas technikoje. Pavyzdžiui gali būti išcentrinis reguliatorius, kuris automatiškai reguliuoja garo mašinų sukimosi greitį (51 pav.). Jį sudaro dvi masės, kurios sukasi gulsčioje plokštumoje. Išcentrinę mašiną sukančią, jos kyla aukštyn. Šios masės tam tikru būdu sujungtos su įtaisu, kuris keičia plotą angos, pro kurią eina garai į mašinos cilindrą.



50 pav.

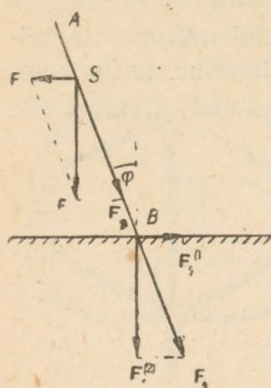
Išcentrinės inercijos jėgos veikimas labai svarbus, kai kūnai juda kreivaeigiu judėjimu, pvz., važiuojant ir pasisukant dviračiu, automobiliu ir pan. Pasisukant neužtenka pasukti tik dviračio vairą, bet reikia sukelti tokią įcentrinę jėgą, kad jos dydis atitiktų kelio kreivumo radiusą r , kampinį greitį $\omega = \frac{v}{r}$ ir dvi-



51 pav.

ratininko ir dviračio masę. Jėga turi būti lygi $-\frac{mv^2}{r}$. Šią jėgą sukelia svorio jėga, kai pasukant dviratininkas palinksta sukamo-

jon pusėn ir tuo būdu perkelia ton pusėn sistemos svorio centrą. 52 paveiksle dviratininką ir dviratį schemiškai vaizduoja linija AB . Sistemos svorio centre S veikia svorio jėga $F=mg$.



52 pav.

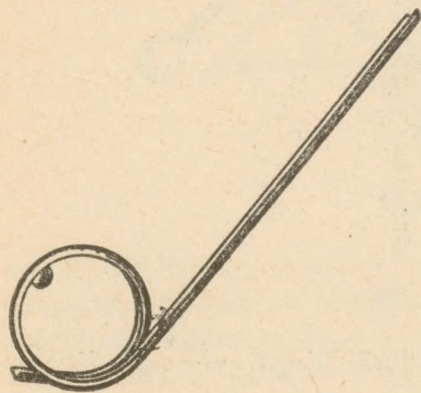
Išskaidykime ją į dvi dedamąsias: F_1 gulsčia kryptim ir F_2 kryptim AB . Dedamoji F_2 sukelia priverstinę jėgą F_3 , kuri yra lygi F_2 , bet nukreipta priešinga kryptim; F_2 ir F_3 viena kitą panaikina. Pasilieka tik F_1 dedamoji, kuri ir sudaro įcentrinę jėgą. Iš 52 pav. matyti, kad dviračio pasvirimo kampą φ nusako ši sąlyga:

$$F_1 = mg \cdot \operatorname{tg} \varphi = \frac{mv^2}{r};$$

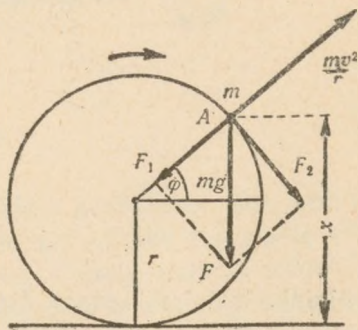
iš čia

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{v^2}{rg}. \quad (24,2)$$

Taigi pasvirimas turi būti tuo didesnis, kuo dviratininkas važiuoja didesniu greičiu ir kuo staigiau jis pasuka. Žemės lietimui taške B veikia jėga, lygi jėgai F_2 . Išskaidykime ją vėl į dvi dedamąsias: $F_2^{(1)}$ lygiagrečiai ir $F_2^{(2)} = mg$ statmenai Žemės paviršiui. Jėgą $F_2^{(2)}$ panaikina Žemės paviršiaus atoveikis. Kai φ nėra didelis, $F_2^{(1)}$ panaikinama trinties jėgos. Didesnių pasvirimų atveju, ypač esant didesniai greičiui v , trinties jėgos nebeužtenka jėgai $F_2^{(1)}$ atsverti. Didelio greičio staigiuose pasukimuose (ypač ant šlapio asfalto) dviratis arba automobilis paslysta. Kad to neatsitiktų, reikia kelią taip supilti, kad $F_2^{(1)}$ būtų statmena kelio



53 pav.



54 pav.

paviršiui. Todėl posūkių vietoje geležinkelio išorinis bėgis esti iškeltas aukščiau, dviratininkų bei automobilių lenktynių kelio plokštuma posūkiuose sudaro kampą su gulsčiąja plokštuma.

Išcentrinės inercijos jėgos veikimu remiasi ir taip vadina-
moji «mirties kilpa». Dviratininkas arba vežimėlis, iš didesnio
aukščio įsibėgėjęs, prabėga apskritimo formos kelią. Tai galime
parodyti, paleidę ristik nedidelį rutulėlį apskritimo formos gri-
veliu (53 pav.). Jis tik tada pajėgs apibėgti apskritimą, kai iš-
centrinė inercijos jėga nebus mažesnė už jo svorio jėgą.

Tegu masė m yra taške A (54 pav.). Išskaidykime jos svorio
jėgą $F = mg$ radiuso ir liečiamosios kryptimis į dedamąsias F_1
ir F_2 . Išcentrinė inercijos jėga $\frac{mv^2}{r}$ turi būti ne mažesnė už F_1 ,
nes tik tuomet turėsime statmeną keliui ir nukreiptą išorėn de-
damąją. Tegu x yra taško A aukštis (skaitant nuo žemiausios
kelio vietos). Iš 54 pav. matyti, kad

$$F_1 = F \cdot \sin \varphi = mg \frac{(x-r)}{r}.$$

Masė pradėjo ristik iš aukščio h . Jos kinetinė energija aukštyje x

$$\frac{mv^2}{2} = mg(h-x).$$

Tokiu būdu,

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{2mg(h-x)}{r}.$$

Masė tikrai apibėgs apskritą kelią, kai

$$2mg \frac{h-x}{r} > mg \frac{(x-r)}{r} \text{ arba } h > \frac{3}{2}x - \frac{r}{2}.$$

Kad ši sąlyga galiotų aukščiausioje kelio vietoje ($x=2r$), pra-
dinis aukštis h turi būti bent $\frac{5}{2}r$; priešingu atveju masė nukris
iš aukščio

$$x = \frac{(2h-r)}{3}.$$

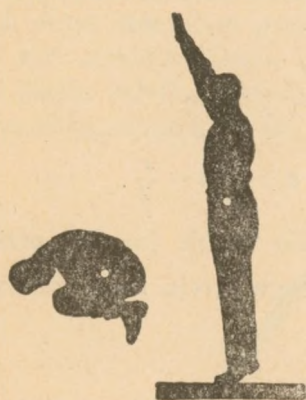
√ § 25. SUKIMASIS APLINK LAISVĄ AŠĮ. GIROSKOPAS

Paprastai besisukančio kūno sukimosi ašies kryptį nustato
išorinės sąlygos, pvz., sukimosi ašis guli įtvirtintuose guoliuose.
Bet kartais kūnas gali laisvai pasirinkti savo sukimosi ašies

kryptį, jei, pvz., kūno sukimosi ašis taip parenkta, kad gali pasisukti bet kuria kryptimi. Sakome, kad kūnas tuomet sukasi aplink laisvąją ašį. Sukimosi aplink laisvąją ašį būdingas pavyzdys yra Žemės, Mėnulio bei kitų aplink ašį besisukančių dangaus kūnų sukimasis.

Kai besisukantį aplink laisvąją ašį kūną neveikia jokios išorinės jėgos, tai pagal masės (arba svorio) centro judėjimo išsilaikymo dėsnį (§ 14) tokio kūno masės centras turi būti rimtyje arba gali slinkti tiesiai ir tolygiai. Tai yra tik tuo atveju, kai kūnas sukasi aplink einančią pro masės (arba svorio) centrą ašį. Bet tik didžiausio arba mažiausio inercijos momento ašys yra stabilios sukimosi ašys. Tai parodo tokie tyrimai. Prie išcentrinės mašinos ašies prikabiname metalinį cilindrinį, viename gale ant siūlo parištą, stiebą. Sukant mašiną, įsukamas ir stiebas. Jis iš pradžių sukasi aplink savo išilginę (mažiausio inercijos momento) ašį, bet vėliau, sukimuisi greitėjant, pradeda suktis aplink skersinę (didžiausio inercijos momento) ašį. Arba parišta vienoje vietoje siūlu ir įsukta metalinė grandinėlė išsitiesia į apskritą žiedą ir sukasi aplink einančią pro jo centrą (didžiausio inercijos momento) ašį.

Laisvoji sukimosi ašis gali ir nebūti kūno simetrijos ašim, pavyzdžiui, žmonėse ir gyvuliuose. Pvz., šokėja sukasi dideliu



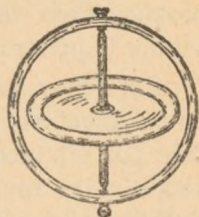
55 pav.

kampiniu greičiu, turėdama sukinį $I\omega$ aplink išilginę savo kūno ašį. Šiuo atveju jos laisvoji sukimosi ašis yra mažiausio inercijos momento ašis. Reikiamu momentu pakeisdama kūno padėtį, pvz., išskėsdama rankas, ji padidina kūno inercijos momentą ir sulėtina sukimosi greitį, vėliau atsistoja ant pėdų ir visai nustoja suktis. Arba šokėjas, atlikdamas «mirties kilpą», kiek palinkęs pirmyn ištisia aukštyrą rankas ir, pakilęs ant pirštų, iššoka, suteikdamas kūnui ne-

didelį sukimosi greitį aplink didžiausio inercijos momento ašį (55 pav.). Kiek vėliau jis susiriečia į kamuolį, tuo mažindamas kūno inercijos momentą ir didindamas sukimosi greitį, ir 2—3

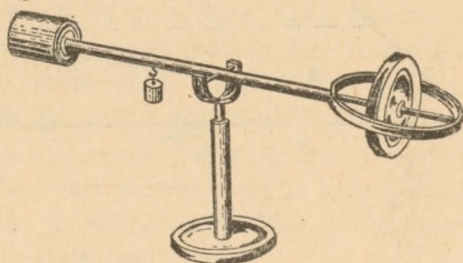
kartus apsisuka aplink. Paskui, tinkamu momentu vėl išsitiesdamas, mažina sukimosi greitį ir atsistoja ant žemės.

Čia minėtuose sukimosi aplink laisvąją ašį atvejuose sukimosi ašis guli besisukančiame kūne ir palaiko pastovią kryptį. Bet bendriausiu atveju, nors laisvoji sukimosi ašis ir guli pačiame kūne, eidama pro jo svorio centrą, tačiau ji nuolat keičia kryptį. Šios rūšies sukimasi vadiname *giroskopu judėjimu*. Sukimaisi aplink įtvirtintą guoliuose arba pastovios krypties laisvąją ašį sudaro atskirus šio bendriausio sukimosi atvejus. Susipažinkime su jo būdingais bruožais. Šiuo tikslu pasinaudokime giroskopu (vilkeliu). Jį sudaro masyvus skritulys su ašimi, kurios galai įstatomi į lanko pavidalo rėmelius (56 pav.). Įsukime giroskopą. Greitai sukdamasis, jis, paremtas viename ašies gale, tvirtai stovi ir iš-



56 pav.

laiko pastovią sukimosi ašies kryptį erdvėje. Nors ir atremtas tik viename taške, jis nenuvirsta. Mėginkime pakeisti jo sukimosi ašies kryptį, kreipdami ašį bet kurion pusėn. Aiškiai pajusime, kad giroskopas «priešinasi» jo sukimosi ašies krypties keitimui ir pasuka ją ne kreipiamąja, bet statmena kreipimui kryptimi. Tai ryškiai parodo 57 pav. pavaizduotas prietaisas. Viename

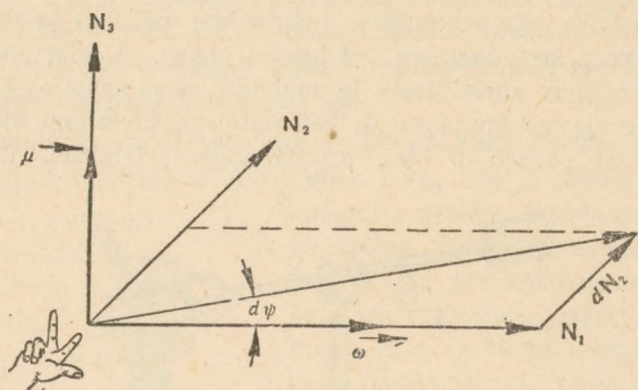


57 pav.

svirties gale įtaisytas giroskopas, prie antrojo jos galo prikabinas atsvaras pusiausvyrai palaikyti. Svirtis paremta kardantinėje atramoje ir gali laisvai pasisukti bet kuria kryptimi. Jei, įsukę giroskopą, mėginsime smūgiu svirtį palenkti žemyn, tai svirtis pasisuks gulsčioje plokštumoje. Ant svirties pakabiname nedidelį svarelį, kurio svoris visą laiką kreipia svirtį, taigi ir giroskopą sukimosi ašį žemyn. Tada svirtis sukasi gulsčioje plokštumoje

viena kryptim, o perkėlus svarelį į antrą svirties galą, — priešinga kryptim. Taigi jeigu giroskopo laisvą sukimosi ašį veikia išorinis sukamasis momentas, stengdamasis pakeisti jos linkmę, tai ašis pakrypsta statmena sukimui kryptimi. Tokį giroskopo ašies pakrypimą, veikiant išoriniam sukamajam momentui, galima nusakyti tokia bendra taisykle: išorinio sukamojo momento veikiamą giroskopo ašį pakrypsta taip, kad ji sudarytų su priverstiniojo sukimo ašim mažiausią kampą ir kad abiejų, giroskopo savojo ir priverstinio, sukimosi linkmės būtų vienodos.

Kai priverstinis sukamasis momentas yra statmenas giroskopo sukimosi ašiai, tada giroskopo ašis sukasi aplink ašį, kuri yra taip pat statmena savojo bei priverstinio sukimosi ašims. Giroskopo ašies savotišką sukimąsi vadiname *precesija*. Jos ašies linkmę galime nusakyti dešinės rankos trijų pirštų taisykle: jei nykštį, rodomąjį ir vidurinįjį pirštą ištiesime statmenai vienas kitam ir nukreipsime nykštį giroskopo sukinio N_1 ašies, rodo-



58 pav.

mąjį — priverstiniojo sukinio N_2 ašies kryptimi, tai vidurinysis pirštas rodys precesijos sukinio N_3 ašies kryptį (58 pav.). Precesijos sukinys N_3 bus išreikštas savojo N_1 ir priverstiniojo N_2 sukinių vektoriaus sandauga:

$$N_3 = [N_1 N_2]. \quad (25,1)$$

Pažymėkime giroskopo inercijos momentą I , jo kampinį sukimosi greitį — ω . Tada giroskopo sukinys $N_1 = I\omega$. Tegu, turint išorinį sukamąjį momentą M , giroskopą veiks nykstamai trumpą

laiką dt statmenas jo sukimosi ašiai sukamasis impulsas dN_2 (58 pav.), ir giroskopo ašis pakryps šių dviejų sukinių atstojamosios kryptimi, pasisukdama kampu $d\psi = \mu \cdot dt$, čia μ yra precesijos kampinis greitis; μ ir jį atitinkantis precesijos sukiny N_3 yra statmeni N_1 ir dN_2 . Bet

$$dN_2 = [d\psi N_1] = [\mu \cdot dt I \omega]. \quad (25,2)$$

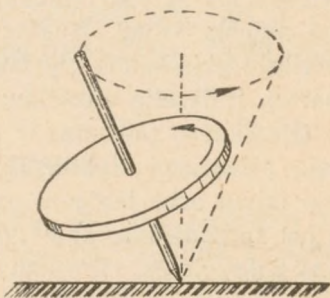
Kad giroskopas precesuotų tolygiai, jį turi veikti išorinis sukamasis momentas

$$M = \frac{dN_2}{dt} = [\mu N_1] = [\mu I \omega]. \quad (25,3)$$

Momentą $M = [\mu I \omega]$ vadiname *giroskopo momentu*.

Giroskopo ašies stabilumą bei jo atoveikį, mėginant pakreipti jo sukimosi ašį, ryškiai parodo ir leidžia pajusti dviračio ratas. Vieton padangos ratui stipriai pritvirtinamas švininis ratlankis ir tuo padidinamas rato inercijos momentas. Įsukime ratą ir mėginkime keisti jo ašies kryptį, aiškiai pajusime rato atoveikį. Užnerkime virvės kilpą ir į ją įkiškime vieną besisukančio rato ašies galą; virvę laikykime rankoje. Paremtas kilpoje vienu ašies galu ir pakibęs besisukantis ratas ~~laikys~~ laikys erdvėje pastovią sukimosi ašies kryptį.

Įsuktas ir vienu ašies galu paremtas į plokštumą giroskopas palaiko sukimosi ašies kryptį erdvėje. Kol jis sukasi aplink stačios krypties ašį, jo neveikia jokia išorinė jėga, nes jo svorio jėga panaikinama atramos taške sukeltos priverstinės jėgos. Bet tokia giroskopo pusiausvyra yra nepastovi. Giroskopui kiek pasvirus, jį pradeda veikti jo svorio jėgos sukeltas sukamasis momentas, kuris suka jo ašį žemyn. Šio sukamojo momento veikiama ašis krypsta statmenai. Svorio jėgos sukamasis momentas veikia visą laiką, todėl giroskopo ašis sukasi erdvėje, nubrėždama kūgio paviršių, kurio viršūnė yra giroskopo atramos taške (59 pav.). Giroskopas precesuoja. Jei giroskopas suktųsi visą laiką pastoviu kampiniu greičiu, tai jo ašies pasvirimas liktų pastovus. Bet dėl

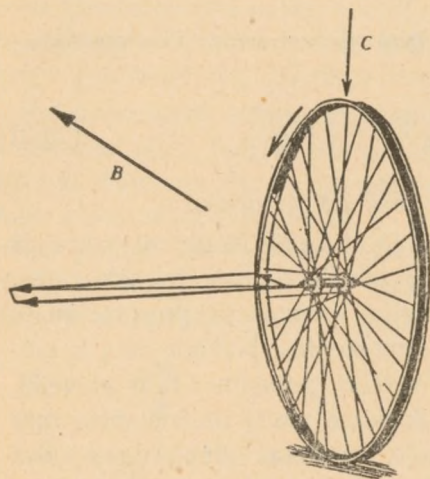


59 pav.

trinties giroskopo sukimosi greitis mažėja, jo ašis svyra vis didesniu kampu, kol pagaliau giroskopas visai nuvirsta.

Giroskopo sukimosi ašies stabilumą bei jos precesiją panaudojame praktikos reikalams, pvz., judėjimui stabilizuoti.

Dažnai matome gatvėje važiuojantį dviratininką, kuris visai nelaiko vairo. Pav. 60 vaizduoja priekinį dviračio ratą. Dviratininkui pasvirus kiek dešinėn, priekinio rato ašis kreipiama aplink gulsčią (važavimo) kryptį *B*. Tuo pat metu ratas (giroskopas) precesuodamas sukasi aplink stačiąją kryptį *C* dešinėn; dviratis pasisuka dešinėn. Abiejų dviračio ratų žemės lietimo taškus jungianti tiesė persikelia dešinėn ir atsiduria ties pasvirusiu dešinėn sistemos svorio centru. Tokiu būdu vėl atsistato sistemos pusiausvyra. Tik didesniu greičiu važiuojant, priekinio rato precesinis posūkis tepajęgs at-



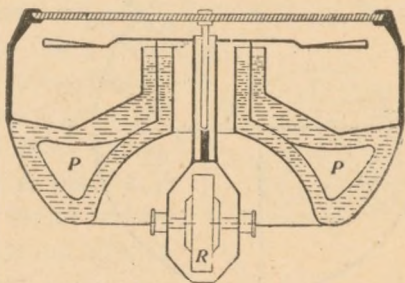
60 pav.

statyti dviračio pusiausvyrą; esant mažesniems greičiams, precesijos greitis ir užsukimas bus per maži.

Balistikoje giroskopo savybė panaudojama šovinių judėjimui stabilizuoti. Praeidami vamzdžiuose įgręžtas graižtvas patrankų bei šautuvų šoviniai įsukami ir, lėkdami ore, sukasi aplink savo išilginę ašį, išlaikydami visame kelyje pastovią sukimosi ašies kryptį. Todėl jie visą laiką lekia smagaliu pirmyn. Sviesdamas skritulį (diską) sportininkas jį įsuka, nes jis tuomet nulekia toliau. Įsuktas skritulys išlaiko pastovų pasvirimą atžvilgiu gulsčiosios krypties, ir oro srovė veikia jį, kaip lėktuvo sparną, ir iškelia aukščiau; todėl jis ir nulekia toliau.

Giroskopas taikomas ir dirbtiniam horizontui sudaryti. Gulsčiąją plokštumą stabilizuoja besisukantis giroskopas ir jį, bet kaip laivui arba lėktuvui pakrypus, pasilieka visą laiką gulsčia. Iš jos sprendžiama apie laivo arba lėktuvo išilginius ir skersinius pakrypimus. Giroskopas taip pat naudojamas laivų skersiniams supimams banguotoje jūroje gesinti.

Bet iš visų giroskopinių prietaisų yra įdomiausias giroskopinis kompasas. Besisukantis aplink visiškai laisvą ašį giroskopas pakrypsta taip, kad jo sukimosi ašis pasisuka lygiagrečiai Žemės sukimosi ašiai. Bet jei girokopą taip įtvirtinsime, kad jo sukimosi ašis tegalėtų krypti tik gulsčioje plokštumoje (61 pav.), tai sukamųjų momentų veikiamo ji pakrypsta į geografinį meridianą. Giroskopas taip pakabinamas arba plūdės P palaikomas gyvsidabrio vonelėje, kad jo svorio centras būtų žemiau atramos taško; tuomet jo svoris palaiko sukimosi ašį gulsčioje padėtyje. Girokopą sudaro masyvus skritulys R , kurį įsuka elektros variklis arba suspausto oro srovė. Kompasas-giroskopas tuo geresnis už magnetinį kompasą, kad jo neveikia feromagnetinės laivo arba lėktuvo dalys, magnetinio lauko nukrypimai bei magnetinės audros. Be to, jis turi žymiai didesnę kreipiamąją momentą, todėl tinka kitiems mažesniems kompasams reguliuoti ir net laivams vairuoti. Bet ir giroskopinis kompasas turi trūkumų. Svarbiausias jų yra toks. Skrendančių lėktuvų bei plaukiančių laivų judėjimas yra sukimasis aplink Žemės centrą. Taigi esantį lėktuve arba laive kompasą veikia ir paties lėktuvo arba laivo sukamasis momentas, todėl jo ašis iškrypsta iš meridiano plokštumos. Šio nukrypimo dydis priklauso nuo skrendančio lėktuvo krypties, jo vietos Žemės paviršiuje bei greičio. Greituose laivuose nukrypimas siekia 3° , o lėktuvuose dar didesnis. Nukrypimo pašalinti negalima, jį tegalima išskaičiuoti įvairioms Žemės paviršiaus vietoms, įvairioms judėjimo kryptims ir įvairiems greičiams, ir pataisyti kompasą parodymus. Šiam tikslui sudaromos specialios lentelės.

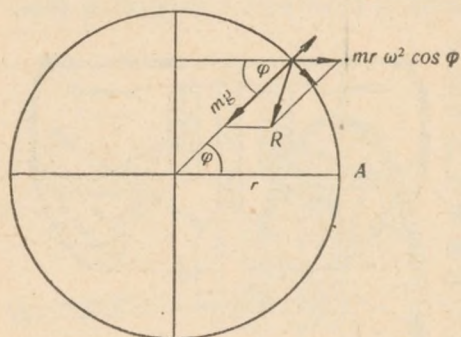


61 pav.

§ 26. ŽEMĖS SUKIMASIS

Žemė sukasi aplink visiškai laisvą ašį. Jos sukimosi ašis taip pasvirusi, kad šiaurinis jos galas eina Šiaurės žvaigždės kryptim. Ašies kryptis nėra visą laiką pastovi. Žemės ašis precesuoja, nuklodama kūgio paviršių, kurio praskėtimo kampas

yra lygus dvigubam ekliptikos posvyriui, būtent 47° . Dėl Žemės ašies precesijos bet kurioje Žemės vietoje stebimojo dangaus vaizdas kinta, nors ir labai lėtai. Astronominiai matavimai rodo, kad Žemės ašies precesijos periodas yra apie 26 000 metų. Žemės sukimosi ašies precesija yra dėl Saulės ir Mėnulio traukos jėgos, ekliptikos posvyrio ir kitų veiksnių.



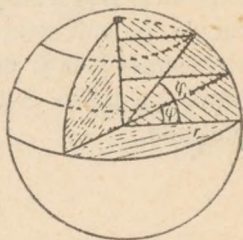
62 pav.

Žemės sukimasis sukelia esančių ant jos paviršiaus ir besisukančių kartu su ja judančių kūnų įdomų inercijos veikimą. Tas veikimas atsiranda dėl išcentrinės ir Koriolio inercijos jėgos (§ 23). Laikykitės Žemę rutuliu. Geografinėje platumoje φ ant Žemės paviršiaus guli masės m kūnas (62 pav.). Jį veikia nukreipta į Žemės centrą svorio jėga mg ir statmena Žemės sukimosi ašiai ir nukreipta radialiai išcentrinė inercijos jėga $mr\omega^2 \cdot \cos\varphi$; čia r ir ω yra atitinkamai Žemės radiusas ir jos sukimosi kampinis greitis. Išcentrinės inercijos jėgos normalinė (radiuso kryptim) dedamoji, nukreipta prieš svorio jėgą, mažina kūno svorį. Jos tangentinė (liečiamosios krypties) dedamoji verčia kūną slinkti pusiaujo kryptim. Kūno svorio ir išcentrinės inercijos jėgų atstojamoji R nėra statmena Žemės paviršiui. Taigi kūnai ant Žemės rutulio paviršiaus nebūtų pusiausvyroje, bet išcentrinės inercijos jėgos veikiami turėtų slinkti į pusiauį. Jie būtų tik tada pusiausvyroje, kai svorio ir išcentrinės inercijos jėgų atstojamoji būtų statmena Žemės paviršiui. Skaičiavimai rodo, kad tuo atveju Žemė turėtų sukimosi elipsoido (tiksliau geoido) formą. Ji tokia ir yra. Jos suplojimas yra labai nedidelis, nes išcentrinė inercijos jėga palyginti su kūnų svorio jėga yra labai maža ir pusiaujoje, kur ji yra didžiausia, tesudaro tik apie $1/300$ svorio jėgos dalį. Elipsoido formą Žemė yra įgavusi, kai ji buvo dar skystame būvyje.

Kai kūnas juda iš vakarų į rytus, taigi Žemės sukimosi kryptim, jo kampinis greitis ω yra didesnis už pačios Žemės kampinį greitį; ir jį veikianti išcentrinė inercijos jėga yra didesnė už veikiančią nejudamą ant Žemės paviršiaus kūną išcentrinę

inercijos jėgą. Todėl taip judančio kūno svoris atrodo mažesnis. Ir atvirkščiai, judančių rytų—vakarų kryptim kūnų svoris atrodo didesnis, nes jų kampinis greitis yra mažesnis už Žemės kampinį greitį. Judančių kūnų svorio kitimas yra nustatytas tyrimais, matuojant svyruoklių svyravimo periodą greit plaukiančiuose laivuose.

Kai Žemės šiauriniame pusrutulyje kūnas slenka iš pietų į šiaurę, tai jo vakarų—rytų krypties greičio dedamoji yra didesnė už tos vietos Žemės paviršiaus tokią dedamąją, nes Žemės paviršiaus taškų tiesinis greitis mažėja, einant ašigalio link. Jei Žemės radiusas yra r , jos sukimosi kampinis greitis ω , tai geografinėje platumoje φ esąs ant Žemės paviršiaus kūnas sukasi kartu su Žemės paviršiumi tiesiniu greičiu $v = r\omega \cdot \cos\varphi$ (63 pav.). Kai šis kūnas nukeliauja meridianu iš geografinės platumos φ į φ_1 , tai jis patenka į vietas, kur Žemės paviršiaus kūnai turi tiesinį greitį $v_1 = r\omega \cdot \cos\varphi_1$. Taigi tokio kūno vakarų—rytų krypties greitis yra didesnis už tos vietos Žemės paviršiaus greitį dydžiu $v - v_1 = r\omega (\cos\varphi - \cos\varphi_1)$. Šiauriniame Žemės pusrutulyje slenkantis iš pietų į šiaurę kūnas sukasi greičiau ir, atvirkščiai, slenkantis priešinga kryptim sukasi lėčiau už Žemės paviršių. Dėl to tame pusrutulyje lėkį šia kryptimi patrankų sviediniai nukrypsta nuo pirminės krypties ir lėkį iš pietų šiaurėn pakrypsta rytų, o iš šiaurės į pietus — vakarų kryptim. Dėl tos pat priežasties tekančių šiaurės pietų kryptim upių krantai griaujami nevienodai; šiaurės pusrutulyje upės griauja dešinįjį, o pietų pusrutulyje — kairįjį krantą. Arba šiauriniame pusrutulyje greičiau susidėvi dešinysis, pietų pusrutulyje — kairysis geležinkelio bėgis (traukinio važiavimo krypties atžvilgiu).



63 pav.

Be to, Koriolio inercijos jėgos sukelia tropikų srityje vėjus-pasatus. Pusiauptyje įkaitęs oras kyla aukštyr ir slenka ašigalių kryptimis. Apatiniuose atmosferos sluoksniuose oras slenka pusiaujo link. Dėl Koriolio inercijos jėgų šios oro masės šiaurės pusrutulyje nukrypsta į vakarus, o pietų pusrutulyje — į rytus, o tai ir sukelia minėtus vėjus-pasatus.

Paleistas iš aukšto bokšto kūnas krinta ne stačiai žemyn, bet kiek įstrižai ir nukrinta ne prie bokšto papėdės, bet nuo jos

nutoستا Земės sukimosi kryptimi. Bokšto viršūnė yra toliau nuo Земės centro ir turi didesnį vakarų—rytų krypties tiesinį greitį, kaip bokšto papėdė.

Visi aukščiau minėti reiškiniai parodo, kad Žemė sukasi. Bet tarp visų šios rūšies tyrimų aiškiausias ir įspūdingiausias yra Fuko svyruoklės tyrimas. 1661 m. Vivianis pastebėjo, kad svyruoklės svyravimo plokštuma keičiasi. 1850 m. Fuko padarė svyruoklės svyravimo plokštumos kitimo tyrimą. Svyruoklę sudaro masyvus rutulys, pakabintas ant ilgos plonos vielos. Svyruoklė paleidžiama svyruoti. Pasekė svyravimų plokštumą, pastebėjus, kad ji sukasi prieš Земės sukimosi kryptį ir per valandą pasisuka kampu $15^\circ \sin \varphi$, čia φ yra vietos geografinė platumas.

V SKYRIUS

GRAVITACIJA, ARBA VISUOTINĖ TRAUKA

§ 27. PLANETŲ JUDEJIMAS. KEPLERIO DĖSNIAI

Garsusis astronomas Kepleris 1609—1618 metais empiriniu keliu iš astronominių matavimų nustatė Saulės sistemos planetų judėjimo dėsnius.

Pirmasis dėsnis tvirtina:

planetos juda elipsėmis, kurių viename židinyje yra Saulė.

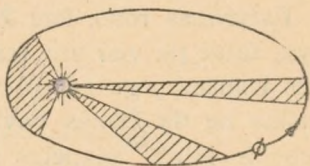
Taip nusakydami šį dėsnį, Saulę laikome nejudama. Bet pagal sistemos svorio centro judėjimo išsilaikymo dėsnį (§ 14) Saulė ir planetos turi skrieti elipsėmis aplink nejudamą bendrąjį sistemos svorio centrą. Saulės masė yra daug (apie 750) kartų didesnė už sudėtas kartu visų planetų mases (Saulės masė yra 330 000 kartų didesnė už Žemės ir 1047 kartus didesnė už Jupiterio masę). Todėl bendrasis sistemos svorio centras yra netoli Saulės centro, ir Saulę galime laikyti rimtyje. Planetų orbitos forma labai mažai tesiskiria nuo apskritimo. Orbitos formą paprastai nusako ekscentricitetas. Elipsės ilgąją pusašę pažymė-

kime a , trumpąją — b ; tada elipsės ekscentricitetas $e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$.

Daugiausia skiriasi nuo apskritimo Merkurijaus orbita, bet ir jos ekscentricitetas tesiekia 0,20561. Mažiausią ekscentricitetą turi Veneros orbita; jis lygus 0,00682; Žemės orbitos ekscentricitetas lygus 0,01675.

Antrasis dėsnis teigia:

iš Saulės į planetą išvestas radiusas-vektorius per lygius laiko tarpus nubrėžia vienodo ploto paviršius.



64 pav.

Šį dėsnį paaiškina 64 pav. Vienodo ploto brūkšniuotieji paviršiai nubrėžiami per lygius laikus. Šis dėsnis seka iš energijos

išsilaikymo principo. Planetai artėjant prie Saulės, jos potencialinė energija mažėja; taigi turi didėti jos kinetinė energija, ji turi skrieti greičiau. Ir atvirkščiai, tolstant jai nuo Saulės, planetos greitis mažėja, nes didėja jos potencialinė energija. Arčiausią prie Saulės vietą — *perihelį* — planeta prabėga didžiausiu, o toliausią nuo jos — *afelį* — mažiausiu greičiu.

Antrasis Keplerio dėsnis vadinamas plotų dėsniu. Jis tinka ne tik planetų judėjimui, bet ir visiems judėjimams, kuriuos sukelia *centrinės*, t. y. veikiančios iš pastovaus centro, jėgos.

Trečiasis Keplerio dėsnis tvirtina:

planetų apybėgio periodų kvadratai santykiauja kaip jų elipsių ilgųjų ašių kubai.

Planetų apybėgių periodus pažymėkime $T_1, T_2, T_3, \dots$, o jų orbitų didžiųjų ašių ilgius atitinkamai $l_1, l_2, l_3, \dots$, tada

$$T_1^2 : T_2^2 : T_3^2 : \dots = l_1^3 : l_2^3 : l_3^3 : \dots \quad (27,1)$$

Keplerio dėsniai tinka ne tik Saulės, bet ir visoms kitoms sistemoms. Tarp žvaigždžių dažnai pasitaiko dvilypių žvaigždžių, kurios sudėtos iš dviejų netoli viena prie antros esančių žvaigždžių. Jos skrieja viena aplink antrą elipsėmis taip, kad jų bendras masės (arba svorio) centras pasiliktų rimtyje.

Keplerio dėsniai tinka ir visais kitais atvejais, kai centrinės jėgos yra atvirkščiai proporcingos nuotolio kvadratui $\left(\frac{1}{r^2}\right)$. Tokios, pvz., yra elektrostatinės jėgos. Atome planetiniai elektronai skrieja aplink atomo branduolį Keplerio dėsnių nusakomu *kepleriniu judėjimu*.

✓ § 28. NIUTONO GRAVITACIJOS (VISUOTINĖS TRAUKOS) DESNIS GRAVITACIJOS KONSTANTA

Patyrimas rodo, kad Žemės paviršiuje visi kūnai krinta žemyn, taigi jie visi yra traukiami Žemės centro kryptim. Ši Žemės traukos jėga sąlygoja kūno svorį. Bet traukos jėga pasireiškia ne tik Žemės paviršiuje. Tokia pat traukos jėga verčia Žemę ir kitas planetas skrieti keplerine orbita aplink Saulę, Mėnulį aplink Žemę, dvilypes žvaigždes vieną aplink antrą ir t. t. Pirmasis tai suprato garsusis fizikas I. Niutonas, kuris 1683 m. paskelbė gravitacijos, arba visuotinės traukos, dėsnį. Šis dėsnis sako:

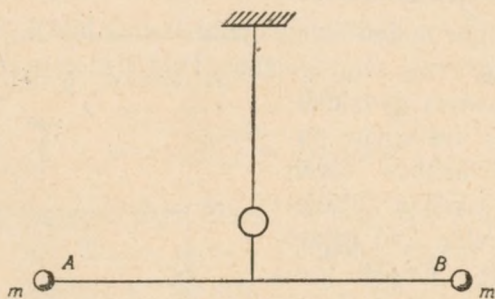
du kūnai traukia vienas antrą; traukos jėga F tarp jų yra tiesiog proporcinga jų masių m_1 ir m_2 sandaugai ir atvirkščiai proporcinga jų svorio centrų nuotolio r kvadratui, taigi

$$F = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \mathbf{r}, \text{ arba } F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (28,1)$$

čia G yra *gravitacijos konstanta*. Jos skaitinė reikšmė yra lygi $6,68 \cdot 10^{-8} \text{ g}^{-1} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-2}$; ji parodo, kokia jėga traukia vienas antrą du kūnai, kai jų masės yra lygios 1 g ir nuotolis tarp jų centrų — 1 cm.

XVII šimtmečio antroje pusėje Borelis, Galejus, Hukas ir kiti mokslininkai tvirtino, kad 3-jį Keplerio dėsni galima paaiškinti, laikant, kad veikia nukreipta nuo planetos į Saulę jėga, kuri yra atvirkščiai proporcinga nuotolio nuo Saulės kvadratui. O. I. Niutonas savo veikale «Gamtos filosofijos matematiniai principai» parodė, kad tokios jėgos veikimu galima išaiškinti ir pirmuosius du Keplerio planetų judėjimo dėsnius.

Jei traukos jėga F nukreipta radiusu-vektoriu, tai $[\mathbf{rF}] = 0$, taigi $m \left[\mathbf{r} \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right] = 0$, o $[\mathbf{rv}] = \text{const}$. Nubrėžtas per laiko vienetą (1 s) radiuso-vektoriaus plotas, vadinamas sektoriniu greičiu, $\frac{dS}{dt} = \frac{1}{2} [\mathbf{rv}]$. Tokiu būdu, $\frac{1}{2} [\mathbf{rv}] = \text{const}$. Pastaroji lygtis ir išreiškia 2-jį Keplerio dėsni. Iš formulės (28,1) išvedamas ir 1-sis Keplerio dėsnis.



65 pav.

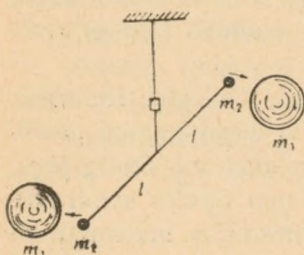
Gravitacijos konstantą pirmasis išmatavo 1798 m. Kevedinšas. Jis panaudojo sukamąsias svarstyklės. Jas sudaro ant plokštos vielės pakabintas per vidurį ilgio $2l$ skersinėlis AB , jo

galuose prikabinami nedidelės masės m rutulėliai (65 pav.). Tokios sistemos svyravimo periodas (32,2)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}},$$

čia I yra sistemos inercijos momentas atžvilgiu sukimosi ašies, D — kreipiamasis momentas. Išmatavę sistemos svyravimo periodą T ir išskaičiavę jos inercijos momentą ($I \approx 2ml^2$), galime surasti D :

$$D = \frac{4\pi^2 I}{T^2}.$$



66 pav.

Priartinkime prie rutulėlių du didelius švino rutulius (66 pav.). Veikiamos traukos jėgos F sukamosios svarstyklės pasisuks nedideliu kampu φ ; tos jėgos sukeltas sukamasis momentas

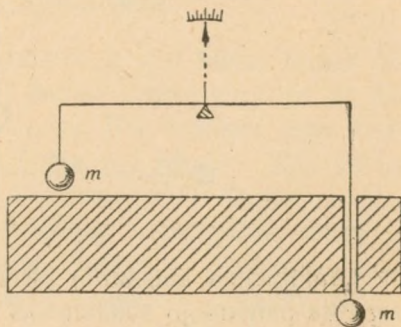
$$D\varphi = 2Fl,$$

Išmatavę sistemos pasisukimą, galime surasti traukos jėgą F tarp didžiojo ir mažojo rutulių:

$$F = \frac{D\varphi}{2l} = \frac{4\pi^2 I}{2l T^2} \varphi,$$

o žinodami rutulių mases ir jų svorio centrų nuotolį, galėsime iš (28,1) formulės išskaičiuoti G .

Traukos jėgai matuoti naudojami ir kiti būdai. Žoli 1878 m. ją matavo jautriomis svarstyklėmis. Prie vienos svarstyklių lėkštelės prikabinamas gyvsidabrio rutulėlis ir nustatoma pusiausvyra. Priartinus didelį švino rutulį, reikia pridėti lėkštelėn svarelių, kad grįžtų vėl pusiausvyra. Pridėti svareliai tiesiogiai parodo traukos jėgą. Vėliau šis būdas buvo kiek pakeistas. Prie jautrių svarstyklių lėkštelių prikabinamos vienodos (1 kg)



67 pav.

švino masės m ir tarp jų taip padedamas masyvus švino gabalas, kad viena prikabintoji prie lėkštelės švino masė yra gabalo viršuje, o antroji — apačioje (67 pav.). Traukos jėgai prisidėjus, viršuje esančios masės svoris padidėja, o apačioje esančios — sumažėja.

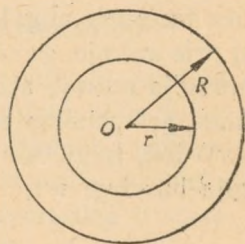
Bet kurio masės m kūno svoris Žemės paviršiuje yra lygus mg (§ 31), čia g laisvai krintančio kūno greitėjimas. Bet kūno svoris ir yra traukos jėga tarp kūno ir Žemės. Žemės masę pažymėkime M , jos radiusą R , tada traukos jėga

$$F = G \frac{mM}{R^2} = mg. \quad (28,2)$$

G , R ir g yra žinomi, taigi galime išskaičiuoti Žemės masę M . Ji yra lygi: $M = 6 \cdot 10^{27} g = 6 \cdot 10^{21}$ tonų; vidutinis Žemės tankis $\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = 5,5 \text{ g cm}^{-3}$. Didelis Žemės tankis rodo, kad jos vi-

duryje turėtų būti didesnio tankio medžiagos, kaip paviršiuje.

Išreiškianti gravitacijos dėsnį (28,1) lygtis nebetinka, kai kūnas yra ne ant Žemės paviršiaus, bet jos viduje r nuotolyje nuo centro, kur $r < R$ (68 pav.). Tuomet išorinio ($R-r$) storio sluoksnio traukos jėgos atstojamasis veikimas dėl simetrijos bus lygus nuliui; tai rodo ir skaičiavimas. Taigi masės m kūną traukia tik radiuso r rutulys, kurio tūris bus lygus $\frac{4}{3}\pi r^3$. Jei Žemės tankis yra ρ , tai to rutulio masė bus lygi $M^1 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$; tuomet traukos jėga



68 pav.

$$F^1 = G \frac{mM^1}{r^2} = \frac{4}{3}\pi G \rho m r. \quad (28,3)$$

Tokiu būdu, traukos jėga Žemės viduje yra proporcinga kūno nuotoliui r nuo Žemės centro. Pačiame centre ($r=0$) ji yra lygi nuliui. Artėjant kūnui prie Žemės, kol jis yra Žemės išorėje, jo svorio jėga didėja atvirkščiai proporcingai jo nuotolio nuo Žemės centro kvadratui ($\frac{1}{r^2}$). Didžiausias kūno svoris yra, esant jam ant Žemės paviršiaus. Einant gilyn į Žemę, jo svoris mažėja proporcingai r .

✓ § 29. GRAVITACIJOS POTENCIALAS IR LAUKO STIPRUMAS

Beveik iki XIX šimtmečio pabaigos buvo manoma, kad gravitacija veikia betarpiškai, t. y. kūnai traukia vienas kitą per atstumą, nesukeldami jokių pakitimų aplinkoje. Be to, laikyta, kad traukos veikimas sklinda erdvėje be galo dideliu greičiu, taigi akimirksniu. Bet vėliau nuo tokio aiškinimo buvo atsisakyta. Betarpio veikimo hipotezę pakeitė tarpinio veikimo, arba lauko, teorija. Pagal ją esanti erdvėje masė sukelia savo artimiausioje ir tolimesnėje aplinkoje (tiksliau visoje erdvėje) tam tikrą būvį pakitimą, dėl kurio esantieji erdvėje kūnai yra šios masės traukiami. Sakoma, kad erdvėje susidaro jėgos, šiuo atveju gravitacijos, laukas.

Kaip greit sklinda erdvėje gravitacijos veikimas, iki šiol nėra nustatyta. Bet reliatyvumo teorija tvirtina, kad bet kurios rūšies veikimas negali sklisti erdvėje greičiau už šviesą, kad šviesos greitis vakuume yra didžiausias. Todėl manoma, kad ir gravitacijos veikimas sklinda erdvėje šviesos greičiu (300 000 km/s).

Tarp dviejų masės M ir m kūnų pasireiškia savitarpio trauka. Tolindami masės m kūną nuo antrojo, turėsime atlikti darbą, nes turėsime nugalėti jų traukos jėgą. Ir atvirkščiai, artindami jį prie antrojo, gausime darbą. Tokiu būdu, šio kūno potencialinė energija antrojo atžvilgiu priklauso nuo nuotolio tarp jų. Laikykime potencialinę energiją lygia nuliui, kai masės m kūnas be galo toli, taigi, kai $r = \infty$; tada, kai jis yra nuotolyje r , jo energija bus lygi W :

$$W = \int_{\infty}^r G \frac{Mm}{r^2} dr = -G \frac{Mm}{r}. \quad (29,1)$$

Erdvės bet kurios vietos gravitacijos potencialą nusako esančios toje vietoje masės vieneto (1 g) potencialinė energija. Tokiu būdu, nuotolyje r nuo masės M svorio centro gravitacijos potencialas

$$U = -G \frac{M}{r}. \quad (29,2)$$

Taigi gravitacijos potencialą galime taip nusakyti:

bet kurio erdvės taško gravitacijos potencialas išreiškiamas darbu, kurį reikia atlikti, nukeliant 1 g masę iš šio taško begalybėn.

Potencialo dimensija yra: $[U]=\text{cm}^2\text{s}^{-2}$.

Gravitacijos lauko stiprumu bet kuriame erdvės taške laikome traukos sukeltą jėgą, kuri veikia 1 g masę šiame taške.

Jei lauką sukelia tik viena masė M , tai lauko stiprumas E bus:

$$E = G \frac{M}{r^2}. \quad (29,3)$$

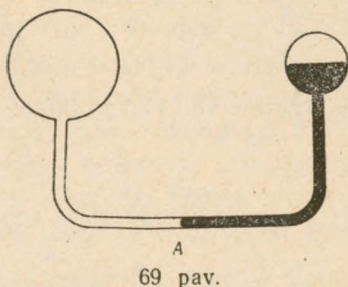
Jo dimensija yra: $[E]=\text{cm s}^{-2}$. Gravitacijos lauko stiprumas Žemės paviršiuje (28,2)

$$E = G \frac{M}{R^2} = g, \quad (29,3a)$$

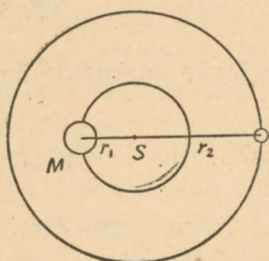
čia M yra Žemės masė, R — jos radiusas. Tokiu būdu, Žemės paviršiuje gravitacijos lauko stiprumas yra lygus laisvai krantinčio kūno greitėjimui. Gravitacijos lauko stiprumo E , arba greitėjimo g , pakitimą, pakeitę bet kuria kryptim nuotolį ilgio vienetu (1 cm), vadiname jų gradientu ir žymime $\text{grad}E$ arba $\text{grad}g$. Gradiento vienetu laikome tokį gradientą, kai 1 cm nuotolyje šie dydžiai pakinta vienetu. Gravitacijos lauko gradiento vienetas vadinamas *etvešu*.

§ 30. MĖNULIO JUDEJIMAS; POTVYNAI IR ATOSLOGIAI

Visuotinės traukos (gravitacijos) teorijos didžiulė reikšmė pilnai išryškėjo tada, kai jos pagalba matematiniu būdu buvo išvesti Keplerio planetų judėjimo dėsniai. Jau Niutonas patikrino savo paskelbtąją teoriją, išskaičiuodamas Mėnulio apybegio aplink Žemę periodą. Tarp Žemės ir Mėnulio pasireiškia traukos jėga. Jos veikimą pirmasis eksperimentiškai stebėjo M. Lomonosovas savo paties padirbtu prietaisu — universaliniu barometru. Jį sudaro du sujungti tarp savęs vamzdeliu rutuliniai indai (69 pav.). Į vieną įpilama gyvsidabrio, antrame yra oro; pastarojo slėgimas parenkamas toks, kad gyvsidabris iš dalies užpildytų jungiamąjį vamzdelį, pvz., iki A . Skriejant Mėnuliui aplink Žemę, gyvsidabrio svoris kinta: dėl Mėnulio traukos jėgos jis yra mažiausias atkreiptose į Mėnulį ir didžiausias — nukreiptose nuo Mėnulio



Žemės vietovėse. Todėl, keičiantis Mėnulio vietai danguje, gyvsidabrio stulpelio viršūnė jungiamajame vamzdelyje slankios juo. Žemės traukos jėga, kaip įcentrinė, priverčia Mėnulį skrieti aplink Žemę apytiksliai apskritimu. Bet ir Žemė nėra rimtyje. Mėnulį ir Žemę galima laikyti atskira, tik vidinių jėgų veikiamą sistemą.



70 pav.

Tokios sistemos svorio centras pasilieka nejudamas (70 pav.); aplink jį skrieja ir Žemė, ir Mėnulis. Žemės masę pažymėkime M , jos centro nuotolį nuo sistemos bendrojo svorio (arba masės) centro — r_1 , Mėnulio masę — m , jo centro nuotolį — r_2 ; tada sistemos svorio centro vietą nusakys ši lygtis:

$$Mr_1 = mr_2. \quad (30,1)$$

Kadangi Žemės masė yra žymiai didesnė — už Mėnulio masę ($M : m \approx 81$) ir nuotolis tarp Žemės ir Mėnulio centrų $r = r_1 + r_2$ yra lygus apie 60 Žemės radiusų, tai sistemos bendrasis svorio centras beveik sutampa su Žemės centru ir tiera nutolęs nuo jo tik per $\frac{3}{4}$ Žemės radiuso. Tokiu būdu Žemės centras skrieja tik labai nedideliu apskritimu aplink sistemos svorio centrą.

Žemės ir Mėnulio sistema bus tada pusiausvyroje, kai įcentrinė, vadinasi, Žemės traukos jėga bus lygi Mėnulio išcentrinei inercijos jėgai, taigi, kai (24,1)

$$Mr_1\omega^2 = mr_2\omega^2 = G \frac{Mm}{r^2}. \quad (30,2)$$

Iš čia

$$\omega^2 = G \frac{m}{r_1 r^2}. \quad (30,3)$$

Iš lygties (30,1) randame:

$$r_1 = \frac{rm}{M+m}.$$

Įstatę r_1 ir iš (28,2) G reikšmę į (30,3), gausime:

$$\omega^2 = g \frac{R^2}{r^3} \left(1 - \frac{m}{M}\right), \text{ arba } \omega^2 \approx g \frac{R^2}{r^3},$$

nes $\frac{m}{M}$ yra mažas dydis. Mėnulio apybėgio periodą pažymėkime T ; tada

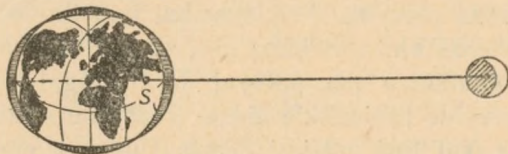
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{gR^2}}. \quad (30,4)$$

Istatę dydžių reikšmes: $R=6370 \text{ km}=6,37 \cdot 10^8 \text{ cm}$, $r=60,3R$ ir $g=981 \text{ cm s}^{-2}$, gausime $T=27,3$ paros; taigi taip išskaičiuotas Mėnulio apybėgio aplink Žemę periodas yra lygus surastajam iš astronominių matavimų.

Gravitacijos jėga veikia visas, nors ir labai toli esančias, mases. Nors dėl labai didelių nuotolių ji yra labai maža, tačiau ilgainiui jos veikimas turi atsiliiepti į žvaigždžių judėjimą. Dėl gravitacijos nors ir labai reti įvairiose Kosmoso vietose išsklaidyti ūkai pamažu telkiasi jų svorio centro kryptim; atrodo, taip galėtų susidaryti naujos žvaigždės.

Mėnulio ir Saulės traukos jėgos veikiamos laisvos vandeny-
nų vandens masės atkreiptoje į Mėnulį arba Saulę ir nukreiptoje nuo jo Žemės pusėje pakyla žymiai aukščiau, sudarydamos tokiu būdu potvynio bangą. Mėnulio veikimas yra apie 2 kartus stipresnis už Saulės veikimą.

Susipažinkime su Mėnulio traukos jėgos veikimu. Kaip jau kalbėjome, Mėnulis ir Žemė skrieja aplink bendrą jų svorio centrą S , kuris guli Žemės viduje ir nutolęs nuo jos centro apie $\frac{3}{4}$



71 pav.

jos radiuso (71 pav.). Todėl atkreiptoje į Mėnulį Žemės pusėje kūnai skrieja mažesnio radiuso apskritimu, kaip priešingoje, nukreiptoje nuo Mėnulio Žemės pusėje. Ir šioje pusėje išcentrinė inercijos jėga yra mažesnė, kaip antroje. Vandeny-
nų laisvas vandens mases veikia ne tik Žemės traukos (arba svorio) jėga, kuri visur beveik yra vienoda, bet ir tokios dvi jėgos: Mėnulio traukos ir minėtoji išcentrinė inercijos jėga. Atkreiptoje į Mėnulį Žemės pusėje Mėnulio traukos jėga nukreipta prieš svorio jėgą; išcentrinė inercijos jėga ($m\omega^2 r$), kilusi dėl Žemės sukimosi aplink bendrą sistemos svorio centrą, taip pat nukreipta prieš svorio jėgą; ji yra nedidelė, nes r yra mažas (tik apie $\frac{1}{4}$ Žemės radiuso).

Nukreiptoje nuo Mėnulio Žemės pusėje Mėnulio traukos ir svorio jėgos kryptys sutampa. Išcentrinė inercijos jėga yra

nukreipta priešingon pusėn; ši yra žymiai didesnė už Mėnulio traukos jėgą, nes sukimosi orbitos radiusas yra žymiai didesnis (apie $\frac{7}{4}$ Žemės radiuso). Todėl ir šioje Žemės pusėje svorio jėga sumažėja. Keliaujant iš atkreiptos į Mėnulį Žemės pusės į priešingąją, nukreiptą nuo Mėnulio, minėtų veiksnių įtaka iš pradžių palaipsniui mažėja, o vėliau vėl didėja. Atitinkamai kinta ir vandens lygis vandenynuose, pakildamas aukščiausiai atkreiptoje į Mėnulį ir priešingoje, nukreiptoje nuo jo, Žemės pusėje. Abiejose, atkreiptoje į Mėnulį ir nukreiptoje nuo jo, Žemės pusėse vanduo pakyla lygiai aukštai. Taip yra todėl, kad atkreiptoje į Mėnulį Žemės pusėje Mėnulio traukos ir išcentrinės inercijos jėgų suma yra lygi tų jėgų skirtumui nukreiptoje nuo Mėnulio Žemės pusėje.

Mėnuliui skriejant aplink Žemę, potvynio banga taip pat slenka aplink ją. Ši banga apiplautų visą Žemės rutulį per 27,3 paros, jei Žemė nesisuktų aplink savąją ašį. Bet Žemė apsisuka per 24 val., todėl per tą patį laiką pakilusio vandens juosta du kartus apibėga Žemės rutulį.

Prie Mėnulio keliamo potvynio prisideda dar Saulės traukos jėgos sukiamas potvynis. Priklausomai nuo Saulės ir Mėnulio vietos jiedu vienas antro veikimą gali sustiprinti arba susilpninti. Vandens pakilimas per potvynį ir atoslūgį priklauso nuo vietos. Dėl potvynio pasireiškia didelė trintis tarp vandens masių vandenynuose. Tai turi mažinti Žemės sukimosi energiją, vadinasi, Žemės sukimosi greitis turi mažėti, para turi ilgėti. Ir tikrai, pastarųjų laikų tikslūs paros matavimai parodė, kad ji nors ir labai nežymiai, bet ilgėja.

Mėnulis tokią tragediją jau pergyveno. Kai jis buvo dar skystas, Žemės traukos jėga kėlė jame milžiniškus potvynius. Ir dėl trinties jo sukimasis visą laiką lėtėjo, kol pagaliau jis pasidarė lygus 27,3 paros. Todėl Mėnulis atkreiptas į Žemę visada ta pačia puse.

VI SKYRIUS

SVORIO IR TRINTIES JĖGOS

✓ § 31. SVORIS. LAISVAI KRINTANČIO KŪNO GREITĖJIMAS

Dėl visuotinės traukos visus kūnus veikia nukreipta į Žemės centrą traukos jėga, kurią vadiname *svorio jėga*, arba *svoriu*. Taigi visi kūnai turi svorį. Kūnų svoris verčia kristi juos žemyn, o kai jie yra paremti ir negali kristi, tai minėtoji jėga slepia jų atramas. Paviršutiniškai stebint atrodo, kad skirtingi kūnai krinta nevienodai greitai; taip, pvz., akmenėlis greičiau pasiekia žemę, kaip plunksnėlė. Bet taip yra tik dėl oro pasipriešinimo, kuris skirtingiems kūnams yra nevienodas. Vakuume, pvz., vamzdyje be oro, visi kūnai krinta vienodai greitai. Laisvai krintančių kūnų judėjimo dėsnius pirmasis nustatė Galilėjus (1590 m.), stebėdamas laisvą kūnų kritimą iš aukšto palinkusio bokšto Pizoje bei jų judėjimą nuožulnia plokštuma.

Laisvai krintančių kūnų greitėjimo g matavimai parodė, kad jis, o tuo pačiu ir kūnų svoris $F=mg$, įvairiose Žemės paviršiaus vietose nėra vienodas. Jis yra didžiausias Žemės ašigaliuose, mažiausias — ant pusiaujo. Be to, jis priklauso ir nuo vietos aukščio, ir kylant aukštyn — mažėja. Laisvai krintančių kūnų greitėjimo priklausomybė nuo Žemės paviršiaus vietos geografinės platumos φ ir jos aukščio h išreiškiama tokia empirine formule:

$$g=980,62(1-0,00264 \cdot \cos 2\varphi-0,0000003h) \text{ cm s}^{-2}. \quad (31,3)$$

Vidutinėje geografinėje platumoje $g=981 \text{ cm s}^{-2}$.

Kūnų svorio ir greitėjimo g kitimą įvairiose Žemės paviršiaus vietose daugiausia sąlygoja Žemės sukimosi sukelta išcentrinė inercijos jėga (§ 26); be to, kūnų svoris ir greitėjimas, nors ir nežymiai, priklauso ir nuo jų nuotolio nuo Žemės centro, nuo jų judėjimo greičio ir krypties ant besisukančios Žemės, apskritai, ant judančių objektų (Etvešo efektas).

Kūnų svoris yra jų vidinė savybė, ir jos matas yra kūnų svarioji masė, kaip inercijos masė yra kūnų inercijos matas. Svario jėgą laikykime proporcinga svariajai masei; tada pastarąją galėsime nustatyti, išmatavę svorį. Tikslūs Etvešo tyrimai parodė, kad inercijos ir svarioji masės yra ne tik proporcingos, bet ir lygios. Todėl ir neskirsime jų vieną nuo antros, išreikšdami jas abi tais pačiais vienetais — gramais.

Kasdieniniai reiškiniai ne tik neišryškina esminio skirtumo tarp svariosios ir inercijos masių, bet, atvirkščiai, labai dažnai visai paslepia ją. Taip patirtis rodo, kad sunkesnį kūną yra sunkiau išjudinti, kaip lengvesnį. Todėl ir tada kūną laikome «sunkiu», kai jis sunkiai pasiduoda išjudinamas gulsčioje plokštumoje, nors šiuo atveju turime nugalėti tik kūno inerciją, bet ne jo svorį.

Kūnų svorį, kaip ir bet kurią kitą jėgą, CGS sistemoje išreiškiamo dinomis. Jei kūno masė yra m gramų, tai jo svoris $G=mg$, čia g yra laisvai krintančio kūno greitėjimas. Tokiu būdu, 1 gramo masės svoris jūros paviršiaus lygyje ir vidutinėje geografinėje platumoje bus lygus $980,665 \text{ dyn} \approx 981 \text{ dyn}$.

Svario vienetu laikome 1 kg masės svorį jūros paviršiaus lygyje ir 45° geografinėje platumoje. Jį vadiname kilopondu (kp). Tūkstantoji kilopondo dalis vadinama pondu (p); $10^{-3} \text{ kp} = 1 \text{ p}$; $10^{-3} \text{ p} = 1 \text{ mp}$; $1 \text{ dyn} = 1,019 \text{ mp}$.

Kasdieniniame gyvenime svorį dažnai matuojame gramais arba kilogramais. Bet reikia skirti svario vienetą — gramą (G) arba kilogramą (kg) nuo taip pat vadinamų masės vienetų — masės gramo (g) ir kilogramo (kg).

§ 32 FIZINĖ SVYRUOKLĖ

Panagrinėkime kūnų judėjimą, veikiant svario jėgai. Laisvi kūnai krinta žemyn arba kyla aukštyn, tolygiai greitėdami. Nelaisvi, koku nors būdu paremti, kūnai, svario jėgos veikiami, visada užima tokią pusiausvyros padėtį, kad jų svorio centras būtų kuo žemiau. Iškreipti iš tos padėties, jie arba sugrižta į ją, arba užima kurią naują pusiausvyros padėtį (§ 34).

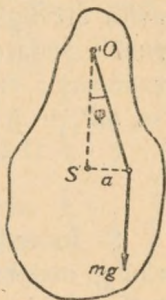
Bet kurį kūną paremkime taip, kad pusiausvyros padėtyje jo svorio centras būtų žemiau atramos taško ir gulėtų einančioje pro atramos tašką stačiojoje linijoje. Iškreiptas iš pusiausvyros padėties, jis svyruoja ir jo nukrypimas nuo pusiau-

svyros padėties kinta periodiškai. Tokį fizinį kūną vadiname *fizine svyruokle*.

Tegu svyruoklės masė yra m , jos inercijos momentas einančios pro atramos tašką O ašies atžvilgiu yra I , o svorio centro S nuotolis nuo atramos taško O $OS=l$ (72 pav.). Iškreipkime ją iš pusiausvyros padėties nedideliu kampu φ . Svorio jėga mg sukelia sukamąjį momentą M :

$$M = -mga = -mgl \cdot \sin\varphi \approx -mgl\varphi,$$

nes, esant mažam pakrypimo kampui φ , $\sin\varphi$ galime pakeisti φ . Imame neigiamą ženklą, nes sukamasis momentas mažina pakrypimo kampą φ . Dydį mgl vadiname svyruoklės *kreipiamuoju momentu*; pažymėkime jį D ; tuomet



72 pav.

$$M = -D\varphi.$$

Bet sukamasis momentas M yra taip išreiškiamas (20,1):

$$M = I \frac{d\omega}{dt} = I \frac{d^2\varphi}{dt^2};$$

tokiu būdu,

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -D\varphi. \quad (32,1)$$

Si diferencialinė lygtis nusako iškreiptos iš pusiausvyros vietos svyruoklės judėjimą. Svyrunklė periodiškai svyruoja, nukrypdama į vieną ir į antrą pusę. Taigi tos lygties sprendinys turėtų būti periodinė funkcija, ir jos kitimo periodas turi būti lygus svyruoklės svyravimo periodui T , per kurį svyruoklė padaro pilną svyravimą, t. y. iškrypusi iš pusiausvyros vietos, nukrypsta į vieną ir į antrą pusę ir grįžta atgal į tą vietą, bet jau iš antros pusės. Lygties sprendinys turi tokią formą: $\varphi = \varphi_0 \cdot \sin \frac{2\pi}{T} t$.

Kadangi

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2\pi}{T} \varphi_0 \cdot \cos \frac{2\pi}{T} t \text{ ir } \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{4\pi^2}{T^2} \varphi_0 \cdot \sin \frac{2\pi}{T} t = -\frac{4\pi^2}{T^2} \varphi,$$

tai, įstatę pastarąjį reiškinį į lygtį (32,1), gauname:

$$\frac{4\pi^2 I}{T^2} = D = mgl;$$

iš čia svyruoklės svyravimo periodas

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}. \quad (32,2)$$

Svyruoklės inercijos momentą einančios pro jos svorio centrą S ašies atžvilgiu pažymėkime I_0 ; tada $I = I_0 + ml^2$ (19,4). Tegu svyruoklę sudaro mažas rutulėlis, pakabintas ant ilgo siūlo; jei jo radiusas r palyginti su l yra mažas, tai I_0 bus mažas palyginti su ml^2 , ir jį galime atmeti; šiuo atveju $I \approx ml^2$ ir

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (32,3)$$

Ši formulė išreiškia *matematinės svyruoklės* svyravimo periodą; matematinės svyruoklės masę laikome sutelkta viename taške. Tokiu būdu, matematinės svyruoklės svyravimo periodas proporcingas kvadratinei šakniai iš svyruoklės ilgio l . Šį dėsni yra nustatęs Galilėjus 1596 m. Lygtyje (32,2) $\frac{l}{ml}$ pažymėkime λ ; tuomet fizinės svyruoklės periodas

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\lambda}{g}}. \quad (32,4)$$

Toks fizinės svyruoklės periodo reiškinytis rodo, kad jos svyravimo periodas yra lygus ilgio λ matematinės svyruoklės periodui. Dydį λ vadiname *fizinės svyruoklės redukuotu ilgiu*.

Tegu svyruoklę sudaro ant siūlo pakabintas radiuso r ir masės m rutulėlis. Jo inercijos momentas atžvilgiu einančios pro svorio centrą ašies yra $I_0 = \frac{2}{5} mr^2$ (19,6). Jei nuotolis tarp svorio centro ir atramos taško yra l , tai svyruoklės inercijos momentas atžvilgiu einančios pro atramos tašką ašies $I = ml^2 + \frac{2}{5} mr^2 = m\left(l^2 + \frac{2}{5} r^2\right)$. Tokios svyruoklės redukuotas ilgis $\lambda = l\left(1 + \frac{2}{5} \frac{r^2}{l^2}\right)$ cm. Jei, pvz., $l = 100$ cm, $r = 1$ cm, tai $\lambda = 1,00004l$; tokios svyruoklės λ tesiskiria nuo l tik $1/26$ mm; taigi ją jau galime laikyti matematine svyruokle.

§ 33. APVERČIAMOJI SVYRUOKLĖ

Išmatavę svyruoklės svyravimo periodą ir jos ilgį, galime surasti laisvai krintančio kūno greitėjimą g . Šiam tikslui naudojame matematinę svyruoklę, kurią sudaro pakabintas ant il-

gesnio siūlo nedidelis metalinis rutulėlis. Tačiau žymiai tiksliau *g* surandame su *apverčiamąja svyruokle*.

Apverčiamąją svyruoklę sudaro pakabintas taške *A* masės *m* kūnas, kuris gali svyruoti aplink einančią pro *A* gulsčią ašį (73 pav.); ašies nuotolis nuo svorio centro *S* lygus $AS=l_1$. Jei svyruoklės inercijos momentas atžvilgiu einančios pro *S* gulsčios ašies yra I_0 , tai jos svyravimo periodas

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + ml_1^2}{mgl_1}}. \quad (33,1)$$

Tiesėje *AS*, tik kitoje svorio centro *S* pusėje, parinkime tašką *B* taip, kad pakabinta šiame taške svyruoklė svyruotų aplink einančią pro šį tašką gulsčią ašį tokiu pat periodu *T*. Jei taško *B* nuotolis nuo *S* yra $BS=l_2$, tai

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + ml_2^2}{mgl_2}}. \quad (33,2)$$

Iš (33,1) ir (33,2) lygčių gauname:

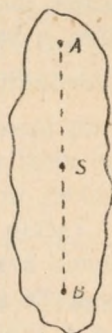
$$l_2 = \frac{I_0}{ml_1}.$$

Atkarpos *AB* ilgis

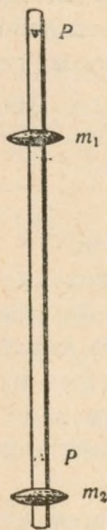
$$l = l_1 + l_2 = l_1 + \frac{I_0}{ml_1} = \frac{I_0 + ml_1^2}{ml_1} = \frac{I}{ml_1}, \quad (33,3)$$

čia *I* yra kūno inercijos momentas einančios pro *A* ašies atžvilgiu. Dydis $\frac{I}{ml_1}$ yra svyruojančios aplink einančią pro *A* ašį svyruoklės redukuotas ilgis λ . Bet pakabinta taške *B* svyruoklė svyruoja tuo pačiu periodu, taigi ir šiuo atveju jos redukuotas ilgis yra λ . Tokiu būdu galime surasti fizinės svyruoklės redukuotą ilgį; o nustatę jos svyravimo periodą, galime išskaičiuoti laisvai krintančio kūno greitėjimą *g*.

Apverčiamąją svyruoklę sudaro metalinė sijelė, kuri turi dvi atkreiptas briaunomis prizmes *P* (74 pav.). Sijelė slankioja du priveržiami masės *m*₁ ir *m*₂ lęšiai, kurių vienas yra tarp prizmių, o antras už jų. Sijelė pakabinama specialiaame stovė. Lęšių vieta taip parenkama, kad, paremta iš eilės abiem prizmėm, svyruoklė svyruotų tuo pačiu periodu. Tuomet nuotolis



73 pav.



74 pav.

tarp prizmių briaunų yra lygus svyruoklės redukuotam ilgiui λ . Išmatavę T ir λ , galime išskaičiuoti g .

Pagaliau svyruokle galime patikrinti kūno inercijos ir svariosios masių lygybę. Inercijos momentas I priklauso nuo inercijos, o kreipiamasis momentas $D = mgl$ — kūno svariosios masės. Santykis $\frac{I}{D}$ nusako kūno svyravimo periodą. Jei įvairių kūnų inercijos ir svariosios masės santykis būtų skirtingas, tai dvi visai vienodos, bet padarytos iš skirtingos medžiagos, svyruoklės turėtų skirtingą svyravimo periodą.

Tačiau Etvešo atlikti su gravitaciniu variometru (sukamosiomis svarstyklėmis) tikslūs tyrimai parodė, kad gravitacijos jėga yra proporcinga tik inercijos masei, taigi, kad abi, inercijos ir svarioji, masės yra lygios.

§ 34. KŪNŲ PUSIAUSVYRA. DALAMBERO PRINCIPAS

Materialus taškas (kūnas) gali judėti tam tikrų sąlygų nusakytu, sakome priverstiniu, keliu ir jį veikia jėga F , kuri su kelio kryptimi sudaro kampą φ . Išskaidykime veikiančiąją jėgą dviem dedamosiom: viena — kelio kryptim ir antra — statmenai jo kryptčiai. Pirmoji dedamoji F_1 yra lygi jėgos F projekcijai kelio kryptim: $F_1 = F \cdot \cos\varphi$; ji keičia kūno greitį; o antroji tik slegia kūną prie kelio. Todėl jei priverstiniu keliu judantį materialų tašką veikia dvi jėgos, sudarančios nevienodus kampus su kelio kryptimi, tai jų veikimas yra ekvivalentus, jei jų projekcijos kelio kryptimi yra lygios.

Laisvai judantis materialus taškas yra pusiausvyroje, jeigu jį veikiančių jėgų atstojamoji yra lygi nuliui, taigi, kai

$$\Sigma F_i = 0. \quad (34,1)$$

Materialiam taškui judant priverstiniu keliu, tenka sumuoti visas veikiančias ir priverstines (slegiančias materialų tašką prie kelio bei kelio atoveikio) jėgas. Bet priverstinės jėgos neturi reikšmės judėjimui. Todėl paprastai vektoriškai sudedamos tik visų veikiančių jėgų dedamosios kelio kryptimi. Ir jeigu jų atstojamoji bus lygi nuliui, judantis priverstiniu keliu materialus taškas bus pusiausvyroje.

Veikiamas vienos arba kelių jėgų kietas kūnas gali atskirais atvejais arba tik suktis, arba tik slinkti, o bendru atveju

kartu ir suktis, ir slinkti. Iš pradžių laikykime, kad jis tik slenka. Šiuo atveju veikiančios kūną jėgos veikimo tašką galime perkelti į bet kurį kitą kūno tašką, tik perstumiant jėgą, jos kryptis neturi pasikeisti. Veikiančias bet kuriuose kūno taškuose jėgas sudedame šiuo būdu: jėgas perstumiame lygiagrečiai taip, kad jos visos veiktų tą patį kūno tašką, ir tuomet jas sudedame vektoriškai. Kūnas bus pusiausvyroje tada, kai

$$\Sigma \mathbf{F}_i = 0,$$

taigi, kai

$$F_x = \Sigma F_i \cdot \cos \alpha_i = 0, F_y = \Sigma F_i \cdot \cos \beta_i = 0, F_z = \Sigma F_i \cdot \cos \gamma_i = 0, \quad (34,1a)$$

čia α_i , β_i ir γ_i yra jėgos $\mathbf{F}_i$ sudarytieji su stačiakampių koordinatinių ašimis kampai.

O dabar imkime antrąjį atvejį: kūnas tik sukasi aplink ašį. Kaip žinome (18,1), sukamasis momentas $\mathbf{M}$ yra lygus jėgos $\mathbf{F}$ ir jos peties $\mathbf{l}$ vektorinei sandaugai: $\mathbf{M} = [\mathbf{l}\mathbf{F}]$. Dvi jėgos $\mathbf{F}_1$ ir $\mathbf{F}_2$, sukančios kūną aplink ašį, yra tada lygiaverčios, kai jų sukamieji momentai $\mathbf{M}_1$ ir $\mathbf{M}_2$ yra lygūs, taigi $[\mathbf{F}_1\mathbf{l}_1] = [\mathbf{F}_2\mathbf{l}_2]$, čia $\mathbf{l}_1$ ir $\mathbf{l}_2$ yra atitinkamai jėgų petys. Todėl veikiamas kelių jėgų kūnas bus pusiausvyroje, jei jų sukamųjų momentų vektorinė suma bus lygi nuliui, taigi

$$\Sigma \mathbf{M}_i = \Sigma [\mathbf{l}_i\mathbf{F}_i] = 0.$$

Bendriausiu atveju, jėgų veikiamas kietas kūnas gali kartu slinkti ir suktis; jis bus statinėje pusiausvyroje tada, kai jį veikiančių jėgų ir jų sukamųjų momentų atstojamosios bus lygios nuliui, taigi

$$\Sigma \mathbf{F}_i = 0 \quad \text{ir} \quad \Sigma \mathbf{M}_i = 0. \quad (34,2)$$

Nusakančias slenkančių kūnų pusiausvyrą tris lygtis (34,1a) galime pakeisti viena. Paprastai sudėję jas, rastume, kad jų suma lygi nuliui. Bet iš jų sumos lygybės nuliui dar neišeina, kad kiekvienas atskirai paimtas dedamasis bus lygus nuliui. O tai bus tik tada, kai padauginę jas iš trijų, tarp savęs nepriklausomų dydžių — x , y ir z funkcijų, jų suma taip pat bus lygi nuliui. Šias funkcijas sudarykime tokiu būdu.

Įsivaizduokime, kad materialus taškas (kūnas) šiek tiek paslenka ir jo x , y ir z koordinatės pakinta į $x + \Delta x$, $y + \Delta y$ ir $z + \Delta z$. Šis poslinkis Δs nėra tikras, bet tik įsivaizduojamas; jį

vadiname *tariamuoju*, arba *virtualiniu*, *poslinkiu*. Poslinkio Δs dedamosios yra Δx , Δy ir Δz . Jos yra viena nuo kitos nepriklausomos, nes materialus taškas yra visai laisvas. Padauginę iš jų lygtis (34,1a), gausime:

$$F_x \cdot \Delta x + F_y \cdot \Delta y + F_z \cdot \Delta z = 0. \quad (34,3)$$

Ši lygtis yra visai lygiavertė lygčiai (34,1a). Pasinaudoję ja, kūno pusiausvyrą galime taip išreikšti:

$$F_x \cdot \Delta x + F_y \cdot \Delta y + F_z \cdot \Delta z = F \Delta s = 0. \quad (34,4)$$

$F \Delta s$ išreiškia darbą ΔW , kurį turėtų atlikti išorinės jėgos, perstumdamos kūną kelyje Δs . Šį darbą vadiname *tariamu*, arba *virtualiniu*, *darbu*. Dabar materialaus taško (kūno) pusiausvyros sąlygą galime taip nusakyti:

materialus taškas (kūnas) yra tada pusiausvyroje, kada, atliekant tariamus poslinkius, tariamas darbas bus lygus nuliui: $\Delta W = 0$.

Lygtis (34,4) išreiškia vadinamąjį *tariamųjų poslinkių principą*.

Atsižvelgdami į pusiausvyros lygtį (34,1), kūnų judėjimo lygtį $\mathbf{F} = m \frac{d^2 \mathbf{s}}{dt^2}$ galime taip parašyti:

$$\bar{\mathbf{F}} = \mathbf{F} - m \frac{d^2 \mathbf{s}}{dt^2} = 0 \quad (34,5)$$

arba, išreiškę dedamosiomis:

$$\bar{F}_x = F_x - m \frac{d^2 x}{dt^2} = 0,$$

$$\bar{F}_y = F_y - m \frac{d^2 y}{dt^2} = 0,$$

$$\bar{F}_z = F_z - m \frac{d^2 z}{dt^2} = 0.$$

Pastaroji lygtis turi pusiausvyros lygties formą: jėgoms $\bar{F}_x$, $\bar{F}_y$ ir $\bar{F}_z$ veikiant, materialus taškas (kūnas) yra pusiausvyroje. Taigi, jeigu prie tikrai veikiančių jėgų F_x , F_y ir F_z pridėsime jėgas $-m \frac{d^2 x}{dt^2}$, $-m \frac{d^2 y}{dt^2}$ ir $-m \frac{d^2 z}{dt^2}$, tai tada kūnas bus pusiausvyroje. Tokiu būdu dinamikos klausimą galime pakeisti statikos klausimu. Tokia yra vadinamojo *Dalamberto prin-*

cipo esmė. Pridėtas $-m \frac{d^2x}{dt^2}$, $-m \frac{d^2y}{dt^2}$ ir $-m \frac{d^2z}{dt^2}$ jėgas vadiname *Dalamberto inercijos jėgomis*. Jos, kaip ir išcentrinės inercijos, Koriolio arba inercijos jėgos, tepasireiškia tik tam tikromis sąlygomis (kūnui greitėjančiai judant arba sukantis). Dalamberto inercijos jėgas turime tik tada, kai dinamikos problemą nusakome statikos dėsniais.

Kasdieninio gyvenimo reiškiniai rodo, kad kūnų pusiausvyra nėra visai vienodos rūšies. Iškreipta iš pusiausvyros padėties svyruoklė sugrįžta vėl į ją; padėtas ant stalo rutulys yra bet kurioje padėtyje pusiausvyroje; pakreipta kėdė arba grįžta atgal į pirmąją padėtį, arba, daugiau pasvirusi, nuvirsta, vadinasi, pereina į naują pusiausvyros padėtį.

Kai iškreiptas iš pusiausvyros padėties kūnas vėl grįžta į ją atgal, šią pusiausvyrą vadiname *pastovia*, arba *stabilia*, pusiausvyra. Tokią pusiausvyrą turime tada, kai kūno svorio centras yra žemiau atramos taško. Tada, iškreipus kūną iš pusiausvyros vietos, kilęs sukamasis momentas grąžina jį atgal į pirmąją padėtį. Pvz., svyruoklė yra pastovioje pusiausvyroje. Kai kūnas yra paremtas jo svorio centre, arba kai bet kurioje padėtyje jo svorio centras yra stačiojoje linijoje, einančioje pro atramos tašką, turime kūno *beskirtę*, arba *neutralią*, pusiausvyrą. Beskirtėje pusiausvyroje yra pamautas ant gulsčios ašies ratas, padėtas ant gulsčios plokštumos rutulys, paguldytas cilindras ir t. t.

Kai iškreiptas iš pusiausvyros vietos kūnas nebegrįžta į pirmąją, bet pereina į naują pusiausvyros padėtį, tokią pusiausvyrą vadiname *nepastovia*, arba *labilia*. Šią pusiausvyrą turime tada, kai kūno svorio centras yra aukščiau atramos taško ir guli einančioje pro tą tašką stačioje linijoje. Kad ir mažiausiai iškrypus kūnui iš pusiausvyros padėties, susidaro jėgų dvejetas, kuris nebeleidžia jam grįžti atgal, bet suka jį į pastovią pusiausvyrą. Nepastovioje pusiausvyroje yra, pvz., paremtas viršūne kūgis, arba paremtas smaigaliu kiaušinis. Taip paremti jie tik vieną akimirksnį tėra pusiausvyroje.

Nepastovi pusiausvyra kai kuriais atvejais labai primena pastovią. Jei plačią lentą atremsime jos siauroju šonu arba galu, tai ji bus pastovioje pusiausvyroje. Bet pakrypusi ji greit atsiremia briauna ir atsiduria nepastovioje pusiausvyroje, iš kurios jau pereina į naują pastovią pusiausvyrą, atsiremddama

plačiuoju šonu. Tokią pusiausvyrą vadiname *metastabilia* pusiausvyra.

Bet kuriai čia kalbėtų rūšių pusiausvyrai yra būdinga kūno svorio centro padėtis. Pastovioje pusiausvyroje iš visų padėčių, kokias išorės sąlygos leidžia užimti, kūnas pasirenka tokią, kad jo svorio centras užimtų žemiausią, nepastovioje — aukščiausią padėtį, kitaip tariant, šiose pusiausvyrose kūno svorio centras užima kraštinę (aukščiausią bei žemiausią) padėtį. Beskirtė pusiausvyra yra tarpinė tarp tų dviejų pusiausvyrų. Ją turime tada, kai kūno svorio centras bet kurioje kūno padėtyje pasilieka vienodame aukštyje.

Kūno svorio centro aukščiui kintant, kinta jo potencialinė energija (§ 15). Kadangi, iškreipiant kūną iš pastovios pusiausvyros padėties, jo svorio centras kyla, tai jo potencialinė energija didėja; ir atvirkščiai, kai kūnas iškrypsta iš nepastovios pusiausvyros padėties, jo svorio centras slenka žemyn, jo energija mažėja. Beskirtėje pusiausvyroje kūno potencialinė energija visose padėtyse pasilieka pastovi. Tokiu būdu kūnų pusiausvyros sąlygas galima taip nusakyti:

kūnas yra pastovioje pusiausvyroje, kai jo potencialinė energija yra mažiausia, nepastovioje — kai ji yra didžiausia.

Taip nusakytos pusiausvyros sąlygos tinka bet kuriam kūnui arba kūnų sistemai, kuriuos veikia ne tik svorio, bet ir kurios kitos jėgos, pvz., elektrinės, magnetinės ir t. t.

§ 35. ENERGIJOS IR JĖGOS PERDAVIMAS. MASINOS

Gamtoje turime įvairius energijos šaltinius, kurių energiją panaudojame darbui atlikti. Labai dažnai gamtos pirminių energijos šaltinių teikiamą energiją paverčiame kitos, numatytam tikslui tinkamesnės rūšies energija, pvz., sukauptą anglyje energiją paverčiame šilumine, Saulės bei atominę — elektrine ir pan. Naudojami šiam tikslui įrenginiai vadinami *jėgainėmis*; tai yra garo katilai, elektros generatoriai, fotoelementai bei termoelementai, įvairių rūšių varikliai ir t. t. Darbui atlikti naudojame *darbo mašinas*, pvz., tekimo bei gręžimo stakles, kuliamąsias, siuvamąsias ir kitokias mašinas. Jėgainės pirminio energijos šaltinio, pavyzdžiui, vandens masių potencialinę arba kinetinę energiją arba iš anglies bei kitokio kuro gautą šiluminę energiją paverčia darbo mašinos dalių judėjimo (kinetine) energija.

Jėginių tiekiamą energiją darbo mašina paverčia naudingu darbu. Paprasčiausiu jėgainės ir darbo mašinos pavyzdžiu yra vežąs vežimą arklys. Šiuo atveju pirminiu energijos šaltiniu yra organizme vykstant cheminiai procesai, jėgaine — arklys, o darbo mašina — vežimas.

Darbo mašinos, kurios gauna mechaninę energiją ir ją paverčia darbu, dažniausiai yra *mechaninės mašinos*. Mechaninės mašinos gautąją energiją labai dažnai paverčia potencialine energija, pakeldamos krovinius aukštyn, arba kinetine, išjudindamos arba pagreitindamos juos. Be to, visos mechaninės mašinos turi nugalėti visada pasireiškiančias pasipriešinimo trinties jėgas.

Bet kuris energijos šaltinis pajėgia atlikti per laiko vienetą tik tam tikrą darbą; taigi šaltinio galingumas ribotas. Bet ne tik energijos šaltinio galingumas, bet ir jo jėga taip pat yra ribota ir dažnai ji per maža numatytiems pasipriešinimams nugalėti; pvz., žmogus neturi tiek jėgos, kad iš karto pakeltų 1000 kg krovinį, bet dalimis jis gali tai padaryti. Todėl dažnai mechaninių mašinų uždavinys yra darbo procesą taip pakeisti, kad turima jėga pajėgtume atlikti pageidaujamąjį darbą, pvz., pakeltume krovinius aukštyn ir kt.

Jei mechaninės mašinos viename gale veikianti jėga F_1 ilgio l_1 kelyje sukuria antrame mašinos gale jėgą F_2 , veikiančią ilgio l_2 kelyje, tai pagal energijos principą

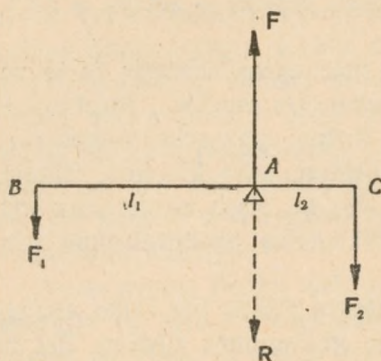
$$F_1 l_1 = F_2 l_2. \quad (35,1)$$

Taigi norėdami padidinti jėgą ($F_2 > F_1$), turime trumpinti kelią ($l_1 > l_2$). Apskritai, neveikiant trinties jėgoms, jėgų veikimo keliai yra atvirkščiai proporcingi jėgoms. Tai yra vadinamoji *mechanikos aukso taisyklė*.

Bet kuri mechaninė mašina yra sudėta iš visos eilės judamų dalių. Kaip sudėtinga ji bebūtų, ją galime suskirstyti į pagrindines dalis — mechanizmus, arba *paprastąsias mašinas*. Pastaros yra tik dviejų rūšių: *svirtis* ir *nuožulnioji plokštuma*. Įvairių rūšių skrysčiai, velenai, dantračiai ir kt. priklauso pirmajai paprastųjų mašinų rūšiai; jie veikia kaip svirtis. Antrajai paprastųjų mašinų — nuožulniosios plokštumos rūšiai priklauso pleištas, sraigtas ir kt.

Paprasčiausią svirtį sudaro tiesus stiebas, paremtas taške A , aplink kurį jis gali suktis (75 pav.).

Svirtį veikia 3 jėgos: dvi veikia jos galus B ir C , o trečioji — priverstinė, ašies tašką A . Veikiančiųjų svirties galus B ir C jėgų F_1 ir F_2 sukelta svirties atramos taške (ašyje) priverstinė



75 pav.

jėga F yra lygi jų atstojamajai R . Jei abi, priverstinė ir veikiančiųjų jėgų atstojamoji, jėgos veikia vienoje tiesėje, tai jos viena antrą panaikina; tuomet svirtis yra pusiausvyroje. Šiuo atveju veikiančiųjų jėgų F_1 ir F_2 sukamieji momentai $F_1 l_1$ ir $F_2 l_2$ yra lygūs, bet priešingos krypties, taigi

$$\begin{aligned} F_1 l_1 &= -F_2 l_2 \\ \text{arba} \quad F_1 l_1 + F_2 l_2 &= 0, \end{aligned} \quad (35,2)$$

čia l_1 ir l_2 yra svirtį veikiančiųjų jėgų F_1 ir F_2 statmenai nuotoliai nuo sukimosi ašies; juos vadiname *svirties petimis*. Taigi

svirtis yra tada pusiausvyroje, kai jų veikiančiųjų sukamųjų momentų algebrinė suma yra lygi nuliui:

$$\Sigma F_i l_i = 0. \quad (35,3)$$

Kai veikiančių svirtį jėgų atstojamoji R ir priverstinė jėga F nėra vienoje tiesėje, susidaro jėgų dvejetas, kuris suka svirtį.

Nuožulnią plokštumą sudaro kampu φ palinkusi į gulsčiąją kryptį plokštuma AB (76 pav.). Ant jos padėtas kūnas slenka ja.

Kūno masė yra m , jo svoris

$F = mg$. Išskaidykime jo svorio

jėgą į dvi dedamąsias: stat-

meną nuožulniai plokštumai

$F_1 = mg \cdot \cos \varphi$ ir lygiagrečią jai

$F_2 = mg \cdot \sin \varphi$. Pirmoji dedamoji

slegia kūną į plokštumą; jos

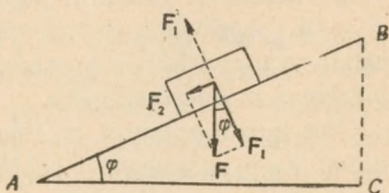
veikimas panaikinamas kilusios

dėl slėgimo lygios ir nukreiptos priešinga linkme atramos jė-

gos F_1 . Antroji dedamoji sukelia greitėjantį kūno judėjimą plokš-

tuma; greitėjimas $a = g \cdot \sin \varphi$, kai kūnas slenka be jokios trinties.

Per laiką t kūnas paslenka nuotolį



76 pav.

$$x = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} g t^2 \cdot \sin \varphi.$$

Kūno įgytasis greitis yra lygus $v=at=gt \cdot \sin\varphi$ arba

$$v = \sqrt{2gx \cdot \sin\varphi}.$$

Nuslinkusio per visą plokštumą kūno greitis yra lygus

$v = \sqrt{2gl \cdot \sin\varphi}$; bet $\sin\varphi = \frac{BC}{AB} = \frac{h}{l}$, čia $h=BC$ yra nuožulniosios plokštumos aukštis, o $l=AB$ — jos ilgis. Tokiu būdu,

$$v = \sqrt{2gh}. \quad (35,4)$$

Vadinasi, nuslinkęs per visą nuožulniąją plokštumą kūnas įgyja tokį greitį, kokį jis turėtų laisvai nukritęs nuožulniosios plokštumos aukštį h . Tokias pat išvadas gautume ir tuo atveju, jei nuožulniąją plokštumą pakeistume kintamo nuožulnumo paviršium. Pastarąjį galime vaizduotis sudėtą iš visos eilės trumpų nuožulnių plokštumų.

Kad masės m kūną pakeltume nuožulnia plokštuma aukščiau $h=l \cdot \sin\varphi$, reikia atlikti darbą $W=mgl \cdot \sin\varphi=mgh$ erg. Taigi keldami kūną nuožulnia plokštuma, turime atlikti tokį pat darbą, kokį reikėtų atlikti, kad pakeltume kūną stačiai aukštyje h . Pirmuoju atveju reikia panaudoti tuo mažesnę jėgą, kuo nuožulnumo kampas mažesnis, nes veikioji svorio jėgos mg dedamoji proporcinga $\sin\varphi$. Bet keldami kūną nuožulnia plokštuma, turime jį stumti ilgesnį kelią.

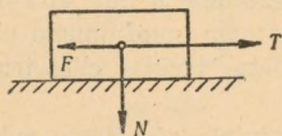
✓ § 36. KŪNŲ TRINTIS

Veikiant bet kurio kieto kūno paviršiuje išorinei jėgai F , kūnas išjudinamas tik tada, kai išorinė jėga pasidaro stipresnė už tam tikro dydžio *kritinę jėgą*. Tai parodo, kad šiame vyksme pasireiškia trinties jėga, kuri tiek pat stipri, kaip ir išorinė, tik yra nukreipta priešinga kryptimi. Šią jėgą vadiname *statine*, arba *rimties, trinties jėga*. Išjudintas kūnas pradeda slysti antrojo kūno paviršiumi; ir tada taip pat veikia trinties jėga, nukreipta priešingai slydimo kryptčiai. Ją vadiname *kinetinės (dinaminės)* arba slydimo *trinties jėga*. Patirtis rodo, kad kūnui išjudinti reikalinga stipresnė jėga, kaip priversti jau išjudėjusį kūną slysti tolygiu greičiu. Riedančių kūnų trinties jėgos yra mažesnės už slystančių kūnų; pastumti automobilį, kol stabdys neveikia, yra žymiai lengviau, negu įjungus stabdį, nes tuomet automobilis turi slysti.

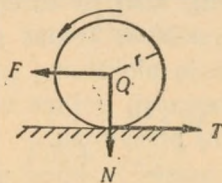
Tyrimas parodo, jog kietų kūnų statinė trinties jėga beveik nepriklauso nuo kūnų sąlyčio ploto ir yra proporcinga normaliniam slėgimui. Slystančių kūnų trinties jėga priklauso nuo slydimo greičio ir sąlyčio paviršių savybių. Pažymėkime trinties jėgą T (77 pav.), statmeną paviršiui slegiančią vieno kūno paviršių prie antrojo slėgimo jėgą N , tada

$$T = fN, \quad (36,1)$$

kur f yra proporcingumo koeficientas, nusakantis trinties jėgą ir vadinamas kūnų *trinties koeficientu*. Statinės trinties koeficientas yra didesnis už kinetinės trinties koeficientą. Trinties



77 pav.



78 pav.

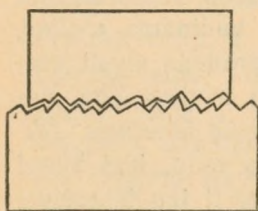
koeficientas pasilieka pastovus tik tam tikrame neplačiame normalinių slėgimų ir slydimo greičių tarpe.

Riedančių kūnų (78 pav.) trinties jėga T yra taip pat proporcinga riedantį kūną slegiančiai jėgai N , veikiančiai jo centre O , ir atvirkščiai proporcinga riedančio kūno radiusui r ; taigi

$$T = k \frac{N}{r}, \quad (36,2)$$

čia k yra *riedamosios trinties koeficientas*, kuris priklauso nuo besitrinančių medžiagų savybių.

Slydimo bei riedamosios trinties jėgos atsiranda dėl įvairių priežasčių; jų kilmė yra panaši. Iš vienos pusės trinties jėgas sukelia mechaninės jėgos, atsirandančios dėl paviršiaus nelygumų (79 pav.). Vieno paviršiaus iškylos įeina į antrojo įdubas, paviršiai «užsikabina» vienas už antrojo. Užsikabinimas priklauso ne tik nuo paviršių nelygumo, bet ir nuo jų kietumo, nes, esant nevienodam sąlyčio paviršių kietumui, kietesniojo kūno paviršiaus iškylos įsismėigia į minkštesnį paviršių. Esant



79 pav.

rauplėtiems paviršiams ir dideliame normaliniame slėgime, «sukibimai» sudaro žymią trinties dalį; šiuo atveju slystant paviršiams

jų iškylos suardomos ir įvyksta plastinė, nebeatsistatanti paviršių deformacija.

Trintį sukelia ir molekulinės sukibimo jėgos, veikiančios tarp besiliečiančių paviršių molekulių. Dėl nelygumų paviršiai liečiasi tik atskiruose taškuose, ir jų tikrasis sąlyčio plotas yra daug kartų mažesnis už stebimąjį. Todėl sąlyčio vietose tikrasis normalinis slėgimas yra žymiai didesnis už skaičiuojamąjį. Esant lygiems paviršiams ir nedideliam normaliniam slėgimui, trinties jėga priklauso ir nuo sąveikos tarp paviršių molekulių.

Slydimo trintis pasireiškia tarp mašinos judančių dalių (detalių) ir kai kuriais atvejais yra naudinga. Dažnai trinties būdu perteikiamas vienos mašinos dalies veikimas į kitą, pvz., stabdžiuose, pavarose ir pan.

Bet dažniausiai trintis esti kenksminga; ji pasireiškia mašinos judančių dalių sąlyčio vietose (alkūnėse, atramose, guoliuose ir pan.), pvz., tarp veleno ir rutulinio guolio arba cilindro ir stūmoklio. Tada ieškoma būdų trinčiai sumažinti. Trintį galima žymiai sumažinti, sudarant tarp kietų kūnų paviršių ploną tarpinį skysčio arba dujų sluoksnį, kuriame paskęsta paviršių nelygumai ir kuris panaikina paviršių molekulinę sąveiką. Tarpinis sluoksnis turi atlaikyti išorinį slėgimą ir palaikyti slystantį juo kūną. Šiuo atveju kietų kūnų paviršių trynimosi vietoje tu rime trynimąsi tarp slystančių skysto tepalo sluoksnių. Trintis skysčiuose yra daug silpnesnė už kietų kūnų paviršių trintį.

VII SKYRIUS

DEFORMUOJAMŲ KŪNŲ MECHANIKA. KŪNŲ ELASTINGUMAS

§ 37. KIETŲ KŪNŲ ELASTINGUMO SAVYBĖS

Iki šiol visus kūnus laikėme visiškai kietais, t. y. tokiais, kurie, stipriausioms jėgoms veikiant, išlaiko savo tūrį ir formą. Bet absoliučiai kietų kūnų gamtoje neturime. Jeigu veikiami jie daugiau arba mažiau keičia savo tūrį ir formą. Taigi visi kūnai yra deformuojami. Kieti kūnai deformuojami mažiausiai, todėl kai kuriais atvejais juos galime laikyti kietais.

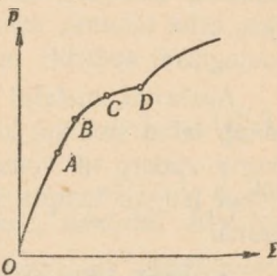
Kūnų tūrį bei jų formą sąlygoja veikiančios tarp kūno sudedamųjų dalelių — molekulių (bei atomų) vadinamos *molekulinės* (bei *atominės*) jėgos. Normaliame būvyje tos jėgos yra pusiausvyroje. Veikiant kūną bet kuriai išorinei jėgai, ši pusiausvyra suyra. Išorinė jėga sukelia kūno viduje priverstinę jėgą — *vidinį kūno įtempimą*. Esant išorinei jėgai pastoviai, nusi-stato nauja veikiančių jėgų pusiausvyra. Kūno tūris ir forma pasikeičia.

Deformuojami kūnai kinta labai įvairiai. Bet tiriant to paties agregatinio būvio, ypačiai panašių savybių kūnus, pvz., metalus, pastebimas tam tikras dėsningumas: išryškėja skirtingos deformacijos sritys. Kūnų elastingumą kiekybiškai nusako jų *deformacija*. Deformacija vadiname kūno ilgio pakitimo Δl santykį su jo pradiniu ilgiu l : $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$; ilgį matuojame statmena skerspiūviui kryptimi. Išskaičiuota skerspiūvio ploto vienetui (1 cm^2) priverstinė elastingumo jėga išreiškia kūnų *vidinį įtempimą* p .

80 pav. turime metalų deformacijos diagramą, kurioje pavaizduota metalų deformacijos ε priklausomybė nuo jų įtempimo p . Iš kreivės matome, kad deformacijos srityje OA metalų deformacija yra proporcinga įtempimui. Šią sritį vadiname *propor-*

cingumo sritimi, o jos ribą — *proporcingumo riba*. Esant nedidelėms deformacijoms, paprastai, pašalinus deformuojančią jėgą, kūnų vidinis įtempimas tuojau pat arba po kurio laiko atstato pirminę formą. Antruoju atveju, kai deformuotas kūnas tik po kurio laiko atstato savo formą, turime vadinamąjį *elastingą poveikį*. Šią deformacijos sritį *OB* vadiname *elastingumo sritimi*, o jos ribą — *elastingumo riba*. Proporcingumo ir elastingumo ribos *A* ir *B* dažnai nesutampa, bet jos yra arti viena antros.

Toliau stiprinant deformuojančią jėgą, medžiagos pasipriešinimas mažėja, jos vidinis įtempimas p didėja lėčiau už deformaciją, medžiaga darosi *elastingai platinė*. Pašalinus išorinį įtempimą, deformacija tik iš dalies beišnyksta; visada pasilieka didesnė arba mažesnė liekamoji *deformacija*. Šią sritį vaizduoja kreivės dalis *CD*; iš jos galime spręsti apie medžiagos atsparumo plastinei deformacijai kitimą: iš pradžių jis auga, taške *D* įgauna didžiausią reikšmę, o vėliau vėl ima mažėti. Didžiausią reikšmę p taške *D* vadiname medžiagos *atsparumo riba*. Dar padidinus įtempimą, deformuojamos medžiagos strypas įsismaugia ir pagaliau trūksta; visai suyra ryšiai tarp atskirų kūno dalių.



80 pav.

Plastiniai kūnai ne labai elastingi; jų elastingumo riba daug kartų mažesnė už atsparumo ribą. Trapių medžiagų (stiklo, kvarco ir kt.) atsparumo riba yra mažesnė už elastingumo ribą; todėl jos pasilieka visą laiką elastingos, iki jos suardomos.

Kai kurių elastingų medžiagų deformacijos kitimas, didinant įtempimą, skiriasi nuo jo kitimo, mažinant įtempimą; taigi, esant vienodiems įtempimams, atitinkančios juos deformacijos yra nevienodos. Ciklinės deformacijos kreivės sudaro kilpas. Šį reiškinį vadiname *elastinga histereze*, o ciklinės deformacijos kreivę — *histerezės kilpa*.

Kintant deformuojamo kūno ilgiui, esant didesnėms deformacijoms, kinta ir jo skerspjūvio, statmeno deformuojančiai jėgai, plotas, taigi kinta ir jo ilgis pjūvio kryptimi: tempiant trumpėja, o slegiant — ilgėja. Kūno ilgio reliatyvių kitimų (deformuojančios jėgos ir statmena jai kryptimi) santykis vadinamas *Puasono koeficientu*, arba *skaičiumi*; jį žymime σ . Didžiausia jo

reikšmė yra lygi 2; tokios savybės kūną deformuojant, jo tūris pasilieka pastovus. O deformuojant kūnus, kurių Puasono koeficientas turi kitokias reikšmes, jų tūris keičiasi: tempiant didėja, slegiant mažėja.

Metallų elastinga deformacija turi didelę reikšmę technikoje: mašinų gamybai, statybai ir pan. Metallų plastinės deformacijos, arba takumo, sritis technikoje panaudojama metalams technologiskai apdirbti: metalai valcuojami, tempiami, kalami ir t. t.

Apskritai, metalai turi polikristalinę struktūrą, t. y. sudėti iš daug labai smulkių kristalėlių. Kartais galima pagaminti vielą, kurią sudaro tik vienas kristalas. Tokias monokristalines vielas labai lengva tempti; ir rankomis jas galima ištempti net dvi gubai.

Su kietų kūnų elastingumu siejasi jų *kietumas*. Kietumu laikome kūno pasipriešinimą įsiskverbti į jį kitam kūnui. Pastarasis paprastai turi tokią (adatėlės, ašmens, rutulėlio) formą, kad įsiskverbia tik mažame plote. Kiekybiškai kietumui nusakyti naudojamos įvairios skalės. Mineralogijoje taikoma 10 laipsnių Moso skalė, kuri taip sutvarkyta, kad kiekvienos tolimesnės skalėje medžiagos adatėlė įbrėžia rėžį prieš ją esančių skalėje medžiagų plokštumose. Toje skalėje pirmoji medžiaga yra talkas, o dešimta — deimantas. Technikoje kietumą tikrina tokiu būdu. Kieto plieno 1 cm diametro rutulėlį slėgtuvu spaudžia (iki 3000 kp) į tiriamos medžiagos poliruotą plokštumą. Iš rutulėlio išpaustos duobutės diametro (Brinelio skalėje) arba jos gylio sprendžiama apie tiriamos medžiagos kietumą.

Iš visų medžiagų kiečiausias yra deimantas. Technikoje turi nemažą svarbą kietieji lydiniai: metallų karbidai, boridai, silicidai, metallų keraminiai kietieji lydiniai ir kt. Kai kurias medžiagas, pvz., plieną, geležį ir kt., galime kietinti ir minkštinti, sakome, galime jas užgrūdinti ir atleisti. Užgrūdintų medžiagų kietumas laikui bėgant mažėja, jos minkštėja. Šis reiškinys vadinamas *senėjimu*.

✓ § 38. HUKO DĖSNIS. ELASTINGUMO, ARBA JUNGO, MODULIS

Tempkime jėga F vienalytės medžiagos, pvz., plieno arba žalvario, ilgio l , skerspjūvio ploto S vielą. Ji pailgės Δl , taigi jos deformacija $\epsilon = \frac{\Delta l}{l}$. Vietoje kilęs vidinis įtempimas p yra

lygus vielos skerspiūvio ploto vienetai veikiančiai deformuojančiai jėgai $p = \frac{F}{S}$. Kol nėra peržengta proporcingumo riba, deformacija ε yra proporcinga p : $\varepsilon = \frac{p}{E}$, kur E yra proporcingumo koeficientas; tokiu būdu,

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{F}{SE};$$

iš čia

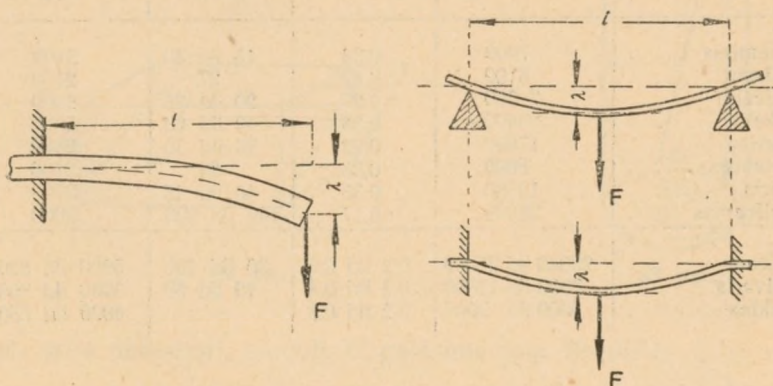
$$E = \frac{F}{S} : \frac{\Delta l}{l}. \quad (38,1)$$

Proporcingumo koeficientas E yra būdingas medžiagai, jį vadiname medžiagos *elastingumo*, arba *Jungo, moduliū*. Atvirkščias moduliui dydis $\frac{1}{E} = k$ vadinamas medžiagos *elastingumo koeficientu*. Lygtis (38,1) išreiškia 1660 m. Huko nustatytą ir jo vardu vadinamą mažų deformacijų dėsnį. Pagal tą dėsnį *deformacija yra proporcinga veikiančiai jėgai*.

Apskritai,

elastingumo (Jungo) modulis išreiškia jėgą, kuria reikalinga veikti kūną, kad jis pailgėtų dvigubai.

Jo dimensija: $[E] = \text{g cm}^{-1} \text{s}^{-2}$. CGS sistemoje elastingumo modulis E išreiškiamas dinomis į kvadratinį centimetrą. Technikoje jis skaičiuojamas kilopondais į kvadratinį milimetrą.



81 pav.

Kūno deformaciją galime sukelti ir lenkdami jį. Keturkampio stiebo vieną galą įtvirtinkime, o antrąjį lenkime jėga F (81 pav.). Stiebas išsilenkia. Viršutinė, išorinė išlenkta, stiebo dalis ištem-

piama, o apatinė, vidun įlenkta, suslegiama. Tas dvi stiebo dalis skiria visai deformacijos nepaliesta vadinamoji *neutrali juosta*.

Stiebo išlenkimas (jo laisvojo galo arba viduriniojo taško poslinkis) λ yra tiesiog proporcingas lenkiančiai jėgai F , stiebo ilgio l trečiajam laipsniui, atvirkščiai proporcingas jo pločiui b ir storio a trečiajam laipsniui:

$$\lambda = k \frac{Fl^3}{Eba^3}, \quad (38,2)$$

čia k yra skaitinis koeficientas, kurio reikšmė priklauso nuo stiebo įtvirtinimo būdo. Kalbamuojų atveju $k=4$; kai abu stiebo galai laisvai padėti ant atramų ir pats stiebas lenkiamas per vidurį, $k=\frac{1}{4}$, o kai abu stiebo galai įtvirtinti (81 pav.) $k=\frac{1}{16}$. Išmatavę stiebo išlenkimą, galime surasti jo medžiagos Jungo modulį.

Izotropinių kūnų Jungo modulis visomis kryptimis yra vienodas. Anizotropinių kūnų, ypač kristalų, Jungo modulio reikšmė priklauso nuo tempimo arba slėgimo krypties.

1 lentelė. Kai kurių metalų elastingumo konstantos

Metalas	Jungo modulis kp/mm ²	Puasono koeficientas	Atsparumas traukimui kp/mm ²	Garso greitis (išilg. bangų) m/s
Aliuminis	7200	0,34	15 iki 30	5100
Auksas	8100	0,42	27	2100
Geležis	21200	0,27	20 iki 25	5100
Nikelis	20400	0,35	40 iki 80	5000
Platina	17000	0,22	20 iki 35	2800
Sidabras	8000	0,38	29	2700
Varis	12500	0,35	40 iki 45	3700
Volframas	39000	0,17	100 iki 500	2600
Plienas	20000 iki 22000	0,2 iki 0,3	30 iki 200	5000 iki 5200
Zalvaris	7000 iki 11000	0,3 iki 0,4	40 iki 60	3200 iki 3500
Stiklas	5000 iki 9000	0,2 iki 0,3	—	4000 iki 5500

✓ § 39. ŠLITIS. ŠLITIES, ARBA SUKAMASIS, MODULIS

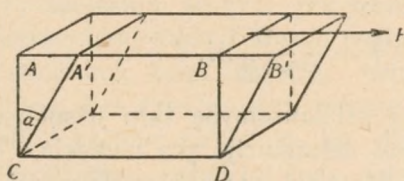
Nejudamai padėto gretasienio $ABCD$ (82 pav.) vieną šoną tempkime jėga F paveiksle nurodyta kryptimi. Kūnas įgauna formą $A'B'CD$. Jėgos veikiami kūno sluoksniai paslenka nevie-

nodai: daugiausia pasistumia viršutinis sluoksnis, o apatinis pasilieka vietoje. Šios rūšies deformaciją vadiname *šlitimi*. Ją nusakome *šlities*, arba *sukamuoju*, *moduliu*. Deformacijos kampas α yra proporcingas deformuojančiai jėgai F ir atvirkščiai proporcingas veikiamam skerspjūvio plotui S ; jį galime taip išreikšti:

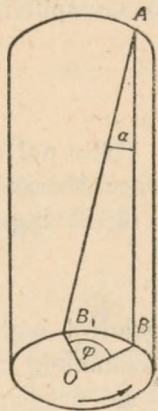
$$\alpha = \frac{1}{G} \cdot \frac{F}{S}, \quad (39,1)$$

kur G yra šlities, arba sukamasis, modulis, priklausąs tik nuo medžiagos elastingumo savybių.

Medžiagos sluoksniai taip pat paslenka vienas kito atžvilgiu, jei vieną vielos arba stiebo galą įversime ir antrą jos galą pasuksime kampu α . Jei išilgai vielos padėsime žymes, tai pastarosios aiškiai parodo vielos paviršiaus medžiagos sluoksnio šlitį, arba užsukimą. Užsukant vielą, paviršiaus tiesė AB pasisuka į AB_1 (83 pav.). Šiuo atveju deformacijos kampas $\alpha \approx \frac{BB_1}{AB}$. Pažymėkime vielos ilgį $AB=l$, jos radiusą $OB=r$. Tada $BB_1 = r\varphi$ ir $\alpha = \frac{r\varphi}{l}$. Jeigu paimsime vielos tašką C , nutolusį nuo jos centro per r_1 , tai tokiam taškui $\alpha \approx \frac{r_1\varphi}{l}$. Taikydami lygtį (39,1) šiam atvejui,



82 pav.



83 pav.

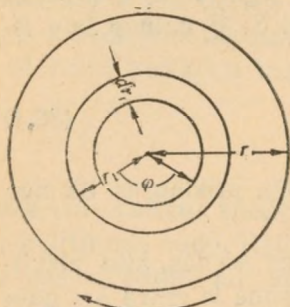
šlities, arba sukamąjį, modulį G galėsime taip išreikšti:

$$G = \frac{F}{S} : \frac{r_1\varphi}{l};$$

iš čia

$$\frac{F}{S} = \frac{Gr_1\varphi}{l}. \quad (39,2)$$

Užsukant vielos apatinį galą kampu φ , pasireiškia priešingos krypties elastingųjų jėgų sukamasis momentas, kuris stengiasi atsukti vielą atgal. Padalykime vielos skerspiūvio plotą į n koncentrinį pločio dr_1 elementarių žiedelių (84 pav.). Pasirinkime radiuso r_1 žiedelį. Jo plotas dS apytikriai lygus $2\pi r_1 dr_1$. Veikianti jį deformuojanti jėga (39,2)



84 pav.

$$dF = \frac{Gr_1\varphi}{l} \cdot dS = \frac{2\pi Gr_1^3\varphi}{l} \cdot dr_1.$$

Toji jėga veikia radiuso r_1 apskritimo liečiamosios kryptim ir sukelia elastingųjų jėgų sukamąjį momentą dM , kuris, kaip atoveikis, yra lygus (tik priešingos krypties) jėgos dF sukamajam momentui.

Tokiu būdu,

$$dM = -r_1 \cdot dF = -\frac{2\pi Gr_1^3\varphi}{l} r_1 \cdot dr_1.$$

Pastarąją lygtį suintegravę nuo $r_1=0$ iki $r_1=r$, rasime visą vielos skerspiūvio plotą veikiantį sukamąjį momentą M :

$$M = -\frac{2\pi G\varphi}{l} \int_0^r r_1^3 \cdot dr_1 = -\frac{\pi Gr^4\varphi}{2l}. \quad (39,3)$$

Tokio pat dydžio, bet tik priešingos krypties sukamuoju momentu M sukdami vielą, galėsime ją išlaikyti užsukę kampu φ . Iš (39,3) lygties gauname:

$$\varphi = -\frac{2l}{\pi r^4 G} M. \quad (39,4)$$

Pastaroji lygtis išreiškia priklausomybę tarp užsukimo kampo ir sukamojo momento, kol deformacija yra nedidelė.

Jei prie apatiniojo vielos galo prikabinsime svorį ir, vielą užsukę, paleisime, tai, elastingųjų jėgų veikiamą, sistema svyruoja. Jos sukamųjų svyravimų periodas (32,2)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}. \quad (39,5)$$

Sukamasis momentas $M = -\varphi D$ (§ 32). Todėl, šią lygtį palyginę su lygtim (39,3), randame, kad užsukimo atveju kreipiamasis momentas

$$D = \frac{\pi r^4 G}{2l}.$$

Istatę šią reikšmę į (39,5), gauname:

$$G = \frac{8\pi I l}{r^4 T^2}. \quad (39,6)$$

Tokiu būdu, sukamąjį, arba šlities, modulį galime nustatyti iš sukamųjų svyravimų; šiuo būdu dažniausiai jį ir matuojame.

Užsukę ant apskrito stiebo elastingą vielą, gausime spyruoklę. Tempiama tokia spyruoklė laikosi kaip tempiamas elastingas stiebas: jos pailgėjimą plačiame intervale nusako Huko dėsnis. Spyruoklę tempiant, jos viela užsisuka, bet neišsitempia. Todėl tokiomis spyruoklėmis galime matuoti jėgų kitimą. Šiuo principu veikia spyruoklinės svarstyklės, dinamometrai ir kt. Susukta spyruoklėn ir įtempta elastinga plieninė juostelė laikosi kaip užsukta viela. Atsisukdama ji gali atlikti darbą; pvz., varyti laikrodžio arba kitokių prietaisų judamas dalis. Spyruoklę užsukant, juostelės atskiros dalys yra sulenkiamos.

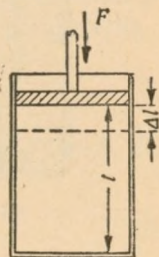
Reikia pastebėti, kad bet kurios medžiagos Jungo ir šlities moduliai E ir G nėra nepriklausomi vienas nuo kito, bet juos sieja tokia priklausomybė:

$$G = \frac{1}{2} \frac{E}{1 + \sigma}, \quad (39,7)$$

čia σ yra Puasono koeficientas.

✓ § 40. SKYSČIŲ IR DUJŲ ELASTINGUMAS

Skysčiai palaiko tik savo tūrį, bet jie lengvai keičia savo formą. Jų sluoksniai lengvai gali pasistumti vienas kito atžvilgiu, nesudarydami jokio didesnio pasipriešinimo tokiam slinkimui. Taigi skysčiai neturi šlities elastingumo. Bet skysčio tūrį pakeisti, pvz., jį sumažinti, tegalime pavartoję tik didelę jėgą. Skystį supilkime į cilindrinį indą, kurį uždarykime slankiojančiu stūmokliu (85 pav.). Jei skysčio stulpelio aukštis yra l , jo skerspjūvio plotas S , tai skysčio tūris $V = lS$. Veikdami jėga F , pastumkime stūmoklį per Δl . Tuomet skysčio tūris sumažės $\Delta V = \Delta l \cdot S$. Sukeltas $p = \frac{F}{S}$ slėgimo san-



85 pav.

tykinis skysčio tūrio pakitimas $\frac{\Delta V}{V}$ yra proporcingas slėgimui p :

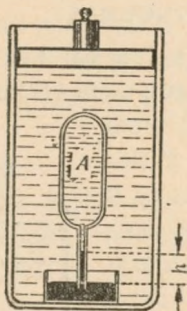
$$-\frac{\Delta V}{V} = \kappa p = \kappa \frac{F}{S}. \quad (40,1)$$

Proporcingumo koeficientą κ vadiname skysčio *spūdumo*, arba *kompresijos, koeficientu*. Lygtis (40,1) yra tapatinga Huko dėsnį reiškiančiai lygčiai (38,1). Kietų kūnų elastingumo (arba Jungo) modulį skysčiuose atstoja jų spūdumo modulis K : $K = \frac{1}{\kappa}$.

Slegiant skysčius, kinta ir tūris indo, kuriame supiltas skystis. Todėl, matuojant skysčių spūdumo modulį, reikia žinoti indo tūrio pakitimą. Arba tyrimą reikia taip atlikti, kad indo tūris nepasikeistų. Tai atsiengiama piezometru. Stiklinis indas A su ilgu siauru kakleliu (86 pav.) pripilamas tiriamojo skysčio ir apverstas įstatomas į lėkštelę su gyvsidabriu. Indas ir lėkštelė įdedami į platesnį indą su skysčiu. Slegiant skystį platesniame inde, tiriamojo skysčio indelį veikia iš visų pusių toks pat slėgimas, todėl jo tūris nepakinta. Tiriamojo skysčio tūrio pakitimą parodo gyvsidabrio pakilimas h indelio kaklelyje.

Nors skysčiai yra žymiai (bent 10 kartų) daugiau suslegiami kaip kieti kūnai, tačiau jų spūdimas yra nedidelis. Taip, 1000 at slegiamo vandens tūris sumažėja tik 5%. Esant mažam spūdimui, staigiai suslegiant vandenį arba kurį kitą skystį, pasireiškia dideli vidiniai įtempimai ir stiprios jėgos. Tai parodo toks tyrimas. Lašinant skystą stiklą į šaltą vandenį susidaro «stiklo ašarėlės» — stiklo lašeliai (87 pav.). Stiklui staigiai vėsiant, lašelyje kyla dideli vidiniai įtempimai. Pati ašarėlės galvelė

yra smūgiams atspari. Bet jeigu pažeisime jos uodegėlę, ji triukšmingai subyra į smulkius gabalėlius. Ašarėlę galime susprogdinti, sugniaužę sau-



86 pav.



87 pav.

joje, be pavojaus susižeisti; tuomet tik pajusime jos daleles lekiant į šalis. Bet jeigu tokią stiklo ašarėlę susprogdinsime inde su vandeniu, didelio vandens slėgimo veikiamas indas suskyla į gabalėlius.

Dujos nepalaiko nei tūrio, nei formos; jos visada užima galimą didžiausią tūrį ir yra lengvai suslegiamos. Panašiai kaip

ir skystį, į cilindrinį indą patalpinkime idealias dujas, kur jas uždarykime stūmokliu (85 pav.). Stūmoklį veikianti išorinė jėga F atlaiko dujų slėgimą $p = \frac{F}{S}$, čia S yra indo skerspjūvio plotas. Padidinkime jėgą F dydžiu dF , stūmoklis paslinks į indą gilyn nuotoliu dx . Dujų tūris sumažės dydžiu $dV = S \cdot dx$, o jų slėgimas padidės dydžiu dp . Dujas taip suslėkime, kad jų temperatūra pasilikėtų nepasikeitusi. Tuomet (69,1)

$$d(pV) = V \cdot dp + p \cdot dV = 0 \quad \text{arba} \quad -\frac{dV}{V} = \frac{dp}{p} = \frac{dF}{pS}. \quad (40,2)$$

Ši lygtis visai atitinka lygtį (40,1), kuri nusako skysčių elastingumą. Palyginus jas, išaiškėja, kad dujų slėgimas p atstoja skysčių spūdumo modulį. Tokiu būdu idealių dujų elastingumo modulis yra lygus jų slėgimui. Bet tai yra tik tada, kai dujų tūris kinta izotermiškai, taigi, kai jų temperatūra pasilieka pastovi.

✓ § 41. ELASTINGUMO ENERGIJA. ENERGIJOS IR IMPULSO SKLIDIMAS ELASTINGAME KŪNE

Deformuojanti kūną jėga nugali elastingumo jėgą ir tokiu būdu atlieka tam tikrą darbą. Jei kūno, pvz., vielos, pradinis ilgis yra l , skerspjūvio plotas — S , jėgos F sukeltas vielos pailgėjimas $\Delta l = x$, tai pagal Huko dėsnį

$$F = \frac{ES \cdot \Delta l}{l}, \quad (41,1)$$

kur E yra vielos medžiagos elastingumo modulis. Kad pailgintume vielą dar nykstamai mažėjančiu ilgiu dx , taigi, kad pailgėjimas pasidarytų lygus $x + dx$, turime atlikti priedinį darbą

$$dW = F \cdot dx = \frac{SE}{l} \Delta l \cdot dx.$$

Tokiu būdu vielai pailginti ilgiu $\Delta l = x$ reikia atlikti darbą

$$W = \frac{SE}{l} \int_0^{\Delta l} x \cdot dx = \frac{1}{2} \frac{SE}{l} (\Delta l)^2. \quad (41,2)$$

Šis darbas yra sukaupiamas deformuojamame kūne kaip jo potencialinė energija. Jį galime atgauti, pašalinę deformuojančią jėgą. Pvz., įtempta spyruoklė susitraukdama gali pakelti masę, užsukta suveržta spyruoklė išsitiesdama varo laikrodžio ir kito-

kius mechanizmus. Tą darbą atlieka jose sukauptoji elastingumo energija.

Pagal molekulinę medžiagos teoriją kieto kūno dalelės (jonai bei atomai) yra pusiausvyros būvyje; jos juda pririštos prie tam tikrų pusiausvyros vietų. Deformuodami kūną, pakeičiame jų nuotolius, atitinkančius pusiausvyrą, ir padidiname jų potencialinę energiją. Deformuojant kūną, suteiktoji energija pasiskirsto tarp kūno sudedamųjų dalelių. Deformuojančiai jėgai nustojus veikti, dalelės vėl grįžta į savo pirmykštes pusiausvyros vietas, gražindamos šį potencialinės energijos perteklių. Kai peržengiame elastingumo ribą, deformuojamame kūne susidaro nauja vidinė pusiausvyra, sudedamosios dalelės naujai persitvarko jau visam laikui.

Jei deformuosime elastingo kūno kai kurią sritį, atsistatydama sukkeltoji deformacija pasklis visame elastingame kūne. Tai vaizdžiai parodo tokie tyrimai.

Imkime kelis vienodo dydžio, laisvai prikabintus tik besiliečiančius elastingus rutulius (27 pav.). Atitolinkime kraštinį. Paleistas jis smogia pirmajam iš eilės. Bet tik iš antrosios pusės kraštinis rutulys atšoka ir nukrypsta tiek, kiek buvo nukreiptas pirmosios pusės kraštinis. Visi tarpiniai pasilieka ramybėje. Tai parodo, kad pirmojo kraštinio rutulio kinetinė energija per visus rutulius perduodama antrojo galo kraštiniam, kuris ir yra išjudinamas. Jei pastarasis rutulys turės 4 kartus mažesnę masę, tai jis atšoks 2 kartus didesniu greičiu ir nukryps žymiai daugiau.

Tokią rutulių eilę galime laikyti elastingu kūnu, sudėtu iš atskirų dalelių-rutulių. Pirmasis rutulys, palietęs antrąjį, perduoda jam savo kinetinę energiją; šis trečiajam ir t. t., kol pagaliau energija pasiekia kitoje pusėje kraštinį rutulį. Šis nukrypsta. Taip srovėna energija ir visiškai vientisu elastingu kūnu.

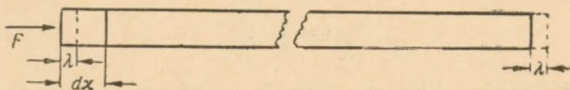
Elastingu kūnu srovėna ne tik energija, bet ir impulsas arba judėjimo kiekis. Tai aiškiai parodo toks tyrimas su minėtais rutuliais. Nukreipkime iš vienos pusės du kraštinius rutulius. Paleisti jie smogia trečiajam, suteikdami šiam impulsą. Impulsas perduodamas toliau ir pasiekia kraštinius rutulius iš antros pusės. Ir šioje pusėje atšoka ne vienas, bet du rutuliai. Tai parodo, kad impulsas taip pat sklinda rutuliais; smogiančioji masė yra lygi atšokusiai masei. Jei srovėntų tiktai energija, tai

teatsilenktų tik vienas kraštinis rutulys atitinkamai didesniu greičiu.

Impulso sklidimą elastingame kūne parodo ir toks tyrimas. Ant lygaus stalo padėkime ilgesnę iš vielos suvytą elastingą spyruoklę. Viename jos gale trumpu smūgiu suglauskime vijas, sustumdami jas. Aiškiai matysime, kaip šis suglaudimas slenka vijomis į antrąjį spyruoklės galą. Pirmasis spyruoklės galas pasilieka pastumtas. Pasiekęs antrąjį spyruoklės galą, impulsas atsispindi ir grįžta atgal į pirmąjį galą, kur, jam atsispindint, spyruoklė pasistumia vėl tiek pat pirmyn. Taigi impulsas, atsispindėjęs nuo laisvųjų, pirmojo arba antrojo galo, palaiko visą laiką tą pačią kryptį. Jei nebūtų visai trinties, impulsas nesilpnėtų; kiekvieną kartą, impulsui atsispindint, spyruoklė paslinktų tiek pat pirmyn.

Dabar pakabinkime spyruoklę stačia kryptim. Ties jo apatiniu galu pastatykime skalę ir pažymėkime, kur baigiasi spyruoklė. Trumpu smūgiu suglauskime vijas apatiniame gale. Suglaudimas, atseit, impulsas, sklinda spyruokle aukštyn, pasiekia jos viršutinį galą, atsispindi ir grįžta atgal į apatinį galą. Kol impulsas sugrįžta, apatinis spyruoklės galas taip ir pasilieka pakilęs. Impulsui sugrįžus ir atsispindėjęs, šis spyruoklės galas paslenka žemyn, ir tiek žemiau nuo jo vietos prieš smūgį, kiek jis po smūgio buvo pakilęs aukštyn. Tai rodo, kad, impulsui atsispindint nuo pririšto viršutinio galo, impulso kryptis pakinta į priešingą.

Impulso plitimą elastingame strype galime patirti šiuo būdu. Įveržkime stipriai metalinį strypą per vidurį, prie vieno jo galo priartinkime ant siūlo pakabintą metalinį rutulėlį taip, kad jis tik liestų strypą. Smokime antrąjį strypo galą išilgai strypo. Rutulėlis atšoka. Suteiktas strypui impulsas sklinda ir pasiekia jo antrąjį galą, kur ir išjudina rutulėlį.



88 pav.

Elastingo strypo ilgį l parinkime taip, kad suteiktas viename gale impulsas sklindamas pasiektų antrąjį galą per laiko vienetą (1 s); jei impulso sklidimo greitį pažymėsime u , tai $u=l$. Smogus strypui, jo kraštinis nykstamai trumpas ilgio elementas dx smū-

gio suslėgtas sutrumpėja (88 pav.). Išsitiesdamas šis ilgio elementas suslegia kaimyninį, tas — tolimesnį ilgio elementą ir t. t.; ir suslėgimas (kompresija) slenka išilgai strypo ir per 1 s pasiekia antrąjį strypo galą. Kadangi pastarasis yra laisvas, tai impulsas atsispindi, palaikydamas tą pačią kryptį. Tokiu būdu pats strypas paslenka per 1 s ilgiu λ ; kitaip tariant $\lambda = v$ yra paties strypo slinkimo greitis. Jei stiebo skerspjūvio plotą pažymėsime S , elastingumo modulį E , smūgio jėgą F , tai pagal Huko dėsnį (38,1)

$$\lambda = \frac{F \cdot dx}{ES},$$

iš čia

$$F = \frac{ES\lambda}{dx}.$$

Antra vertus, jėgos impulsas yra lygus judėjimo kiekiui (§ 11); taigi

$$F \cdot dt = m\lambda,$$

čia dt yra smūgio jėgos veikimo laikas, m — strypo masė; jei stiebo medžiagos tankis yra ρ , tai $m = Sl\rho = uS\rho$. Vadinasi,

$$F = \frac{m\lambda}{dt} = \frac{uS\rho\lambda}{dt},$$

todėl

$$\frac{ES\lambda}{dx} = \frac{uS\rho\lambda}{dt}$$

arba

$$\frac{E}{\rho} = u \frac{dx}{dt}.$$

Bet $\frac{dx}{dt}$ yra impulso sklaidimo greitis ilgio elemente dx , taigi

$$\frac{E}{\rho} = u^2,$$

iš čia

$$u = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (41,3)$$

Impulso išilginio sklaidimo greitis elastingame strype priklauso nuo medžiagos elastingumo modulio E ir jos tankio ρ . Kai impulsas sklinda neribotame elastingame kūne (aplinkoje), tai jo sklaidimo greitis išreiškiamas sudėtingiau:

$$u = \sqrt{\frac{E(1-\sigma)}{\rho(1+\sigma)(1-2\sigma)}}, \quad (41,4)$$

σ yra medžiagos Puasono koeficientas. Daugumos kietų kūnų $\sigma = \frac{1}{4}$. Tokiuose kūnuose impulso sklaidimo greitis

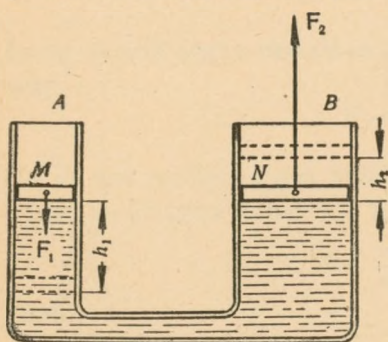
$$u \approx 1,1 \sqrt{\frac{E}{\rho}};$$

taigi juose impulsas sklinda kiek greičiau. Taip yra todėl, kad neribotos aplinkos elastingumas yra lyg ir didesnis, kaip ribotos, pvz., plono strypo, nes strypo paviršius laisvas ir jo deformacijai niekas nesipriešina; tuo tarpu tokio strypo elastingos aplinkos paviršius liečiasi su likusia aplinkos mase.

VIII SKYRIUS SKYSČIŲ IR DUJŲ STATIKOS PAGRINDAI

✓ § 42. SLĖGIMAS SKYSČIO VIDUJE

Į dvišakį indą, kurio šakos A ir B turi skirtingą skerspiūvio plotą S_1 ir S_2 , įpilta skysčio (89 pav.). Abi indo šakos uždaro



89 pav.

slankiojantieji be trinties ir nesveriantieji stūmokliai M ir N . Stūmoklį M slėkime jėga F_1 , kurios veikimą stūmoklis perduoda skysčiui. Nuslėgus stūmoklį M aukščiau h_1 žemyn, dalis skysčio iš šakos A pereis į šaką B ir stūmoklis N pakils atitinkamu aukščiau h_2 . Kai skystis nėra suslegiamas, tai

$$h_1 S_1 = h_2 S_2. \quad (42,1)$$

Slėgdami stūmoklį M žemyn, atliksime darbą

$$W_1 = F_1 h_1.$$

Jei skystis pereina iš vienos indo šakos į antrą be jokios trinties ir nesusislėgdamas, taigi be jokio energijos sunaudojimo, tai visą tą darbą atgauname stūmokliui N kylant aukšтын aukščiau h_2 . Šį stūmoklį veikia nukreipta aukšтын jėga F_2 ; tada

$$W_1 = F_1 h_1 = F_2 h_2. \quad (42,2)$$

Stūmoklį M veikiantį slėgimą pažymėkime $p_1 = \frac{F_1}{S_1}$, o stūmoklį N veikiantį — $p_2 = \frac{F_2}{S_2}$, tada

$$F_1 = p_1 S_1 \text{ ir } F_2 = p_2 S_2. \quad (42,3)$$

Istatę šias jėgų reikšmes į lygtį (42,2), gausime:

$$p_1 S_1 h_1 = p_2 S_2 h_2;$$

prisiminę lygybę (42,1), gauname:

$$p_1 = p_2 = p. \quad (42,4)$$

Bet p_2 yra skysčio slėgimas į stūmoklį N . Pagal veiksmo ir atoveikio dėsnį jis yra lygus skysčio slėgimui į stūmoklį M . Vadinasi, skysčio slėgimas į abu stūmoklius M ir N yra vienodas. Toks pat skysčio slėgimas veikia ne tik judamus stūmoklius, bet ir bet kurią indo paviršiaus dalį (paties skysčio svorio veikimo kol kas neįskaitome).

Dabar įsivaizduokime panertą skystin kūną; skysčio slėgimas jo paviršiuje yra visur vienodas. Todėl kalbama ir apie slėgimą skysčio viduje. Praplėsdami anksčiau gautąją išvadą, galime ją taip išreikšti:

esančiame rimtyje skystyje išorinis slėgimas persiduoda į visas puses vienodai.

Šį dėsnį nustatė Paskalis, jis vadinamas jo vardu.

Nejudančiame skystyje slėgimą vadiname *hidrostatiniu slėgimu*. Skysčių hidrostatinis slėgimas panaudojamas hidrauliniame slėgtuve (prese). Šiuo prietaisu maža jėga galime sukelti didelius slėgimus. Kadangi $F_1 : F_2 = S_1 : S_2$ (42,3), tai, kai $S_2 > S_1$, ir $F_2 > F_1$. Hidraulinį slėgtuvą sudaro du nevienodų plotų stūmokliai M ir N . Mažo ploto stūmoklis M kartu yra ir vandens siurblys, kuris varo vandenį į platųjį indą. Šiame inde vandens keliamas slankioja žymiai didesnio ploto stūmoklis N .

Visi realūs skysčiai turi svorį. Todėl slėgimą skysčio viduje sąlygoja ne tik veikiąs skysčio paviršių išorinis slėgimas, bet ir paties skysčio svoris. Paimkime skysčio viduje ploto S gulsčią skysčio sluoksnį gylyje h cm nuo paviršiaus (90 pav.). Tą sluoksnį slegia viršum jo esančio skysčio stulpelis. Kai skysčio tankis yra lygus ρ , tai to stulpelio svoris lygus $G = Sh\rho g$ dinų, jo slėgimas (veikianti sluoksnio ploto vienetą jėga)

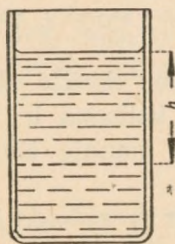
$$p_1 = \frac{G}{S} = h\rho g \text{ dyn/cm}^2. \quad (42,5)$$

Jei skysčio paviršių veikia išorinis slėgimas p_0 , tai visas veikiąs skysčio sluoksnį slėgimas p bus lygus:

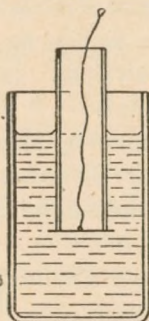
$$p = (p_0 + p_1) = p_0 + h\rho g. \quad (42,6)$$

Tokiu būdu, skysčio viduje hidrostatinis slėgimas yra proporcingas gyliui h , kai skysčio tankis ρ visur yra toks pat, taigi, kai skystis nesuslegiamas. Nedidelėse gilumose skysčio tankį galime laikyti pastoviu.

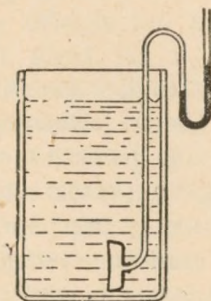
Slėgimo priklausomybę nuo gylio skysčio viduje parodo šis tyrimas. Stiklinio cilindro apatinį galą uždarykime gerai pritrinta stikline arba metaline plokšte ir patį cilindrą gramzdinkime stačiai į skystį (91 pav.). Skysčio slėgimo prispausta



90 pav.



91 pav.



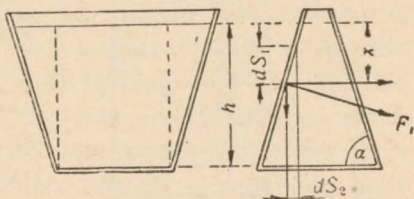
92 pav.

plokštelę laikosi prie cilindro ir uždaro jį. Ir ji nukrinta tik tada, kai cilindrą pripilame skysčio tiek, kad jo paviršius beveik susilygina su skysčio paviršium inde, taigi, kai įpilto cilindrą skysčio ir plokštelės svoris pasidaro lygus veikiančiai stačiai aukštyui plokštelę skysčio slėgimo jėgai. Arba, į skystį nugramzdinkime nedidelį apskritą indelį, kurio dugną sudaro elastinga guminė plėvelė (92 pav.). Į indelį įtvirtiname vamzdelį, kuris baigiasi nedideliu manometru. Indelį galime pasukti gulsčia ir stačia kryptimis. Manometras parodo slėgimo skirtumą skysčio viduje ir jo paviršiuje.

Lygtis (42,6) rodo, kad skysčio slėgimas jo viduje priklauso nuo gylio h . Taigi skysčio slėgimas į indo dugną nepriklauso nuo indo formos, bet tik nuo jo paviršiaus aukščio ir yra lygus $h\rho g \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$.

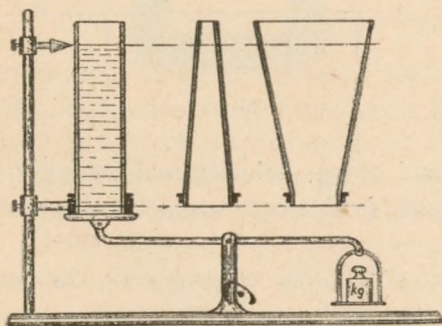
Šį reiškinį 93 pav., *a* parodytos formos inde galime aiškinti taip: už atžymėtos brūkšneliais linijos skysčio slėgimą išlaiko pačio indo sienelės. 93 pav., *b* nurodytos formos inde šis reiškinys aiškinamas šiuo būdu. Paimkime indo sienelėje žiedinės formos paviršiaus elementą, kuris yra x cm gylyje; jo plotas yra dS_1 ; tada $dS_2 = dS_1 \cdot \cos \alpha$ bus to ploto elemento projekcija

į indo dugną; čia α yra kampas, kurį indo sienelė sudaro su dugnu. Jei slėgimas gylyje x yra p_x , tai paviršiaus elementą dS_1 veikia jėga $F_1 = p_x \cdot dS_1$. Tokia pat jėga slepia ir sienelė skystį. Pastarąją jėgą išskaidykime į gulsčiąją ir stačiąją dedamąją. Gulsčiosios dedamosios atstojamoji, paimta visam paviršiaus elementui dS_1 , dėl simetrijos yra lygi nuliui. Nukreipta žemyn stačioji dedamoji lygi $p_x \cdot dS_1 \cdot \cos \alpha$. Ji per skystį veikia atitinkamą indo dugno ploto elementą $dS_2 = dS_1 \cdot \cos \alpha$. Jos sukeltas slėgimas yra $p_x \frac{dS_1}{dS_2} \cdot \cos \alpha = p_x$. Prie



93 pav.

šio slėgimo prisideda ant dS_2 gulinčio skysčio stulpo slėgimas $qg(h-x)$; yra skysčio paviršiaus aukštis inde. Taigi visas slėgimas $p = p^x + qg(h-x)$. Esant skysčiui pusiausvyroje, visose indo dugno vietose slėgimas turi būti tas pats, nes kitaip skystis tekėtų iš mažesnio slėgimo į didesnio slėgimo vietas, taigi p neturi priklausyti nuo x . Bet tai yra tik tada, kai $p_x = qgx$. Tokiu būdu $p = qgh$, vadinasi, skysčio slėgimas į dugną priklauso tik nuo dugno gylio h , bet nepriklauso nuo kampo, taigi nuo indo formos.



94 pav.

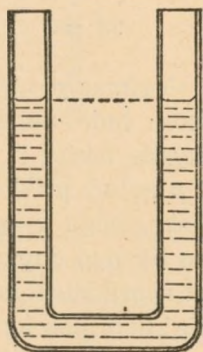
Kad taip iš tikrųjų yra, parodo toks tyrimas. Skirtingų formų bedugniai indeliai įsukami į stovėlį. Iš apačios jie uždaromi plokštele, kuri prislegiama tam tikra pastovia jėga (94 pav.). Įpylus skysčio iki tam tikro aukščio, dugnas atsidaro ir skystis pradeda

bėgti iš indo. Tai įvyksta tada, kai įpildo skysčio slėgimas į dugną pasidaro lygus slėgimui iš apačios. Kokios formos indą beįsuktume, dugnas atsidaro visuomet, skysčio paviršiui pasiekus tam tikrą pastovų aukštį. Arba, jei iš pradžių prispaudę indo dugną, pripilsime skysčio pilną indą, o paskui leisime veikti pastoviam nuolatiniam slėgimui, tai iš bet kurios

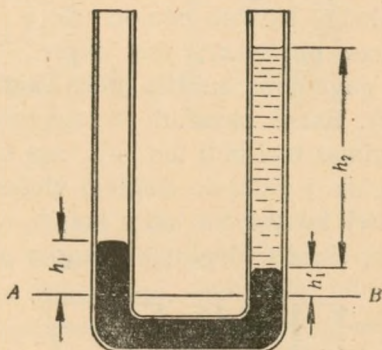
formos indo nubėga skystis iki tam tikro pastovaus aukščio. Šį *hidrostatiniu paradoksu* vadinamą reiškinį yra nustatęs Paskalis 1660 m.

§ 43. SKYSČIŲ PAVIRŠIŲ AUKŠTIS SUSISIEKIANČIUOSE INDUOSE

Du sujungtus tarp savęs apatinėje dalyje indus vadiname *susisiekančiais indais* (95 pav.). Jei tokius indus pripildime vienalyčio skysčio, tai abiejose jų šakose skysčio paviršius bus vienodai aukštai pakilęs (kai indų šakos nėra labai siauros). Tame pačiame gylyje abiejose šakose slėgimas yra vienodas ir visai nepriklauso nuo šakų formos. Nes jei toje pačioje gulsčioje plokštumoje skysčio slėgimas šakose būtų nevienodas, tai



95 pav.



96 pav.

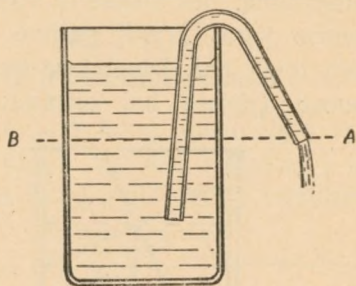
skystis bėgtų iš vienos šakos į antrą, kol slėgimai išsilygintų. Taigi ir skysčio paviršių aukštis abiejose susisiekančių indų šakose turi būti vienodas.

Į susisiekančių indų šakas įpilkime skirtingo tankio tarp savęs nesimaišančius skysčius, pvz., gyvsidabrio ir vandens (96 pav.). Ir šiuo atveju toje pačioje gulsčioje plokštumoje slėgimas šakose turi būti lygus. Paimkime plokštumą AB . Jei sunkesnio skysčio (gyvsidabrio) tankis yra ρ_1 , o lengvesnio (vandens) — ρ_2 , tai plokštumos AB kairėje šakoje slėgimas $p = \rho_1 h_1 g$, o dešinėje — $p = (\rho_1 h_1' + \rho_2 h_2) g$, čia h_1 , h_1' ir h_2 yra skysčių paviršių aukščiai abiejose šakose. Tokiu būdu,

$$\rho_1 (h_1 - h_1') = \rho_2 h_2. \quad (43,1)$$

Kai žinome vieno kurio skysčio, pvz., vandens, tankį ρ_2 , tai, išmatavę h_1 , h'_1 ir h_2 , galime surasti antrojo, pvz., gyvsidabrio, tankį.

Jei susisiekančių indų šakose toje pačioje gulsčioje plokštumoje slėgimai nėra vienodi, tai skystis bėga iš aukštesnio į žemesnio slėgimo vietą. Taip skystis bėga, pvz., sifone, kuriuo naudojames skysčiui perpilti iš vieno indo į kitą. Sifoną sudaro sulenktas stiklinis arba guminis vamzdelis. Nugramzdinę jo vieną šaką skystin (97 pav.), pritraukiame jį pilną skysčio. Skystis bėga iš indo, nes abiejų šakų toje pačioje plokštumoje, pvz., AB , slėgimai nėra vienodi: išoriniame sifono gale A slegia oras, o skystyje prie oro slėgimo prisideda dar skysčio slėgimas. Todėl skystis bėga sifonu, kol jo paviršius inde nukrinta iki sifono išorinio galo A aukščio.



97 pav.

Vandentiekių tinklas sudaro susisiekančių indų sistemą. Gamtoje podirvio vanduo pasiskirsto tarp žemės sluoksnių kaip susisiekančiuose induose.

§ 44. SKYSČIŲ PAVIRŠIAUS FORMA

Kietuose kūnuose savitarpė dalelių padėtis labai mažai tepakinta. Skysčiuose molekulės gali beveik laisvai slinkti; nors skysčių užimamą tūrį sąlygoja dar stipriai pasireiškiančios skysčiuose molekulių sąveikos jėgos, bet pačią jų užimto tūrio formą nusako veikiančios skysčius išorinės jėgos.

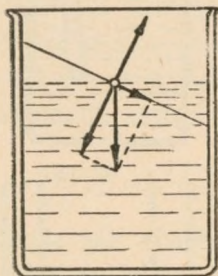
Esantį skystyje tokio pat tankio, kaip skysčio, kūną galime perstumti, nesunaudodami jokio darbo, jei jį stumsime tiek lėtai, kad galima būtų nepaisyti nei paties kūno, nei, kūnui slenkant, išjudinto skysčio kinetinės energijos. Iš to, kad skysčio dalelės slenka be pasipriešinimo, išeina, kad

skysčio paviršius turi būti visada statmenas skystį veikiančiai jėgai.

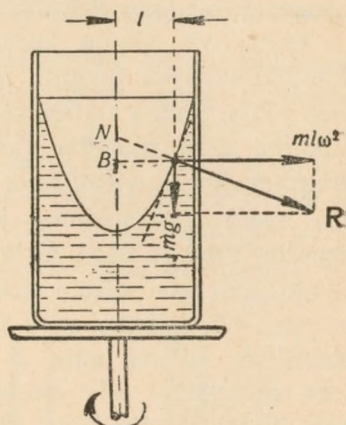
Jei skystį veikia kelios jėgos, tai jo paviršius yra statmenas jų atstojamajai (98 pav.), nes veikiančią įstrižai paviršių jėgą galime išskaidyti į dvi, statmeną ir lygiagrečią paviršiui, deda-

mąšias. Lygiagrečioji paviršiui dedamoji vers slinkti skysčio daleles, kol paviršius įgaus tokią formą, kad jis liks statmenas veikiančių jį jėgų atstojamajai.

Kai skystį veikia tik svorio jėga, jo paviršius turi būti gulsčias. Nedidelių vandens baseinų vandens paviršius yra gulsčia plokštuma, nes visose jo vietose svorio jėgos kryptį galime laikyti tokia pat. Dideliuose baseinuose (jūrose bei okeanuose)



98 pav.



99 pav.

vandens paviršius yra išgaubtas, nes toli esančiose viena nuo kitos vietose svorio jėgos kryptis šiek tiek skirsis. Skysčio paviršius nebebus gulsčioji plokštuma, jei jo yra tiek maža, kad paviršiaus formai žymią įtaką turės jau tarpmolekulinės jėgos (§ 91).

Kai skystį veikia ne tik svoris, bet ir kitos kurios jėgos, tada to skysčio laisvas paviršius turi būti statmenas visų skystį veikiančių jėgų atstojamosios kryptčiai. Besisukančiame aplink ašį inde turinčią masę m skysčio dalelę veikia dvi jėgos: stačiai žemyn nukreipta svorio jėga mg ir gulsčiai nukreipta išcentrinė inercijos jėga $ml\omega^2$ (99 pav.); čia l yra dalelės nuotolis nuo sukimosi ašies, ω — kampinis sukimosi greitis. Skysčio paviršius turi būti statmenas šių dviejų jėgų atstojamosios R kryptčiai; todėl jis įsigaubia, ir jo normalė sudaro kampą α su gulsčiąja krypttimi. Iš 99 pav. matyti, kad

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{mg}{m\omega^2 l} = \frac{dz}{dl}; \quad (44,1)$$

antra vertus,

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{NB}{l},$$

čia NB yra subnormalė. Taigi subnormalė

$$NB = \frac{g}{\omega^2} = \text{const.} \quad (44,2)$$

Turime parabolės lygtį; taigi besisukančio skysčio paviršius įgauna paraboloido formą.

§ 45. ARCHIMEDO DĖSNIS. KŪNŲ PLŪDURIAVIMAS

Panardinkime į skystį (arba į dujas) kūną, kurio ilgis yra l , jo skerspiūvio plotas — S (100 pav.). Skysčio slėgimas į jo paviršių priklauso nuo jo paviršiaus dalių gylio. Kūno viršutinė dalis yra gylyje h_2 , o apatinė h_1 . Jei skysčio (arba dujų) tankis yra ρ , tai viršutinę kūno dalį veikia nukreipta žemyn jėga $F_2 = p_2 S = \rho S h_2 g$, o apatinę jo dalį — nukreipta aukštyn jėga $F_1 = p_1 S = \rho S h_1 g$. Kūno šoninių paviršių veikias gulsčia kryptim slėgimas dėl simetrijos pasinaikina. Tokiu būdu, veikianti panardintą į skystį (arba dujas) kūną atstojamoji jėga F yra lygi:

$$F = F_1 - F_2 = \rho S (h_1 - h_2) g = \rho S l g; \quad (45,1)$$

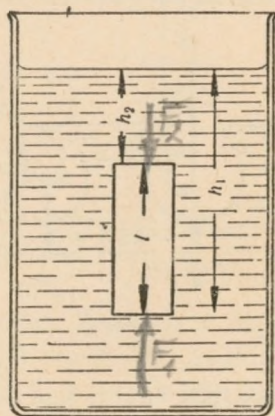
ji nukreipta stačiai aukštyn. Šią jėgą vadiname *keliamąja jėga*.

Keliamoji jėga yra nukreipta prieš kūno svorio jėgą, todėl panardintas į skystį (dujas) kūnas tarytum palengvėja. Sandauga $\rho S l g$ išreiškia kūno išstumto skysčio (dujų) svorį, nes $Sl = V$ yra panerto kūno tūris. Todėl

panardintą į skystį (dujas) kūną veikia stačiai aukštyn nukreipta jėga, kuri yra lygi jo išstumto skysčio svoriui.

Šį dėsnį yra nustatęs Archimedas, todėl tas dėsnis ir vadinamas *Archimedo dėsniu*. Jis tinka visokios formos kūnams.

Jei panardinto kūno tankis yra mažesnis už skysčio tankį, tai keliamoji jėga yra didesnė už kūno svorį. Tada kūną veikia nukreipta stačiai aukštyn jėga; jos veikiamas kūnas iškyla iš skysčio tiek, kad mažėjanti, kūnui kylant iš skysčio, keliamoji jėga pasidarytų lygi kūno svoriui. Sakome, kūnas plūduriuoja.



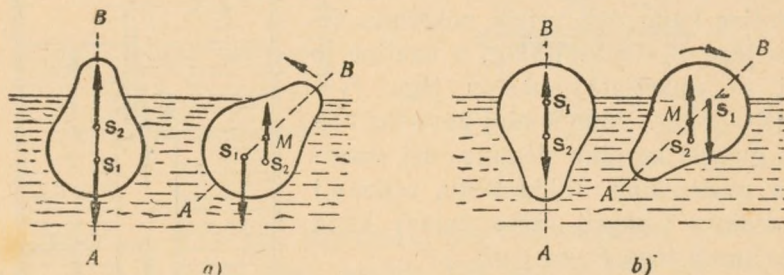
100 pav.

Plūduriuojančio kūno išstumto skysčio svoris yra lygus jo visam svariui. Kai kūno tankis yra ρ , o jo tūris V , tai tankio ρ_1 ($\rho_1 > \rho$) skystin kūnas nugrimzta ne visas, bet tik jo tokia dalis V_1 , kad

$$V\rho = V_1\rho_1. \quad (42,5)$$

Todėl kūnas giliau grimzta mažesnio tankio skystin. Taip laivai upėje grimzta giliau, kaip jūroje arba vandenyne; jūroje žmogui lengviau plaukti, kaip ežere arba upėje.

Iš daugelio padėčių, kuriose galėtų būti skystyje plūduriuojantis kūnas, tik kelios, o kartais tik viena vienintelė tėra stabili padėtis. Tokias stabilias padėtis nusako plūduriuojančio kūno *metacentro vieta*. Svorio jėga veikia kūno svorio centrą S_1 , o keliamoji jėga — išstumto skysčio svorio centrą S_2 (101 pav.).



101 pav.

Apskritai imant, šios dvi, svorio ir keliamoji, jėgos sukelia sukamąjį momentą, kuris suka plūduriuojantį kūną į kitą padėtį. Pusiausvyrą turime tada, kai jungianti taškus S_1 ir S_2 tiesė AB eina stačiai. Bet ši pusiausvyra gali būti pastovi (stabili) arba nepastovi (labili). Plūduriuojantį kūną sukant, kinta kūno išstumto vandens tūrio forma, nors pats tūris pasilieka visą laiką pastovus. Todėl kinta ir S_2 vieta. Kūną pasukus, keliamosios jėgos kryptis kerta liniją AB taške M . Šį tašką vadiname *metacentru*. Plūduriuojantis kūnas bus pastovioje pusiausvyroje, jei metacentras M yra aukščiau svorio centro S_1 (101 pav., a). O jei jis yra žemiau svorio centro, tai kūnas yra nepastovioje pusiausvyroje (101 pav., b). Pirmuoju atveju pasuktą iš pusiausvyros padėties plūduriuojantį kūną jėgų dvejetas grąžina į pirmąją padėtį, o antruoju — jis jį pasuka į naują — pastovią padėtį.

Apskritai, kūnas pastovioje pusiausvyroje yra tada, kai jo potencialinė energija yra mažiausia, palyginus su jo energija

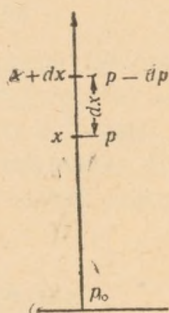
kitose padėtyse. Ir plūduriuojančių kūnų atveju tinka ši sąlyga. Plūduriuojantieji kūnai yra pastovioje pusiausvyroje, kai sistemos, tai yra plūduriuojančiojo kūno ir skysčio, potencialinė energija yra mažiausia.



§ 46. BAROMETRINĖ FORMULĖ

Kad dujos sveria, patiriame šiuo būdu. Iš pradžių pasverkime indą su oru. Vėliau ištraukime iš jo oro dalį ir vėl pasverkime. Dabar indas svers mažiau. Šis tyrimas parodo, kad oras ir bet kurios kitos dujos turi svorį. Taip, esant 20°C temperatūrai ir 1 at slėgimui, sauso oro 1 l sveria 1,293g; taigi šiose sąlygose oro tankis $\rho = 0,001293 \text{ g cm}^{-3}$.

Kadangi dujos lengvai suslegiamos, tai oro atmosferoje ir, apskritai, dujose jų žemesnieji sluoksniai yra tankesni už aukštesnius. Paimkime dujose, pvz., oro atmosferoje, dvi svorio jėgos krypčiai statmenas plokštumas, nutolusias viena nuo antros tik nykstančiai mažu nuotoliu dx (102 pav.). Teigiamoji x kryptis eina aukštyn, taigi, didėjant x , dujų slėgimas p mažėja. Aukštyje x dujų slėgimas yra p , o aukštyje $x+dx$ atitinkamai yra $p-dp$. Jei dujų tankis kalbamame aukštyje yra ρ , tai



102 pav.

$$dp = -\rho g \cdot dx, \quad (46,1)$$

čia g — laisvai krintančio kūno greitėjimas. Dujų tankis ρ yra proporcingas jų slėgimui p , kol temperatūra pasilieka pastovį. Aukštyje $x=0$ (Žemės paviršiuje) slėgimą pažymėkime p_0 , o tankį — ρ_0 ; tuomet $\rho : \rho_0 = p : p_0$; iš čia $\rho = \rho_0 \frac{p}{p_0}$, taigi

$$dp = -\rho_0 g \frac{p}{p_0} \cdot dx \quad \text{arba} \quad \frac{dp}{p} = -\frac{\rho_0 g}{p_0} dx.$$

Suintegravę nuo $x=0$ iki x , gausime:

$$\ln \frac{p}{p_0} = -\frac{\rho_0 g}{p_0} x,$$

iš čia

$$p = p_0 e^{-\frac{\rho_0 g}{p_0} x} = p_0 e^{-\alpha x}, \quad (46,2)$$

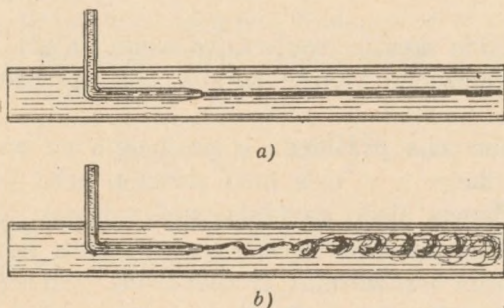
jei $\frac{p_0 g}{p_0}$ pažymėsime α . Lygtis (46,2) vadinama *barometrine formule*; ji nusako viengarūšių dujų slėgimo kitimą, kintant aukščiui, kai dujos yra pusiausvyroje. Jei turime skirtingų dujų mišinį, tai ši formulė taikoma atskirų dujų daliniams slėgimams skaičiuoti. Dujų mišinio slėgimas yra lygus esančių mišinyje dujų dalinių slėgimų sumai.

IX SKYRIUS

SKYSČIŲ IR DUJŲ DINAMIKOS PAGRINDAI

✓ § 47. SKYSČIŲ SROVĖS SAVYBĖS

Skystis gali sroventi įvairiai. Pasekę vandens tekėjimą nedideliame upelyje, aiškiai pastebėsime skirtingo pobūdžio vandens srovę: lygesnėse vietose vanduo bėga lėtai ir tolygiai, o pakilesnėse — vandens greitis didėja, jo srovės tolygumas dingsta, susidaro sūkurių. Skysčio srovenimą galime stebėti šiuo būdu.



103 pav.

Į plačiu vamzdžiu lėtai tekančio vandens srovę įleidžiame plonyčius dažyto vandens siūlelius. Kol vandens srovė teka lėtai, dažyto vandens siūleliai aiškiai matomi srovėje, dažytas vanduo nesusimaišo (103 pav., a); turime *laminarinę*, arba *sluoksniuotą*, vandens srovę; joje skysčio dalelės tiksliai slenka. Pagreitinus vandens tekėjimą, siūleliai pradeda nykti (103 pav., b), dažytas vanduo susimaišo su bespalviu. Tokioje skysčio srovėje atskiros skysčio dalelės ne tik slenka, bet ir sukasi; susidaro sūkurių. Šios rūšies srovę vadiname *turbulentine srove*. Išskirkime skysčio srovės skerspiūvyje labai mažą plotelį ir stebėkime praeinančias pro jį skysčio daleles: jei jos visos praeina jį pastoviu vienodu (dydžio bei krypties atžvilgiu) greičiu, tai tokią srovę vadiname

stacionarinė srovė. Kai srovėje visos skysčio dalelės turi vienodą greitį, srovė yra vienalytė.

Skysčio srovę apibūdina *srovės linijos*. Srovės linija laikome tokią liniją, kurios kryptis bet kurioje vietoje atitinka skysčio dalelių bėgimo kryptį. Stacionarinėje srovėje srovės linija pavaižduoja bėgančio skysčio dalelės taką. Vienalytėje srovėje srovės linijos yra lygiagretės. Jei skysčio srovėje paimsime uždara kreivę ir pro jos visus taškus išvesime srovės linijas, tai šios sudarys *srovės vamzdelį* (104 pav.). Kadangi tekantis srovės vamzdeliu skystis niekur pakeliui nesusitvenkia ir niekur nenubėga į šalį, tai pro bet kurį vamzdelio skerspjūvį per 1 s prabėga tas pats skysčio kiekis. Jis yra proporcingas vamzdelio skerspjūvio plotui S ir skysčio greičiui v . Tokiu būdu visose srovės vamzdelio vietose



104 pav.

$Sv = \text{const.}$ (47,1)

Ši lygtis išreiškia skysčio srovės *tolydinumo sąlygą*. Ji rodo, kad siauresnėse vamzdelio vietose skystis teka greičiau, kaip platesnėse.

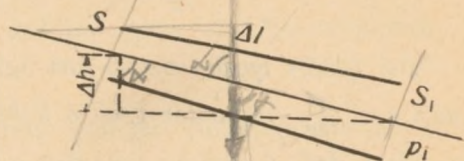
Srovės vamzdelis prasideda ir pasibaigia ne pačiame skystyje, bet jo riboje, t. y. prie indo sienelių, arba jis pats save uždaro, įgaudamas žiedo pavidalą, sudarydamas sūkurį. Pagal srovės vamzdelių pavidalą skysčio srovės laukus skirstome į *potencialinius*, arba *besūkurinius*, ir *sūkurinius*. Visi realūs skysčiai yra klampūs, turi mažesnę ar didesnę vidinę trintį, kurią sąlygoja skysčio greitimų sluoksnių sąveika (§ 49) ir kuri turi įtakos skysčių tekėjimui. Be to, skysčiai, nors ir mažai, yra suslegiami; todėl tekant jų tūris šiek tiek kinta. Iš pradžių panagrinėkime *idealių skysčių* srovę, t. y. tokių skysčių, kuriuose nepasireiškia vidinė trintis ir kurie yra visai nesuslegiami. Tokie skysčiai teka «idealios», visai trinties nepaliesta srove. Panašią srovę turime trumpą laiką, tik skysčiui pradėjus tekėti. Šioje srovėje neturime nei sukimosi, nei sūkurio.

Dujos yra žymiai daugiau suslegiamos. Bet kai jos teka lėtai, jų tūris visai nekinta arba pasikeičia labai mažai. Kol dujų tūris tepakinta mažiau 1%, joms taip pat tinka skysčių srovės dėsniai. Todėl šiame skyriuje nagrinėjamas skysčių srovės savybės bent iš dalies turi dujų srovės.

132

§ 48. BERNULIO LYGTIS IR JOS TAIKYMAI

Paimkime trumputį, ilgio Δl , srovės vamzdelį (105 pav.). Jo skerspjūvio plotas pradžioje yra S , gale — S_1 , bet S labai mažai tesiskiria nuo S_1 . Vamzdelis yra palinkęs ir su stačiąja ašimi sudaro kampą α . Srovės linijos koordinatė yra x . Vamzdelio pradžioje turime slėgimą p , jo gale p_1 , kuris mažai tesiskiria nuo p . Jei skysčio tankis yra ρ , tai skysčio masė vamzdelyje lygi $\Delta m = \rho S \cdot \Delta l$. Šią



105 pav.

masę veikia srovės linijos kryptim šios dvi jėgos: slėgimo jėga $pS - p_1S_1$ ir svorio jėga $\Delta mg \cdot \cos \alpha$. Pastaroji yra lygi $\Delta m \cdot g \frac{dh}{dl}$, nes $\cos \alpha = \frac{dh}{dl}$, jei h pažymėsime vamzdelio statųjį nuotolį nuo kai kurios gulsčiosios plokštumos. Kadangi pS ir p_1S_1 labai mažai tesiskiria, tai, išskleisdami Teiloro eilute, p_1S_1 galime apytiksliai taip išreikšti:

$$p_1S_1 = pS - \Delta l \frac{d(pS)}{dl}.$$

Visą masę Δm veikianti inercijos jėga lygi $-\Delta m \frac{dv}{dt}$, kur v skysčio srovės greitis. Tokiu būdu,

$$-\Delta m \frac{dv}{dt} = \Delta l \frac{d(pS)}{dl} + \Delta m \cdot g \frac{dh}{dl}.$$

Vieton $\frac{dv}{dt}$ paimkime $\frac{dv}{dt} \cdot \frac{dl}{dt} = v \frac{dv}{dl}$ ir visus lygties narius padauginame iš dl ; tada gausime:

$$\Delta m \cdot v \cdot dv + \Delta l \cdot d(pS) + \Delta m \cdot g \cdot dh = 0.$$

Pastarąją lygtį suintegravę, turėsime:

$$\frac{1}{2} \Delta m \cdot v^2 + \Delta l \cdot pS + \Delta m \cdot gh = \text{const}$$

arba, padaliję iš $\Delta l \cdot S = \frac{\Delta m}{\rho}$, kur ρ yra skysčio tankis, gausime:

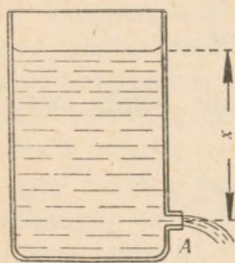
$$\frac{1}{2} \rho v^2 + p + \rho gh = \text{const}. \quad (48,1)$$

Ši lygtis nusako ryšį tarp tekančio skysčio greičio, slėgimo ir aukščio. Ją išvedė Bernulis 1738 m., todėl ji ir vadinama jo vardu. Padaliję panariui iš ρg , gausime tokią lygtį:

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + h = \text{const.} \quad (48,2)$$

Visi (48,2) lygties nariai turi ilgio (aukščio) dimensiją. Pirmąjį narį $\frac{v^2}{2g}$ vadiname *greičio aukščiu*; iš tokio aukščio turėtų laisvai kristi skystis, kad įgytų greitį v . Antrasis narys $\frac{p}{\rho g}$ vadinamas *slėgimo aukščiu*; jis išreiškia skysčio stulpelio aukštį, kai tas stulpelis sukelia p dydžio hidrostatinį slėgimą. Trečiasis narys h vadinamas *vietos aukščiu*. Taigi pagal lygtį (48,2) tekančiame skystyje šių trijų aukščių suma pasilieka visą laiką pastovi. Kai $v=0$, lygtys (48,1 ir 2) išreiškia hidrostatinio slėgimo dėsnį. Hidrostatinio slėgimo p skirtumas stovinčiame ir tekančiame skystyje vadinamas *hidrodinaminiu slėgimu*. Jis gali būti teigiamas ir neigiamas. Hidrostatinis slėgimas pasireiškia visais tais atvejais, kai skysčių arba dujų srovėje atsiranda turinčios įtaką srovei kliūtys. Kylančios šiais atvejais slėgimo jėgos visai nepriklauso nuo to, ar kliūtys juda skystyje, ar jos yra nejudamos, bet skystis teka tam tikru greičiu.

Pritaikykime Bernulio lygtį vienam kitam skysčių bei dujų tekėjimo atvejui. Į indą su angyle A šone įpilkime tankio ρ skysčio; jis bėga pro angelę (106 pav.). Jei angelės plotis yra mažas, palyginus su paties indo pločiu, tai, skysčiui tekant, jo paviršiaus aukštis keisis pamažu. Laikykitės, kad jis nekinta, taigi jo greitis $v=0$. Viršutinį skysčio paviršių ir angelę veikia oro slėgimas $p=p_0$. Angelės vietos aukštis $h=0$, o skysčio paviršiaus inde aukštis $h=x$. Taikydami šiam atvejui lygtį (48,2), gausime:



106 pav.

$$\frac{p_0}{\rho g} + h = \frac{p_0}{\rho g} + \frac{v^2}{2g};$$

iš čia

$$v^2 = 2gh \text{ ir } v = \sqrt{2gh}. \quad (48,3)$$

Taigi

pro angelę skystis teka tokiu greičiu v , kokį jis įgytų laisvai nukritęs aukštį h .

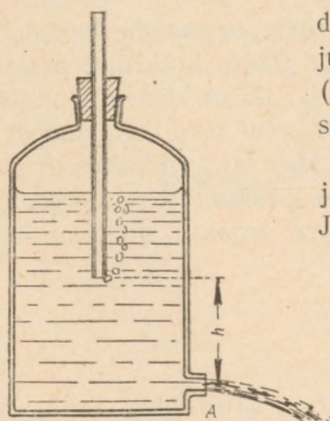
Lygtis (48,3) išreiškia Toričelio teoremą. Ją galima taip nusakyti:

ištekančio skysčio greičio aukštis lygus skysčio viršutinio lygio aukščiui: $\frac{v^2}{2g} = h$.

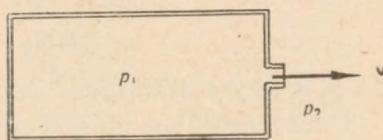
Jei į angelę įstatysime trumpą aukštyn nukreiptą vamzdelį, tai tekantis skystis turėtų vėl pakilti iki aukščio h . Bet iš tikrųjų dėl trinties bei atgal krintančių skysčio lašelių srovė nebepakyla taip aukštai.

Skysčiui tekant iš indo, jo paviršius, nors ir pamažu, krinta, ir ištekančio skysčio greitis mažėja. Iš Marioto bonkos (107 pav.) skystis teka pastoviu greičiu. Tai yra bonka su angele A žemutinėje bonkos dalyje. Pro bonkos kaklelio kamštį įkišamas stiklinis vamzdelis, kurio apatinis galas yra h aukštyje viršum angelės. Todėl h aukščio lygį visą laiką veikia atmosferos oro slėgimas. Oro slėgimas viršutinėje bonkos dalyje yra mažesnis už išorinį slėgimą ir tik sudėtas su skysčio sluoksnio virš paviršiaus h slėgimu yra lygus išoriniam slėgimui. Skysčio paviršiui krintant, oras eina bonkon pro vamzdelį burbulėliais. Kadangi šiuo atveju h pasilieka pastovus, tai, kaip rodo (48,1) lygtis, ir greitis v turi likti pastovus.

Inde su siaurute angele turime dujas, kurių slėgimas yra p_1 (108 pav.). Jei išorinis slėgimas p_2 yra mažesnis



107 pav.



108 pav.

už p_1 , tai dujos tekės pro angelę greičiu v , bet visa dujų masė bus ramybėje. Kai abu slėgimai p_1 ir p_2 bei jų skirtumas $p_1 - p_2$ yra pakankamai dideli, tai aukščio skirtumas, kai dujos teka

stačiąja kryptim, neturės įtakos ištekėjimo greičiui. Taikydami šiam atvejui Bernulio lygtį, turime:

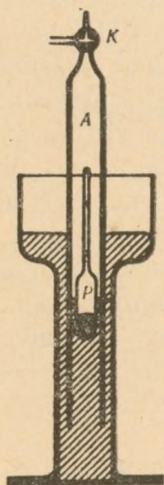
$$p_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v^2,$$

iš čia

$$v = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}}. \quad (48,4)$$

Kai skirtingos dujos teka pro angelę ir skirtumas $p_1 - p_2$ nekinta, tai jų tekėjimo greitis yra atvirkščiai proporcingas kvadratinei šakniai iš jų tankio ρ .

Palyginę skirtingų dujų tekėjimo greitį pro siaurą angelę, galime surasti jų tankį. Šiam tikslui naudojame Bunzeno efuziometrą (109 pav.). Jį sudaro taurės pavidalo viršuje išplėstas metalinis indas, į kurį įdedamas siauras, be dugno, su angele viršuje stiklinis vamzdelis A . Į indą įpilame gyvsidabrio ir įstatome vamzdį A , į kurį įleidžiame tiriamąsias dujas. Jų slėgimą didiname, vamzdį gramzdindami gilyn. Ištraukus kamštelį K , dujos eina pro angelę laukan. Jų tekėjimo greitį padeda nustatyti stiklinė tuščiavidurė plūdė P , kurioje įbrėžti du brūkšniai.



109 pav.

Iš pradžių dujų pripildytą vamzdį A paneriamo tiek giliai, kad abu plūdės brūkšniai pasislepia, nugrimzdus plūdei. Atkišus vamzdžio angelę, dujos išteka pro ją ir plūdė lėtai kyla aukštyn. Matuojame laikotarpį, per kurį viršutinis ir apatinis brūkšniai praeina pro tam tikrą žymę. Kai vienoms dujoms jis yra lygus t_1 , o kitoms — t_2 ,

taikydami lygtį (48,4), gauname:

$$t_1 : t_2 = \sqrt{\rho_1 : \rho_2},$$

čia ρ_1 ir ρ_2 yra atitinkamai dujų tankiai.

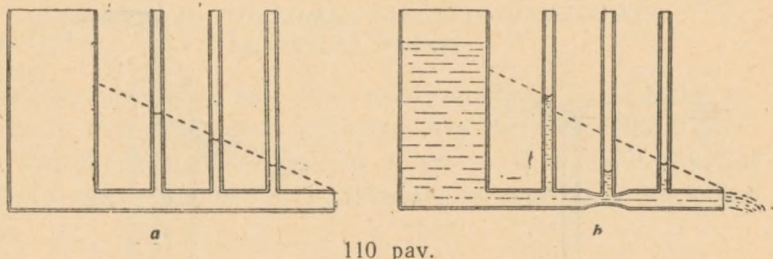
Dabar stebėjime gulsčią skysčio srovę ($h = \text{const}$). Tokią srovę nusako ši lygtis:

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + p = \text{const}. \quad (48,5)$$

Ji rodo, kad tose gulsčios srovės vietose, kur skysčio greitis yra didesnis, slėgimas yra mažesnis. Tokiu būdu, siauresnėse

gulsčio vamzdžio vietose slėgimas yra mažesnis kaip platesnėse.

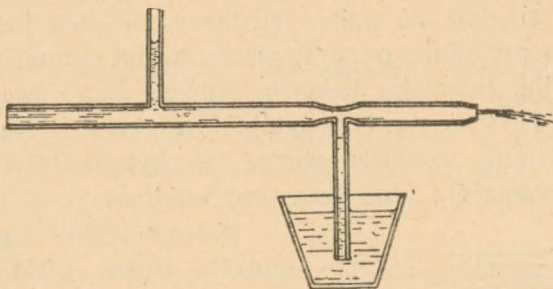
Tai parodo šis tyrimas. Gulsčiu stikliniu vamzdžiu teka vanduo (110 pav., *a*). Vamzdis turi kelias stačias atšakas — manometrus. Iškilęs juose vandens stulpelis parodo slėgimą van-



110 pav.

dens srovėje. Dėl trinties šis slėgimas mažėja, einant į vamzdžio galą. Kai vamzdžio skerspjūvio plotas yra pastovus, vandens stulpelių paviršiai manometruose guli palinkusioje tiesėje. Bet kur vamzdis susiaurėja, turi, pvz., sąsmauką (110 pav., *b*), tai toje vietoje slėgimas sumažėja žymiai daugiau, kaip už jos.

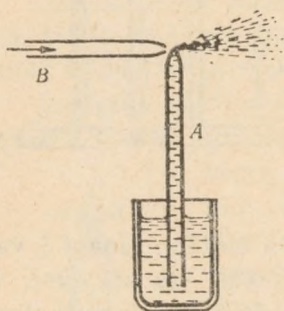
Esant didesniam vandens srovės greičiui, vamzdžio sąsmaukoje slėgimas pasidaro mažesnis už atmosferos slėgimą. Tuomet toje vietoje vandens srovė gali įsiurbti manometran ir išlaikyti pakėlusį dažyto vandens stulpelį ir net įsiurbti jį į srovę



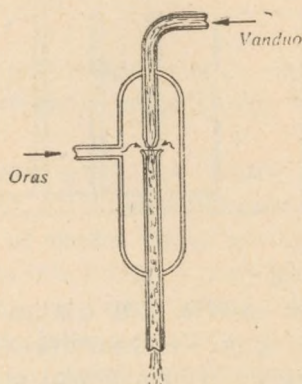
111 pav.

(111 pav.). Šį efektą vadiname *hidrodinaminiu paradoksu*. Juo pagrįstas kai kurių prietaisų, pvz., purkštuvo, inžektoriaus ir kt., veikimas. Purkštuvą sudaro du statmeni vienas antram siaurais galais vamzdeliai, kurių vienas (*A*) įleistas į purškiamąjį skystį, o pro antrąjį (*B*) pučiama oro srovė (112 pav.). Apibė-

ganti vamzdelio *A* galą oro srovė turi prie pat vamzdelio didesnį greitį, kaip tolimesnėse vietose. Todėl čia slėgimas yra mažesnis už atmosferos oro slėgimą, ir skystis kyla vamzdeliu aukštyn, kur jį pagauna oro srovė, susmulkina į mažus lašelius ir nuneša tolyn. Lygiai taip veikia ir vandens srovės siurblys (113 pav.).

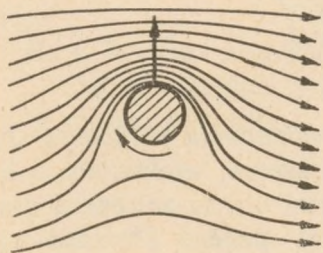


112 pav.



113 pav.

Vandens srovė iš vandentiekio įteka pro siaurėjantį viršutinį vamzdį, o išteka pro kūginį apatinį vamzdį. Šoniniu vamzdeliu siurblys sujungiamas su indu, kuriame oras retinamas. Šiauroje žiedo pavidalo ertmėje tarp abiejų šių vamzdžių vanduo teka dideliu greičiu; šioje ertmėje susidaro žymiai mažesnis už atmosferos slėgimą dinaminis slėgimas, tik šiek tiek didesnis už vandens prisotintų garų slėgimą. Norint sumažinti grįžtamąją difuziją, paprastai įtekamo vandens srovė įsukama, kad ji smulkiau išsiskaidytų. Orui retėjant, o taip pat ir vandens slėgimui mažėjant, veiklusis skerspiūvis kyla aukštyn ir siaurėja, todėl sumažėja atmosferos oro veikimas.



114 pav.

Hidrodinaminis paradoksas sukelia ir tokį efektą. Įstatytą stačiai į vandens srovę ir greit sukamą cilindą veikia statmena vandens srovės kryptčiai jėga. Šios jėgos veikiamas cilindras slenka jos kryptimi. 114 pav. matome vandens srovės linijas, aplenkiančias besisukantį cilind-

ra; viršuje jos yra daugiau susigrūdusios, taigi ten vanduo bėga greičiau, kaip apačioje. Todėl viršuje slėgimas yra mažesnis, kaip apačioje. Ton pusėn ir slenka cilindras. Dėl šio efekto lėkdamas ore besisukęs patrankos šoviny s nukrypsta dešinėn; smarkiai įsukti teniso sviediniai lekia ore kreiva linija.

§ 49. SKYSCIŲ TEKĖJIMAS SIAURAIS VAMZDŽIAIS. PUAZEILIO DĖSNIS

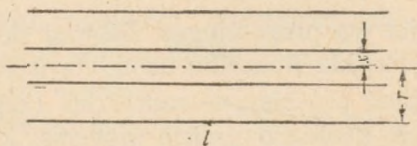
Idealiais skysčiais, kaip jau minėjome (§ 42), laikome tokius, kurie nesuslegiami ir kuriuose visai nepasireiškia trinties jėgos. Bet iš tikrųjų tokių skysčių neturime. Visi realūs skysčiai bei dujos yra klampūs. Ši jų klampumą sąlygoja jų vidinė trintis.

Tyrimai rodo, kad, kai du gretimi skysčių (arba dujų) sluoksniai teka skirtingu greičiu, pasireiškia jėga, kuri lėčiau tekančią skysčio sluoksnį greitina, o greičiau tekančią — lėtina. Ši jėga vadinama *vidine trintimi*; ji yra proporcinga sluoksnio paviršiaus plotui S ir greičio v gradientui $\frac{dv}{dx}$ (greičių skirtumui, kai sluoksnių nuotolis yra 1 cm). Jei proporcingumo koeficientą, kurį vadiname *vidinės trinties*, arba *klampumo koeficientu*, (dinaminiu klampumu) pažymėsime η , tai vidinę trintį F galime taip išreikšti:

$$F = \eta S \frac{dv}{dx}. \quad (49,1)$$

Vidinės trinties koeficiento η CGS sistemoje dimensija $[\eta] = = \text{g cm}^{-1} \text{s}^{-1}$. Klampumą matuojame puazais (P), centipuazais (cP) bei mikropuazais (μP). Santykis η/ρ , kur ρ yra skysčio tankis, vadinamas *kinematinio klampumu* ir žymimas ν . Kinematinio klampumo vienetas CGS sistemoje yra $1 \text{ cm}^2 \text{s}^{-1}$; jis vadinamas *stoksu* (St).

Vidinės trinties veikimas ypač ryškus, skysčiams tekant siaurais vamzdžiais. Tegu skystis teka apskritu radiuso r vamzdžiu (115 pav.). Šio vamzdžio pradžioje veikia slėgimas p_1 , o jo gale — slėgimas p_2 . Paimkime vamzdžio ašyje radiuso x srovės vamzdėlį; srovės kryptim jį veikia jėga



115 pav.

$(p_1 - p_2)\pi x^2$, o jo paviršiuje — vidinės trinties jėga $2\pi x l \eta \frac{dv}{dx}$, nes srovės vamzdelio paviršiaus plotas lygus $2\pi x l$, čia l —srovės vamzdelio ilgis. Kol vamzdžio skerspjūvio plotas nekinta, srovė yra stacionarinė, t. y. bėga pastoviu greičiu, vadinasi, veikiančių skysčio srovę jėgų atstojamoji turi būti lygi nuliui:

$$(p_1 - p_2)\pi x^2 + 2\pi x l \eta \frac{dv}{dx} = 0$$

arba

$$dv = - \frac{p_1 - p_2}{2\eta l} x \cdot dx.$$

Šią lygtį suintegruvę, gauname:

$$v = - \frac{(p_1 - p_2)x^2}{4\eta l} + const. \quad (49,2)$$

Kai skystis drėkina vamzdžio sienelės, artimiausias sienelėms skysčio sluoksnis yra pilipęs prie sienelių ir nejuda, taigi tose vietose kur $x=r$, ten $v=0$.

Tokiu būdu,

$$const = \frac{(p_1 - p_2)r^2}{4\eta l};$$

įstatę gauname:

$$v = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} (r^2 - x^2). \quad (49,3)$$

Tekančio siauru vamzdžiu skysčio sluoksnių greitis, einant nuo sienelių į vidurį, didėja. Vidutinis tekančio skysčio greitis bus lygus

$$v_v = \frac{1}{2} \frac{(p_1 - p_2)r^2}{4\eta l}.$$

Prabėgančio per laiko vienetą (1s) pro bet kurį vamzdžio skerspjūvį skysčio tūris

$$V = Sv = \frac{p_1 - p_2}{8\eta l} r^2 \cdot \pi r^2 = \frac{\pi r^4}{8\eta l} (p_1 - p_2); \quad (49,4)$$

jis yra proporcingas slėgimų skirtumui $p_1 - p_2$. Pastaroji lygtis išreiškia Puazeilio nustatytą ir jo vardu vadinamą skysčių tekėjimo pro siaurus vamzdžius (kapiliarus) dėsnį. Šis dėsnis tinka tik nedidelio greičio srovėms, kol skystis teka sluoksniais ir srovėje nesusidaro jokių sūkurių, taigi, kol turime laminarinę

skysčio srovę. Puazeilio dėsnio pasinaudojame skysčių vidinės trinties koeficientui nustatyti. Tam reikalui matuojame išbėgusio pro kapiliarą skysčio tūrį V .

Skysčių tekėjimo siaurais vamzdžiais reiškiniai plačiai užtinkami gamtoje; pvz., podirvio vanduo sunkiasi pro akytus kūnus, žmogaus bei gyvulio organizme kraujas bėga siaurutėmis kraujagyslėmis.

✓ § 50. TURBULENTINĖ SROVĖ; REINOLDSO SKAIČIUS. SŪKURIAI

Laminarinį (sluoksniuotąjį) skysčio tekėjimą vamzdžiu turime tik esant nedideliems srovės greičiams. Srovei greitėjant, pradeda susidaryti joje sukimasis ir sūkurių; laminarinė skysčio srovė virsta turbulentine (103 pav., b). Reynoldsas nustatė, kad skysčio srovės pobūdį nulemia srovėje atliekamų šių dviejų darbų reikšmių santykis: greitėjimo darbo W_k , kuris yra lygus kinetinei tekančio skysčio energijai, $W_k = \frac{1}{2}mv^2$, ir vidinę trintį nugalint atliekamo trinties darbo W_t ; pastarasis yra (§ 49) $W_t = \eta S l \frac{dv}{dx}$; čia l pažymi nusakantį kūno tiesinį matmenį — ilgį, pvz., rutulio bei vamzdžio radiusą, v — skysčio greitį kieto kūno atžvilgiu, η — skysčio vidinės trinties koeficientą. Suteikime darbui dimensinį reiškimą. Šiuo tikslu įeinančius formulėn ilgius laikykime proporcingais kūno didumą nusakančiam ilgiui l . Proporcingumo koeficientus išleiskime. Tada pažymėję skysčio tankį ρ , greitėjimo darbą galėsime taip išreikšti: $|W_k| = \left| \frac{1}{2}mv^2 \right| = \left| l^3 \rho v^2 \right|$, o trinties darbą $|W_t| = \left| \eta S \frac{v}{l} l \right| = \left| \eta l^2 v \right|$, nes $S = l^2$. Reinoldso skaičius R bus lygus:

$$R = \frac{|W_k|}{|W_t|} = \frac{|\rho l^3 v^2|}{|\eta l^2 v|} = \frac{|\rho l v|}{|\eta|}. \quad (50,1)$$

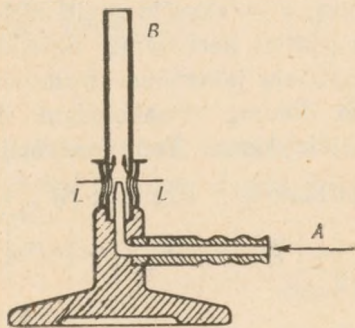
Šis skaičius turi didelę reikšmę, nagrinėjant kiekybiškai skysčio srovę. Mažų Reinoldso skaičių srovėse trinties darbas yra didelis, palyginus su greitėjimo darbu, o didelių, atvirkščiai, greitėjimo darbas yra žymiai didesnis už trinties darbą. Idealių skysčių Reinoldso skaičius yra be galo didelis.

Tyrimai rodo, kad vamzdžiuose bei kanaluose susidaro turbulentinė srovė, kai Reinoldso skaičius pasiekia reikšmes nuo 1600

iki 2000 priklausomai nuo vamzdžių formos ir jų sienelių ypatybių. Turbulentiškai tekant skysčiui vamzdžiu, pasipriešinimas žymiai padidėja. Išbėgusio pro vamzdį skysčio tūris tuomet proporcingas $\sqrt{p_1 - p_2}$.

Turbulentinę srovę turime, pvz., greit tekant skysčiui arba dujoms iš siauros angos į plačią to paties skysčio arba dujų užpildytą erdvę. Tada susidaro skysčio arba dujų čiurkšlė. Ištekantis skystis arba dujos įtraukia į čiurkšlę gretimus sluoksnius; ir tolyn čiurkšlė darosi vis platesnė. Taigi čiurkšlės nėra skysčio (arba dujų) masė vis didėja. O kadangi judėjimo kiekis mv turi būti pastovus, tai čiurkšlės greitis v vis mažėja, kol pagaliau pasidaro lygus nuliui. Tekėdama čiurkšlė įtraukia gretimus skysčio sluoksnius į save, todėl vis naujos, esančios aplink čiurkšlę, medžiagos masės slenka į ją. Dėl to į čiurkšlę padėtas lengvutis sviedinėlis, čiurkšlės keliamas, plūduriuoja joje, nes slenkančios į čiurkšlę naujos aplinkinės masės neleidžia jam išlėkti iš čiurkšlės. Net ir pakreipus čiurkšlę, sviedinėlis tęsia savo šokį joje, sukdamasis aplinkui.

Tokios čiurkšlės susidarymu remiasi dujų degiklio veikimas (116 pav.). Iš vamzdelio *A* tekanti degių dujų čiurkšlė pagauna orą ir susimaišo su juo vamzdyje *B*. Oro srovę nustatome, siurindami arba platindami plyšelį *L*, pro kurį jis įeina.



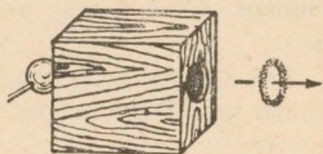
116 pav.

Kartais pasitaiko, kad dvi skirtingo greičio srovės sueina, tęsdamos toliau kelią abiejų šalių pusėse. Abiejose šių srovių skiriamąjį paviršius pusėse slėgimas yra vienodas, bet dėl to srovių greitis yra skirtingas. Bernulio lygtis (48,2) rodo, kad

tokiose sąlygose jos nusakomas srovių judėjimas negalimas. Šiuo atveju išilgai srovių skiriamąjį paviršius susidaro sūkurių, ir srovės šiais sūkuriais, lyg ratukais, slysta viena antra, kaip slysta dvi plokštumos, sudėtos ant rutulinių guolių. Sūkuriai sukasi taip, kad jų sukimosi kryptis sutampa greitesnės srovės pusėje su tos srovės slinkimo kryptimi, o lėtesnės srovės pusėje jie sukasi priešinga pastarosios slinkimui kryptimi.

Apskritai, sūkuriai susidaro srovės netolydinėse vietose bei jos riboje, pvz., praeinant aštrias briaunas.

Kai skystis arba dujos greit praeina pro aštrių briaunų angą, susidaro žiedo pavidalo uždaras sūkurys (117 pav.). Šį reiškinį galima taip stebėti. Keturkampės dėžės priešakinėje sienoje išpaukime nedidelę apskritą skylę, užpakalinę sieną pakeiskime elastinga plokšte. Į dėžę įleiskime dūmų. Silpnai, bet staigiai užgavus užpakalinę sienelę, pro skylę išlekia matomas sūkurys, kuris nuskrieja ore kelis metrus. Sūkuriniai žiedai yra patvarūs; kartais pavyksta užgesinti jais degančią žvakę. Dėl trinties jie suyra. Taigi idealiuose skysčiuose negalėtume jų ir sudaryti, nes tik veikiant trinčiai jie tesusidaro.



117 pav.

✓ § 51. APLINKOS PASIPRIEŠINIMAS

Kūnams slenkant skystoje arba dujinėje aplinkoje arba jiems esant judamoje skysčio arba dujų aplinkoje, juos veikia tam tikros pasipriešinimo jėgos. Jų tyrimas turi didelę ir teorinę, ir praktinę reikšmę oro bei jūrų navigacijai. Jos dažniausiai tiriamos eksperimentiškai tam tikruose įrenginiuose (aerodinamiuose vamzdžiuose); šiuose vamzdžiuose įtvirtinami dinamometrais tiriamieji objektai, pvz., lėktuvai arba jų modeliai, ir sukeliama tolydinė oro (arba vandens) srovė. Matuojame veikiančių jėgų stiprumą srovės kryptimi ir jai statmena kryptimi. Tyrimai parodė, kad veikiančių jėgų stiprumas bei jų kryptis priklauso nuo kūnų formos, jų pakrypimo srovės atžvilgiu ir nuo srovės arba kūnų greičio.

Pasipriešinimo priklausomybę nuo kūno formos galima pastebėti šiuo būdu. Stačiame stovė įtaisytas gulsčias vienpetis skersinis, kurį specialus įtaisas suka aplink stovo stačiąją ašį. Skersinio gale pritvirtinami įvairios formos, bet vienodo skerspjūvio ploto kūnai. Sekamas arba skersinio apsisukimų skaičius per tam tikrą laiką, arba sukimą sukeliančių svarelių kritimo greitis. Šiuo būdu, pvz., galima lengvai įsitikinti, kad pasipriešinimas yra didesnis, kai pusrutulis atsuktas įgaubta puse judėjimo kryptin, ir mažesnis, kai jis pasuktas išgaubta puse.

Pasipriešinimą kūnų judėjimui aplinkoje sąlygoja du veiksniai: aplinkos (oro arba vandens) srovės slėgimas į esantį srovėje nejudamą arba slenkantį aplinkoje kūną ir trintis; kūnas aplinkoje apsitraukia plonyčiu, prie jo paviršiaus stipriai prikibusiu, aplinkos medžiagos sluoksniu, kuris yra kūno nešamas; kūnui judant aplinkoje arba srovei aptekant kūną, pasireiškia aplinkos vidinė trintis. Susipažinkime su šiais reiškiniais smulkiau.

Kai aplinka yra klampi, o srovės greitis nedidelis, pasipriešinimo jėga F yra proporcinga srovės (arba kūno srovėje) greičiui v :

$$F = kv, \quad (51,1)$$

čia k yra proporcingumo koeficientas, priklausąs nuo aplinkos savybių. Stoksas tyrė rutulinės formos kūnų kritimą klampiam skystyje ir nustatė tokį dėsnį. Iš pradžių, jėgos $mg - F_k$ (čia F_k — keliama jėga) veikiamas, kūnas krinta greitėdamas. Bet didėjant greičiui, auga ir aplinkos pasipriešinimas. Ir labai greit pasipriešinimo jėga pasidaro lygi kūno svorio jėgai:

$$F = kv = mg - F_k = F_1.$$

Tada kūnas krinta tolygiu greičiu

$$v = \frac{F_1}{k} = \frac{mg - F_k}{k}.$$

Stoksas yra nustatęs, kad, rutuliui krintant greičiu v ore arba vandenyje, pasipriešinimo jėga

$$F = 6\pi\eta vr, \quad (51,2)$$

kur η yra aplinkos vidinės trinties koeficientas, r — rutulio radiusas. Kai rutulio medžiagos tankis yra ρ , o aplinkos medžiagos — ρ_0 , tai rutulio svoris aplinkoje

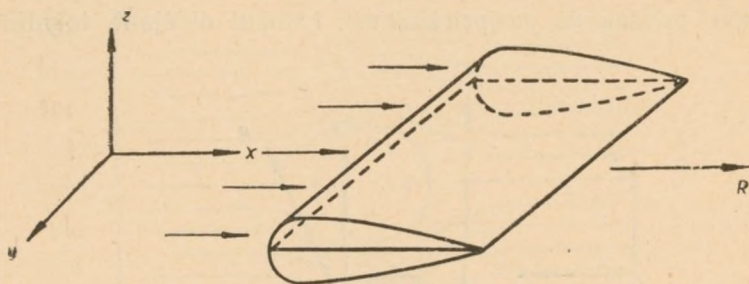
$$F_1 = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \rho_0)g.$$

Tokiu būdu, rutulys krinta tolyginiu greičiu, kai

$$\frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \rho_0)g = 6\pi\eta vr. \quad (51,3)$$

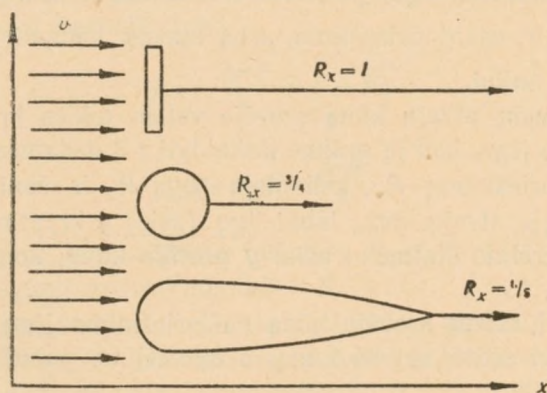
Rutulio svoris proporcingas r^3 , o pasipriešinimo jėga — r . Todėl maži rutulėliai krinta lėčiau už didesnius. Mažyčiai vandens lašeliai bei dulkelės plūduriuoja ore ir krinta labai pamažu.

Kitaip pasireiškia pasipriešinimas, kai kūnas juda dideliu greičiu nelabai klampioje aplinkoje arba kai kūnas yra didelio greičio nelabai klampios aplinkos srovėje. Tyrimai parodo, kad simetrinius, pakrypusius taip, kad jų simetrijos plokštuma yra



118 pav.

lygiagretė xy koordinačių plokštumai (118 pav.), kūnus srovėje veikia pasipriešinimo jėga R , kurios kryptis sutampa su srovės kryptimi; ją vadiname *priešakiniu* pasipriešinimu (arba slėgiu). Srovei greitėjant, priešakinis pasipriešinimas stiprėja. At-

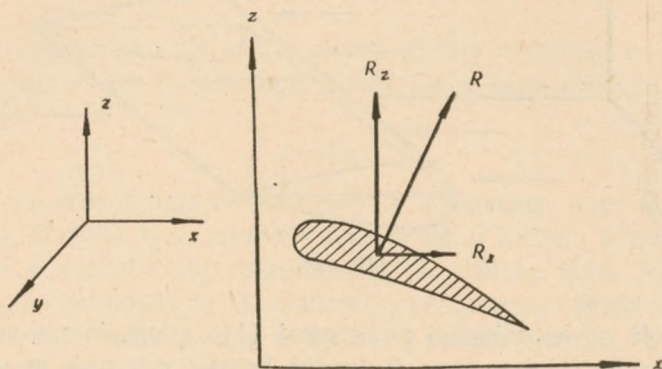


119 pav.

skirų kūnų priešakinis pasipriešinimas priklauso nuo jų formos ir skerspjūvio ploto (119 pav.). Čia R_x žymi santykinį pasipriešinimą.

Kai kūnai nesimetriniai arba jų simetrijos plokštuma pakrypusi srovės atžvilgiu, veikianti kūną srovėje pasipriešinimo jėga

nesutampa su srovės kryptim; ją galime išskaidyti į priešakinį pasipriešinimą R_x ir keliamąją jėgą R_z (120 pav.). Jų stiprumas priklauso nuo kūno pakrypimo srovės atžvilgiu ir, pastarajam keičiantis, kinta nevienodai. Padėjus į aplinkos srovę plokštelę lygiagrečiai, keliamoji jėga nepasireiškia; sukant plokštelę kampų, priešakinis pasipriešinimas, kampui didėjant, tolydiniai



120 pav.

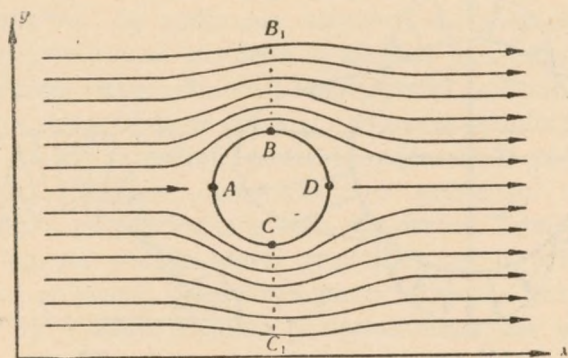
auga, o keliamoji jėga, pasiekusi didžiausią reikšmę, pradeda vėl mažėti ir, esant pakrypimo, arba atakos, kampui $\alpha = \frac{\pi}{2}$, pasidaro lygi nuliui.

Bendriausiu atveju kūną srovėje veikia tokios krypties pasipriešinimo jėga, kad ją galime išskaidyti į 3 dedamąsias: priešakinį pasipriešinimą R_x , keliamąją jėgą R_z ir šoninę — R_y . Bet daugelyje atvejų, pvz., labai ilgų (ašies y kryptim) ir visai vienodo skersinio statmeno ašiai y profilio kūnų, šoninės jėgos yra silpnos.

Veikianti esantį srovėje kūną pasipriešinimo jėga priklauso nuo to, kaip srovė apteka kūną, o aptekėjimo pobūdį sąlygoja kūno forma.

Patalpinkime idealaus skysčio srovėn cilindrą (121 pav.) taip, kad jo ašis būtų statmena plokštumai xy . Srovės linijos apėina cilindrą iš abiejų pusių. Taške A skystis nejuda; taškuose B ir C srovės linijos sutankėja; čia srovės greitis didesnis kaip visoje srovėje. Iš Bernulio lygties (48,2) išeina, kad taške A slėgimas p_A yra didesnis už slėgimą p tekančioje srovėje, o taškuose B ir C slėgimai p_B ir p_C mažesni už p . Taikydami

šià lygtį, galime apytiksliai įvertinti slėgimų kitimą taškuose A ir B . Taške A slėgimas apytikriai $\frac{\rho v^2}{2}$ didesnis už p . Srovės linijų sutankėjimas piūvyje B_1C_1 tepasireiškia cilindro radiuso



121 pav.

nuotolyje nuo taškų B ir C . Taigi galime laikyti, kad, esant srovėje cilindrai, skerspiūvio B_1C_1 plotas sumažėja, o skysčio greitis padidėja 2 kartus. Jei taškuose B ir C skysčio greitis lygus $2v$, tai pagal Bernulio lygtį

$$p_B + \frac{4\rho v^2}{2} = p + \frac{\rho v^2}{2};$$

iš čia

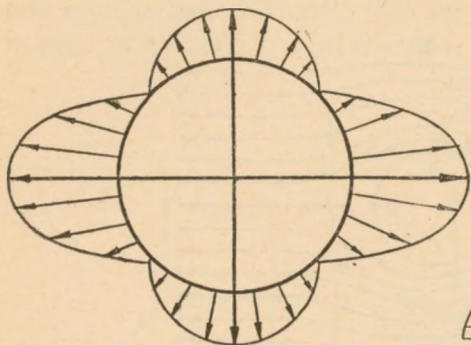
$$p_B = p - \frac{3\rho v^2}{2},$$

taigi slėgimo sumažėjimas taškuose B ir C gali kelis kartus viršyti slėgimo padidėjimą taške A .

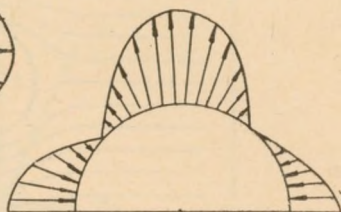
Jei srovės linijos prieš cilindrà ir už jo pasiskirsto vienodai, tai taške D greitis pasidaro lygus nuliui, o slėgimas p_D pakyla iki p . Slėgimą padidina atbėgančios iš B į D greitesnės skysčio dalelės.

Idealus skystis visiškai apteka; slėgimo pasiskirstymas yra visai simetrinis, nors skirtingose vietose slėgimas yra skirtingas. Jo kitimas įvairiose cilindro paviršiaus vietose sukelia papildomas — aerodinamines jėgas. Jos pavaizduotos 122 pav. rodyklėmis. Dėl simetrijos jų atstojamoji lygi nuliui. Tokiu būdu tolydinė idealaus skysčio srovė neveikia cilindro, kurį ji apteka.

Tegu idealaus skysčio srovė apteka puscilindrį; aerodinaminių jėgų pasiskirstymą parodo 123 pav. Iš jo matyti, kad dabar atsiranda keliamoji jėga, bet priešakinio pasipriešinimo ir šiuo



122 pav.

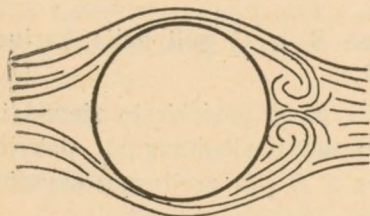


123 pav.

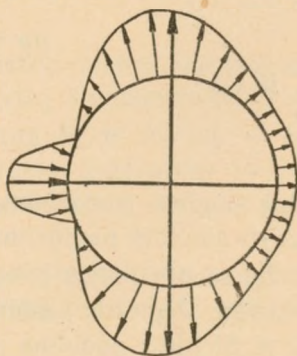
atveju nėra; taigi jis nepriklauso nuo kūno formos ir yra lygus nuliui, kai skystis visai apteka kūną.

Visi realūs skysčiai yra klampūs. Skysčių klampumas iš esmės pakeičia veikiančių kūną srovėje jėgų pobūdį, nes pakinta aptekėjimas, taigi ir aerodinaminių jėgų pasiskirstymas. Jėgų atstojamoji nebelygi nuliui ir gali įgyti žymią reikšmę.

Kai mažai klampaus skysčio greita srovė apteka kūną, tai, tols-



124 pav.



125 pav.

tant nuo kūno paviršiaus, skysčio greitis staigiai didėja ir pasidaro lygus greičiui visoje srovėje; ant kūno paviršiaus jis yra lygus nuliui. Taigi staigus greičio pasikeitimas arba didelis jo gradientas yra tik prie pat kūno paviršiaus ribiniame sluoks-

nyje. Šitame sluoksnyje klampumo jėgos suardo visišką aptekėjimą, dalelės atitrūksta nuo aptekamo kūno. Kūno užpakalyje atsiranda sūkurinis judėjimas (124 pav.). Kai klampaus skysčio srovėje yra cilindras, slėgimas pasiskirsto 125 pav. pavaizduotu būdu. Slėgimo jėgų atstojamoji nukreipta skysčio tekėjimo kryptim. Ją vadiname *slėgimo pasipriešinimu*. Priešakinis pasipriešinimas susideda iš slėgimo ir trinties pasipriešinimų. Slėgimo pasipriešinimas labai žymiai priklauso nuo kūno formos; todėl parinkdami aptakią, vadinamą *aerodinaminę, kūno formą*, jį galime sumažinti, padaryti mažesniu ir už trinties pasipriešinimą. Slėgimo pasipriešinimas priklauso nuo srovės greičio ir yra proporcingas greičio kvadratui. Trinties pasipriešinimas taip pat didėja, srovei greitėjant, bet jo priklausomybė yra žymiai painesnė. Priešakinis pasipriešinimas yra proporcingas qv^2 , kai vyrauja slėgimo pasipriešinimas. Jis išreiškiamas taip:

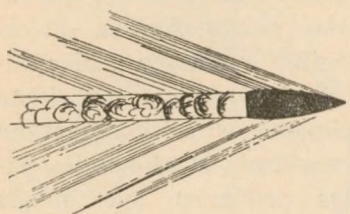
$$R_x = C_x S \rho v^2, \quad (51,4)$$

čia S — skerspiūvio plotas, charakterizuojantis skersinius kūno matmenis, C_x — priešakinio *pasipriešinimo koeficientas*, kuris priklauso nuo kūno formos ir to kūno pakrypimo srovės atžvilgiu.

Kaip jau minėjome, slėgimo pasipriešinimas didėja, srovei (arba kūnui) greitėjant. Ypatingai jis smarkiai padidėja, kai greitis pasidaro lygus arba net didesnis už garso sklidimo greitį. Šiais atvejais ypatingai svarbus aplinkos spūdimas, kuris sąlygoja impulso sklidimo greitį aplinkoje.

Kūnui judant aplinkoje (arba atvirkščiai), susidaro impulsas. Patalpinkime didelę plokštelę į skystį arba dujas. Ją išjudinus, kaimyniniame aplinkos sluoksnyje prieš plokštelę skystis arba dujos susislegia, o už jos — praretėja. Aplinkos sutankėjimas ir išretėjimas sudaro impulsą, kuris sklis aplinkoje garso sklidimo greičiu. Kol plokštelė juda aplinkoje nedideliu greičiu, žymiai mažesniu už garso sklidimo greitį, abiejose jos pusėse slėgimai spėja išsilyginti, nes skystis arba dujos pro plokštelės kraštus pereis iš suslėgimo srities į išretėjimo sritį. Taigi, kai plokštelė yra baigtinio dydžio, impulsas nesusidaro. Bet jei ji slinks didesniu kaip impulso, t. y. garso, sklidimo greičiu, slėgimas nebepės išsilyginti ir aplinkoje susidarys tokio pat stiprumo impulsas, kaip ir be galo didelės plokštelės atveju.

Susidarančio impulso pobūdis bei jo sklidimo būdas labai priklauso nuo sukeliančio tą impulsą šaltinio — judančio greičiau už garsą kūno. Kulka bei šovinyš sukelia prieš save suslėgimą, kuris sklinda į visas puses rutulinio impulso pavidalu (126 pav.);



126 pav.

bet šis impulsas negali pralenkti kulkos, nes sklinda mažesniu greičiu. Taigi prieš kulka impulso nebus, jis sklis tik jos užpakalyje. Rutuliniai impulsai sudaro tolydinį kūginį paviršių, kuris juda kartu su kulka tokiu pat greičiu, sudarydamas *smūgio bangą*. Kūgis bus tuo smailesnis, kuo kulkos greitis didesnis

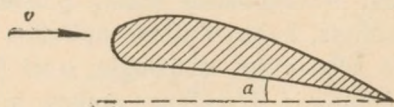
palyginti su impulso sklidimo greičiu.

Smūgio bangai sudaryti sunaudojama tam tikra energija, kuri nunešama impulso; tai sąlygoja naujos rūšies aplinkos pasipriešinimą, kuris pasireiškia, judant kūnams greičiau už impulso sklidimo greitį. Šiuo atveju svarbiausią vaidmenį vaidina ne kūnų aptakumas, taigi, ne kūno užpakalinės dalies forma, bet reiškiniai judančio kūno priešakyje, taigi, priešakinės kūno dalies forma. Kad sumažėtų susidarantis prieš kūną impulsas, kūnai (kulkos, raketos, reaktyviniai lėktuvai ir t. t.) daromi smailūs.

Besivystant aviacijai, labai svarbu buvo ištirti veikiančios lėktuvo sparnus keliamosios jėgos atsiradimo sąlygas ir jos stiprumo priklausomybę nuo įvairių veiksnių. Lėktuvo sparnams dabartiniu metu suteikiama Žukovskio išrasta savotiška forma (127 pav.). Viršutinė jų pusė

yra kiek išgaubta, apatinė — truputį įgaubta; jos didžiausias išlenkimas bei storis yra priešakinėje sparno dalyje.

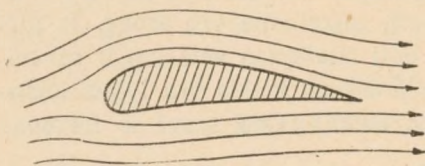
Tokios formos paviršiai pasi-



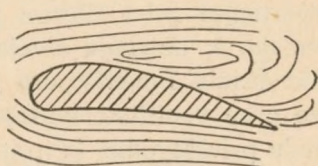
127 pav.

žymi ypatinga savybė. Oro arba vandens srovėje juos veikia keliamoji jėga ne tik tada, kai jų atakos kampas α yra teigiamas arba lygus nuliui, bet ji neišnyksta ir tada, kai jis turi nedidelę (iki -5°) neigiamą reikšmę. Atakos kampu vadiname kampą, kurį sudaro apatinės paviršiaus pusės žemiausius taškus jungianti tiesė su gulsčiaja kryptimi.

Kai Žukovskio formos paviršius oro srovėje guli pakreiptas nedideliu kampu, tai pradžioje susidaro laminarinė oro srovė (128 pav.). Bet ši srovė ilgai neišsilaiko. Paviršiaus užpakalyje susidaro sūkurinis judėjimas (129 pav.), kuris vėliau virsta

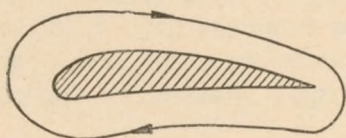


128 pav.

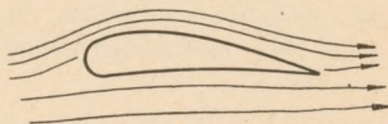


129 pav.

apskritine aplink paviršių srove (130 pav.); pastaroji ir pakeičia visą srovę. Susidariusioje naujoje oro srovėje aukščiau sparno srovės linijos sutankėja, o jo apačioje praretėja (131 pav.). Viršutinėje sparno pusėje oro srovės greitis padidėja, o oro slėgimas sumažėja ir pasidaro mažesnis už slėgimą paviršiaus



130 pav.



131 pav.

apatinėje pusėje. Tokiu būdu pasireiškia statmena oro srovės krypčiai ir nukreipta aukštyn dinaminė jėga, kuri kelia sparną aukštyn. Naujai susidariusią oro srovę galima laikyti atstojamąja dviejų srovių: pradinės laminarinės ir susidariusios apskritinės. Kokiu būdu susidaro apskritinė srovė, nėra dar visai išaiškinta. Pagal impulso išsilikymo dėsnį apskritinę srovę turi lydėti priešingos krypties sukūrys. Tokių sukurių kasos susidaro sparno galuose (132 pav.).



132 pav.

Veikianti įkištą į oro srovę nejudamą paviršių keliama jėga priklauso nuo atakos kampo bei paties paviršiaus formos. Žukovskio formos paviršiams keliama jėga didžiausią reikšmę

turi, esant 12° atakos kampui. Paviršiui judant, jis turi būti pakreiptas didesniu kampu. Todėl vėjo malūno sparnai turi kintamą atakos kampą, kuris į sparnų galus didėja. Vėjo malūno arba vėjinio motoro sparnus suka vėjo sukelta oro srovė. Bet yra galimas ir atvirkščias veikimas. Sukdami ventiliatoriaus sparnelius arba lėktuvo propelerį, sukeliame oro srovę. Ir pirmuoju, ir antruoju atveju turi būti išlaikytas veiksmo ir atoveikio dėsnis. Sukeltos oro srovės judėjimo kiekis yra lygus lėktuvo arba ventiliatoriaus judėjimo kiekiui. Oro srovė ir lėktuvas juda priešingomis kryptimis.

X SKYRIUS

SVYRAVIMAI. BANGOS

§ 52. HARMONINGI SVYRAVIMAI. SLOPINAMIEJI SVYRAVIMAI

Gamtoje sutinkame įvairiausios formos judėjimus, ir tarp jų dažnai pasitaiko *periodinis judėjimas*. Taip, pvz., periodiškai juda taškas, skriedamas vienodu greičiu apskritimu, arba svyruoklė, iškreipta iš pusiausvyros vietos. Periodiškai judas taškas arba kūnas per tam tikrą laiką, vadinamą *periodu*, pakartoja savo judėjimą nuo pradžios iki galo; per tą laiką skriejās apskritimu taškas apibėga apskritimą, o svyruoklė, nukrypusi į vieną ir antrą pusę, vėl grįžta į pusiausvyros vietą. Atvirkščią periodui T dydį vadiname periodinio judėjimo *dažnumu* ν ; jis parodo, kiek kartų periodinis judėjimas pasikartoja per laiko vienetą — 1 sekundę. Taigi

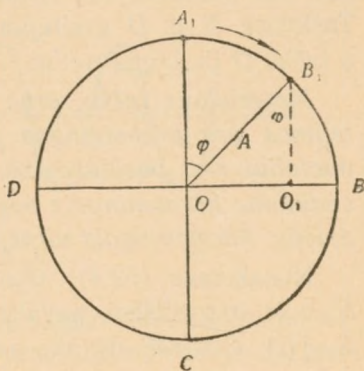
$$\nu = \frac{1}{T} \text{ s}^{-1}. \quad (52,1)$$

Dažnumo vienetas yra hercas (Hz). Svyravimas yra ν hercų dažnumo, jei per 1s įvyksta ν svyravimų. Kartais laiko vienetu imama $2\pi\nu$; tuomet kalbama apie periodinio judėjimo *kampinį (ciklinį) dažnumą* ω ; tokiu būdu,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu. \quad (52,2)$$

Iš visų periodinių judėjimų išskiriami vadinamieji *harmoningi svyravimai*. Susipažinkime su jais.

Taškas skrieja apskritimu A_1BCD pastoviu greičiu nurodyta kryptimi (133 pav.). Pasekime jo projekcijos judėjimą diametru BOD . Iš pradžių skriejās taškas yra taške A_1 , o jo projekcija taške O . Praėjus



133 pav.

laikui t , taškas nusukria į B_1 , o jo projekcija paslenka į O_1 . Pastarosios judėjimą nusako ši lygtis:

$$OO_1 = S = A \cdot \sin \varphi, \quad (52,3)$$

čia S yra taško projekcijos elongacija — jos nuotolis nuo centro O , A — judėjimo amplitudė (apskritimo radiusas), φ — judėjimo fazė. Bet $t : T = \varphi : 2\pi$; iš čia $\varphi = \frac{2\pi}{T} t$. Taigi lygtį (52,3) galime taip išreikšti:

$$S = A \cdot \sin \varphi = A \cdot \sin \frac{2\pi}{T} t = A \cdot \sin 2\pi \nu t. \quad (52,4)$$

Taško projekcijos slinkimo greitis

$$v = \frac{dS}{dt} = \frac{2\pi A}{T} \cdot \cos \frac{2\pi}{T} t = 2\pi \nu A \cdot \cos 2\pi \nu t. \quad (52,5)$$

Jis yra lygus nuliui, kai $\varphi = \frac{2\pi}{T} t = \frac{1}{2} \pi$ arba $\frac{3}{2} \pi$ (taigi projekcija yra taškuose B ir D); o kai $\varphi = 0$ arba π (ji yra taške O), jis yra didžiausias ir lygus paties taško greičiui.

Jos slinkimo greitėjimas

$$a = \frac{d^2 S}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = -\frac{4\pi^2 A}{T^2} \cdot \sin \frac{2\pi}{T} t = -4\pi^2 \nu^2 A \cdot \sin 2\pi \nu t$$

arba

$$a = -\frac{4\pi^2}{T^2} S = -4\pi^2 \nu^2 S. \quad (52,6)$$

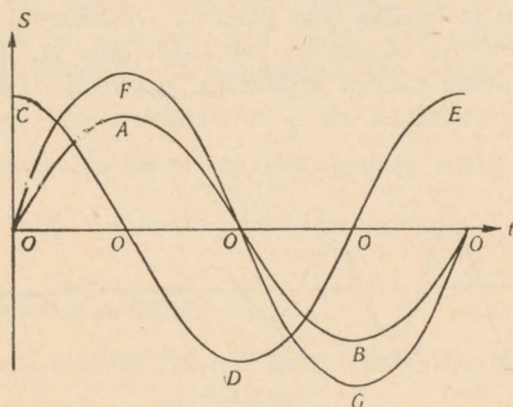
Taigi taško projekcijos greitėjimas yra proporcingas jos nuotoliui nuo pusiausvyros vietos ir visuomet nukreiptas į šią vietą. Taškuose B ir D greitėjimas yra didžiausias ir lygus $4\pi^2 \nu^2 A$, o taške O jis lygus nuliui.

Materialaus taško, arba oscilatoriaus, judėjimą, kurio greitėjimas yra proporcingas judančio taško elongacijai, t. y. jo nuotoliui nuo pusiausvyros vietos, ir visuomet atkreiptas į ją, vadiname harmoningais svyravimais, o kai dažnumas yra labai didelis, harmoningais virpėjimais.

Nusakomus (52,4), (52,5) ir (52,6) harmoningo svyravimo S , v ir a grafiškai pavaizduoja 134 pav. kreivės: $OABO$ yra $S=f(t)$, $CODOE$ atitinka $v=f(t)$ ir $OFOGO$ atvaizduoja $a=f(t)$; čia neišlaikomas mastelis.

Harmoningą svyravimą sukelia jėga, kuri yra proporcinga osciliatoriaus nuotoliui nuo pusiausvyros vietos ir visuomet atkreipta į ją:

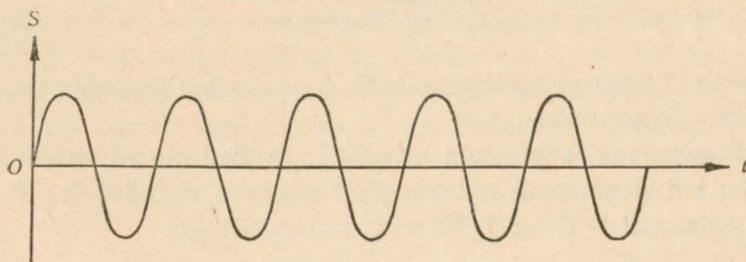
$$F = ma = -\frac{4\pi^2}{T^2} mS = -4\pi^2\nu^2 mS. \quad (52,7)$$



134 pav.

Tokią jėgą vadiname *elastingąja jėga*. Bet iš tikrųjų neturime nei idealiai elastingų kūnų, nei idealiai elastingų jėgų. Bet, esant nedidelėms deformacijoms bei nedideliems svyravimams, kilusios jėgos pasižymės elastingųjų jėgų savybėmis; jas vadiname *kvazielastingomis jėgomis*.

Jei svyruojančios sistemos, pvz., tiesinio osciliatoriaus, energija visą laiką pasilieka pastovi, tai sistema svyruoja pastoviai

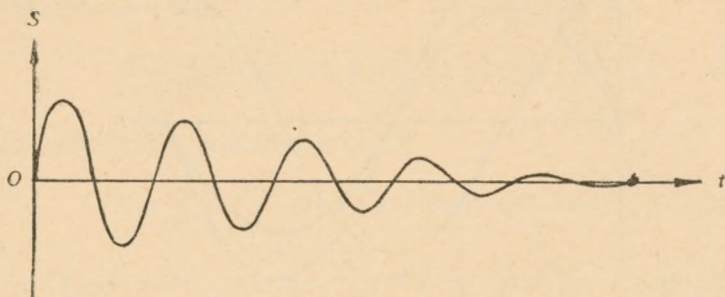


135 pav.

amplitude. Tokius bet kurios sistemos svyravimus vadiname *neslopinamaisiais*. Neslopinamuosius svyravimus vaizduoja 135 pav. kreivė. Bet, paprastai, svyruojančios sistemos, pvz., svyruoklės,

energija mažėja. Tuomet mažėja ir jos svyravimo amplitudė, sakome, kad svyravimai slopsta. Tokių svyravimų amplitudė priklauso nuo laiko. Šiuos svyravimus vadiname *slopinamaisiais svyravimais*. Pavyzdžiui, 136 kreivė vaizduoja šios rūšies svyravimus.

Slopinimo priežastys yra įvairios. Dažniausiai svyravimus slopina trintis. Kai slopinimą sukelianti jėga yra pastovi, svyravimo amplitudė mažėja aritmetine progresija. Bet jei ji yra



136 pav.

proporcinga svyruojančios sistemos akimirksniniam būviui, pvz., sistemos greičiui, tai svyravimo amplitudė mažėja pagal geometrinę progresiją. Esant dideliame slopinime, sistema virsta aperiodine; ji nebesvyruoja. Kai svyravimo amplitudė mažėja pagal geometrinę progresiją, dviejų gretimų amplitudžių santykis, vadinamas *slopinimo santykiu*, yra pastovus; taigi, jei $A_1, A_2, A_3, \dots$ yra svyravimų amplitudės, tai

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \dots = K. \quad (52,8)$$

Dydžio K natūrinį logaritmą, $\ln K = \lambda$, vadiname *logaritminiu slopinimo dekrementu*.

Slopinamojo svyravimo periodas yra ilgesnis už neslopinamojo; kai slopinamai svyruojančios sistemos periodas yra T_s , o neslopinamai — T , tai T_s yra išreiškiamas taip:

$$T_s = T \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2}. \quad (52,9)$$

Taigi, kai svyruojančios sistemos logaritminis slopinimo dekrementas kinta, tai keičiasi ir jos svyravimo periodas bei dažnumas.

Tiesinio osciliatoriaus kinetinė energija

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 = 2\pi^2 \nu^2 A^2 m \cdot \cos^2 2\pi \nu t. \quad (52,10)$$

Osciliatoriaus potencialinę energiją galime taip išreikšti. Osciliatorių visą laiką veikia jėga $F=ma$. Kai jis yra pusiausvyros vietoje, ši jėga yra lygi nuliui. Jos reikšmė yra lygi $F=ma$, kai osciliatorius yra S nuotolyje nuo pusiausvyros vietos.

Taigi vidutinė jėgos reikšmė lygi $\frac{1}{2} ma$. Atliktasis jėgos darbas, kuris ir išreiškia osciliatoriaus potencialinę energiją E_p , yra:

$$E_p = \frac{1}{2} maS = 2\pi^2 \nu^2 A^2 m \cdot \sin^2 2\pi \nu t. \quad (52,11)$$

Visa osciliatoriaus energija

$$\begin{aligned} E = E_k + E_p &= 2\pi^2 \nu^2 A^2 m \cdot \cos^2 2\pi \nu t + 2\pi^2 \nu^2 A^2 m \cdot \sin^2 2\pi \nu t = \\ &= 2\pi^2 \nu^2 A^2 m. \end{aligned} \quad (52,12)$$

Tokiu būdu, svyravimų energija yra proporcinga amplitudės ir dažnumo kvadratui.

Tegu tiesinis osciliatorius svyruoja ašies x kryptimi. Jį veikia elastingoji jėga $F(x) = -4\pi^2 \nu_0^2 mx = -\omega_0^2 mx$, čia x yra osciliatoriaus elongacija, ω_0 — jo savasis dažnumas, o $4\pi^2 \nu_0^2 m = a^2$. Paprastai, osciliatoriaus svyravimai esti slopinami, jo svyravimo amplitudė visą laiką mažėja. Taigi be elastingosios jėgos osciliatorių veikia ir «trinties» jėga. Eksperimentiniais tyrimais nustatyta, kad, esant nedideliame osciliatoriaus greičiui, trinties jėga yra proporcinga greičiui v , o didesniai — v^2 . Imkime pirmąjį atvejį; tada trinties jėgą F_1 galėsime taip išreikšti: $F_1 = kv$, kur k yra trinties koeficientas. Pagal D'alamberto principą tiesinio osciliatoriaus judėjimą galėsime nusakyti tokia lygtimi:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + k \frac{dx}{dt} + a^2 x = 0, \quad (52,13)$$

čia $m \frac{d^2 x}{dt^2}$ yra D'alamberto inercijos jėga. Ši diferencialinė lygtis yra tiesinė ir vienalytė, jos koeficientai yra pastovūs. Jos sprendiniu (integralu) laikykime tokį reiškinių:

$$x = e^{pt}, \quad (52,14)$$

o yra nežinomas koeficientas; jį reikia nustatyti. Išdiferencijuojame (52,14), gausime:

$$\frac{dx}{dt} = \rho x \text{ ir } \frac{d^2x}{dt^2} = \rho^2 x.$$

Įstatę tuos reiškinius į lygtį (52,13), turėsime:

$$x(m\rho^2 + k\rho + \alpha^2) = 0$$

ir, atmetę trivialų sprendinį $x=0$,

$$\rho^2 + \frac{k}{m}\rho + \frac{\alpha^2}{m} = 0.$$

Iš pastarosios lygties

$$\rho = -\frac{k}{2m} = \pm \sqrt{\frac{k^2}{4m^2} - \frac{\alpha^2}{m}}.$$

Tokiu būdu gauname du dalinius sprendinius:

$$x_1 = e^{-\frac{kt}{2m} + \sqrt{\frac{k^2}{4m^2} - \frac{\alpha^2}{m}}t}$$

ir

$$x_2 = e^{-\frac{kt}{2m} - \sqrt{\frac{k^2}{4m^2} - \frac{\alpha^2}{m}}t}.$$

Padauginę juos iš bet kurių konstantų A ir B ir sudėję, gausime bendrą lygties (52,13) sprendinį:

$$x = Ax_1 + Bx_2.$$

Daliniai sprendiniai x_1 ir x_2 , priklausomai nuo $\frac{k^2}{4m^2} - \frac{\alpha^2}{m}$ ženklą, nusako iš esmės skirtingus judesius. Panagrinėkime judesį, kai tas reiškinytis yra neigiamas, taigi $\frac{k^2}{4m^2} - \frac{\alpha^2}{m} < 0$. Pažymėkime jį $4\pi^2\nu_0^2 = \omega_0^2$, o $\sqrt{-1} = i$,

$$\sqrt{\frac{k^2}{4m^2} - \frac{\alpha^2}{m}} = 2\pi\nu_0 i = \bar{\omega}_0 i$$

ir

$$x_1 = e^{-\frac{kt}{2m}} \cdot e^{i\bar{\omega}_0 t},$$

$$x_2 = e^{-\frac{kt}{2m}} \cdot e^{-i\bar{\omega}_0 t}$$

arba, įvedę trigonometrines funkcijas, turėsime:

$$x_1 = e^{-\frac{kt}{2m}} (\cos \bar{\omega}_0 t + i \sin \bar{\omega}_0 t)$$

ir

$$x_2 = e^{-\frac{kt}{2m}} (\cos \bar{\omega}_0 t - i \sin \bar{\omega}_0 t).$$

Ir realioji, ir menamoji sprendinių dalis yra taip pat sprendiniai:

$$x_1^1 = e^{-\frac{k}{2m} t} \cdot \cos \bar{\omega}_0 t$$

ir

$$x_2^1 = e^{-\frac{k}{2m} t} \cdot \sin \bar{\omega}_0 t. \quad (52,15)$$

Šie sprendiniai sudaryti iš dviejų narių: amplitudės $e^{-\frac{k}{2m} t}$ ir fazės $\bar{\omega}_0 t = 2\pi \bar{\nu}_0 t$ sinuso arba kosinuso funkcijos. Svyravimo amplitudė mažėja geometrine progresija ir tuo staigiau, kuo k yra didesnis. Taigi lygčių (52,15) išreiškiamas svyravimas yra tik apytikris, arba kvaziperiodinis, svyravimas; jis yra slopinamas (136 pav.). Kai trinties jėga nepasireiškia, taigi, kai $k=0$, tuomet $e^{-\frac{k}{2m} t} = 1$, turėsime neslopinamus harmoningus svyravimus (135 pav.).

Slopinamųjų svyravimų dažnumas $\bar{\nu}_0$ ir periodas $\bar{T}_0$ yra taip surišti:

$$\bar{\nu}_0 = \frac{1}{\bar{T}_0} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a^2}{m} - \frac{k^2}{4m^2}},$$

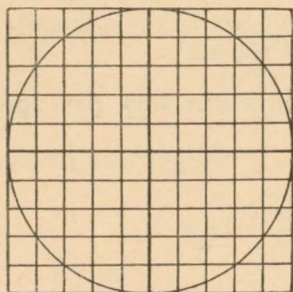
o neslopinamųjų, kai $k=0$;

$$\nu_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{\alpha}{2\pi \sqrt{m}}.$$

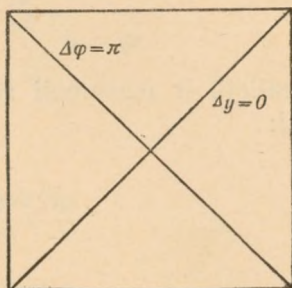
Taigi $\bar{\nu}_0 < \nu_0$ ir $\bar{T}_0 > T_0$. Slopinimas lėtina svyravimą. Kai k labai mažas, $\bar{\nu}_0 \approx \nu_0$ ir $\bar{T}_0 \approx T_0$, taigi tada slopinamųjų svyravimų dažnumas ir periodas apytikriai lygūs neslopinamųjų svyravimų dažnumui ir periodui. Bet ir tada amplitudė mažėja.

§ 53. HARMONINGŲ SVYRAVIMŲ SUDETIS, LISAZU FIGŪROS

Kai osciliatorius dalyvauja tuo pat laiku dviejuose harmoninguose svyravimuose, tai atstojamasis jo judėjimas bus tam tikros formos svyravimas. Svyravimus sudedame pagal judėjimų sudėties taisyklės. Kai osciliatorius dalyvauja tuo pat laiku dviejuose tos pačios krypties amplitudžių A_1 ir A_2 svyravimuose, tai

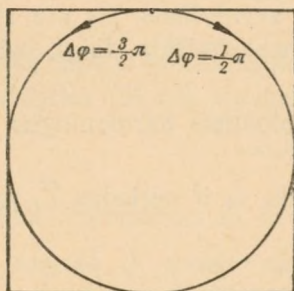


137 pav.

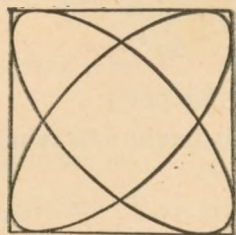


138 pav.

jo atstojamojo svyravimo elongacija lygi dedamųjų svyravimų elongacijų algebrinei sumai, o atstojamosios amplitudės reikšmei A turėsime nelygybę $A_1 + A_2 \geq A \geq A_1 - A_2$. O kai jis dalyvauja



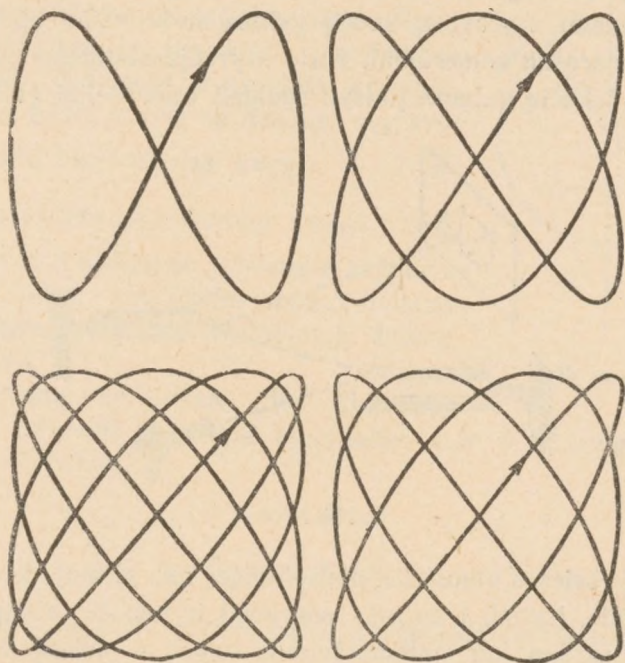
139 pav.



140 pav.

dviejuose statmenų krypčių svyravimuose, tai jo atstojamasis svyravimas bus lygus geometrinei sudedamųjų svyravimų sumai. Atstojamojo svyravimo pobūdis priklauso nuo dedamųjų svyravimų periodo, amplitudės ir jų fazių skirtumo. Sudėkime grafiškai du statmenų krypčių, tokio pat periodo ir amplitudės svyra-

vimus. Atstojamajam svyravimui rasti sudarykime tokį tinklėlį. Išveskime apskritimą, kurio radiusas lygus dedamųjų svyravimų amplitudei, ir padalykime jį į 10 (arba daugiau) lygių dalių (137 pav.). Pro atitinkamus taškus išveskime gulsčias ir stačias tieses, kurios susikirsdamos sudarys tinklėlį. Sudėkime du svyravimus, kurių vienas vyksta apskritimo stačiuoju, o antras —

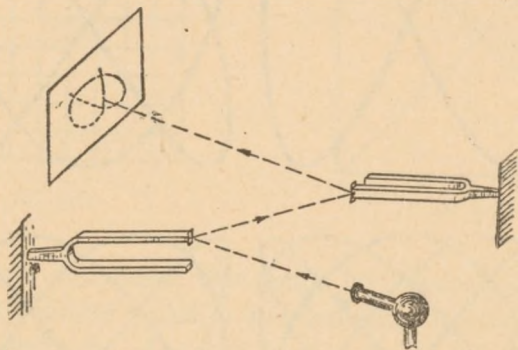


141 pav.

gulsčiuoju diameteru. Dalyvaujančio tokiuose dviejuose svyravimuose materialaus taško vietą surandame, vektoriškai sudėję dedamųjų svyravimų elongacijas. Kai dedamųjų svyravimų fazės yra vienodos arba skiriasi 180° , taigi, kai $\Delta\varphi = 0$ arba π , tai atstojamasis svyravimas yra to paties periodo, tik didesnės amplitudės tiesinis svyravimas (138 pav.). Sudėję du statmenų krypčių tiesinius svyravimus, kurių fazių skirtumas $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ arba $\frac{3}{2}\pi$, gauname to paties periodo apskritiminį (cirkulinį) svyravimą (139 pav.), visais kitais atvejais — elipsinį svyravimą

(140 pav.). Taigi, sudėję du statmenų krypčių tiesinius svyravimus, galime gauti arba tiesinį, arba elipsinį, arba apskritiminį svyravimą. Tai priklauso nuo dedamųjų svyravimų fazių skirtumo. Sudėję du statmenų krypčių tiesinius svyravimus, kurie skiriasi ne tik faze, bet amplitude ir periodu, gauname žymiai sudėtingesnius atstojamuosius svyravimus. Juos vaizduoja 141 pav. kreivės. Šias figūras vadiname Lisažu figūromis.

Statmenų svyravimų sudėtį galime stebėti šiuo būdu. Prietaisą sudaro du kamertonai, kurie svyruoja statmenomis kryptimis. Jų šakučių galuose įtaisyti nedideli veidrodėliai (142 pav.).



142 pav.

Siaurutis šviesos pluoštelis, atsispindėjęs nuo pirmojo kamertono veidrodėlio, įspindi į antrojo veidrodėlį ir nuo šio atsispindėjęs krinta į ekraną, kur matome šviesos zuikelį — šviesų skritulėlį. Išvirpinus pirmąjį kamertoną, šviesos skritulėlis išsitiesia į stačią, o išvirpinus antrąjį — į gulsčią šviesią liniją, jei pirmasis kamertonas virpa stačioje, o antrasis — gulsčioje plokštumoje. Išvirpinus abu kamertonus kartu, šviesos skritulėlis išplinta į šviesią Lisažu figūrą. Kai kamertonų dažnumai šiek tiek skiriasi, tai kinta kamertonų virpėjimų fazių skirtumas, tada ir figūra kinta: tiesę pakeičia elipsė, kuri palengva pavirsta apskritimu, o šis vėl pakinta į elipsę, kuri siaurėja ir virsta tiese.

Prisiminkime, kad sudėję du tiesinius statmenų krypčių svyravimus, kurių fazių skirtumas yra $\frac{\pi}{2}$ arba $\frac{3}{2}\pi$, gauname apskritiminį svyravimą (139 pav.).

Dabar sudėkime du apskritiminius vienodos amplitudės, bet priešingos krypties, svyravimus (143 pav.). Atstojamasis svyravimas yra tiesinis svyravimas; jo amplitudė dukart didesnė, kaip dedamųjų; svyravimų kryptis pasilieka visą laiką pastovi, jei dedamųjų svyravimų periodai yra tokie pat. Kai vieno dedamojo svyravimo periodas yra mažesnis (dažnumas didesnis), tai atstojamojo tiesinio svyravimo kryptis kinta, sukdamasi dažnesnio dedamojo svyravimo kryptim.

Tokiu būdu, sudėję du tiesinius svyravimus, kurių fazės skiriasi kampų $\frac{\pi}{2}$ arba $\frac{3}{2}\pi$, gauname atstojamąjį apskritiminį svyravimą; o sudėję du priešingos krypties, bet vienodos amplitudės apskritiminius svyravimus, gauname atstojamąjį tiesinį svyravimą.

Sudėkime analitiškai du statmenų krypčių, turinčius skirtingas amplitudes A ir B ir fazių skirtumą φ , svyravimus

$$x = A \cdot \cos \omega t$$

$$\text{ir} \quad y = B \cdot \cos(\omega t - \varphi). \quad (53,1)$$

Iš pirmosios lygties, suradę $\cos \omega t$ ir išskleidę $\cos(\omega t - \varphi)$, gausime:

$$\cos \omega t = \frac{x}{A},$$

$$y = B(\cos \omega t \cdot \cos \varphi + \sin \omega t \cdot \sin \varphi)$$

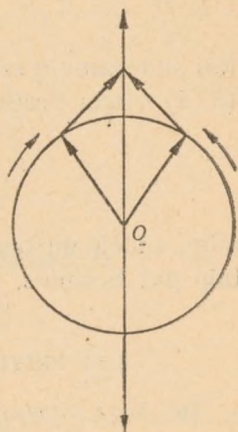
arba

$$\sin \omega t \cdot \sin \varphi = \frac{y}{B} - \frac{x}{A} \cdot \cos \varphi.$$

Pakėlę kvadratu ir sudėję su $(\cos \omega t \sin \varphi)^2 = \frac{x^2}{A^2} \sin^2 \varphi$, turėsime:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} - \frac{2xy}{AB} \cdot \cos \varphi = \sin^2 \varphi; \quad (53,2)$$

tai yra elipsės lygtis. Jos forma ir orientacija koordinačių ašių atžvilgiu priklauso nuo A , B ir φ reikšmių. Kai $\varphi = \frac{\pi}{2}$,



143 pav.

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1.$$

Kai $A=B$, elipsė pavirsta apskritimu

$$x^2 + y^2 = A^2.$$

Kai sudedamųjų svyravimų fazių skirtumas $\varphi = \pi$ arba 2π , lygtis (53,2) virsta tiesės lygtimis:

$$\frac{x}{A} \pm \frac{y}{B} = 0,$$

taigi, sudėję du tiesinius statmenų krypčių svyravimus, gauname taip pat tiesinius, tik nevienodai pakrypusius, svyravimus.

§ 54. PRIVERSTINIEJI SVYRAVIMAI. REZONANSAS

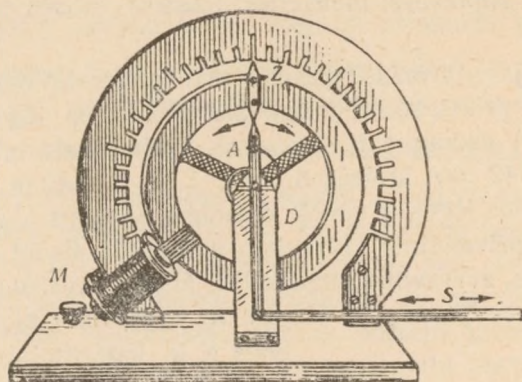
Bet kuri svyruojanti sistema turi savo svyravimo periodą T_0 , kuris priklauso nuo jos inercijos momento I ir kreipiamojo momento D ir yra taip išreiškiamas (32,2):

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}.$$

Sistemos svyravimo periodą vadiname jos *savuoju periodu*, o jos svyravimo dažnumą $\frac{1}{T_0} = \nu_0$ — *savuoju dažnumu*. Bet veikdami sistemą periodiškai kintama jėga, galime priversti sistemą svyruoti šios jėgos kitimo dažnumu, nors pastarasis dažnumas skirsis nuo sistemos savojo dažnumo. Tokios sistemos svyravimus vadiname *priverstiniais svyravimais*. Tyrimai rodo, kad sistemos priverstinių svyravimų amplitudė priklauso nuo sistemos slopinimo ir jos savojo ir priverstiniojo dažnumų skirtumo. Pastarajam mažėjant, priverstinių svyravimų amplitudė didėja. Didžiausia ji yra tada, kai priverstinio svyravimo dažnumas lygus savajam sistemos dažnumui. Šį atvejį vadiname *rezonansu*.

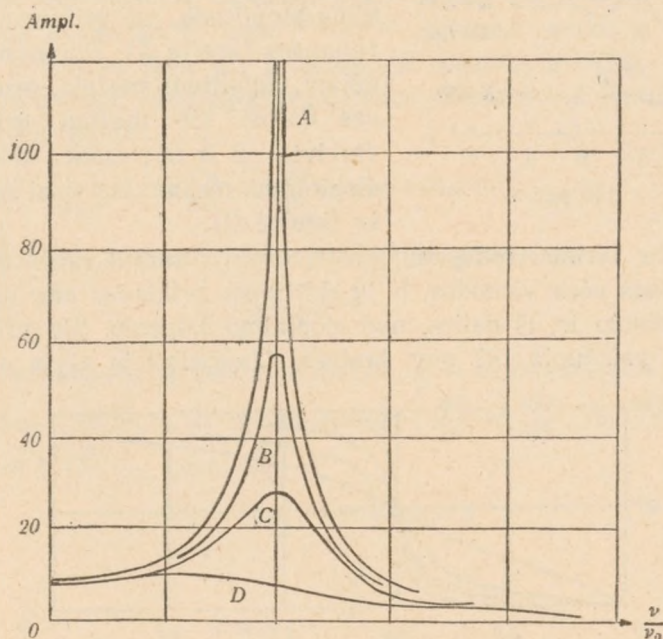
Priverstinio svyravimo reiškiniams tirti paprastai naudojame Polio sukamąją svyruoklę. Ją sudaro užmautas ant ašies sunkus varinis žiedas (144 pav.). Svyruoklę verčia svyruoti elastingos spyruoklės keliamas sukamasis momentas. Pastumdami spyruoklės viršutinį galą A rodyklių nurodyta kryptim, keičiame spyruoklės užsukimą; o tuo pačiu kinta ir verčianti sukamąją svyruoklę svyruoti jėga. Spyruoklės galas A sujungtas su svir-

tim D , kuri atsiremia į vieną stiebo S galą. Antrasis stiebo galas atremtas į ekscentrinio skritulio briauną. Skrituliui sukantis, stiebas slankioja pirmyn ir atgal, varinėdamas svirtį D , kuri



144 pav.

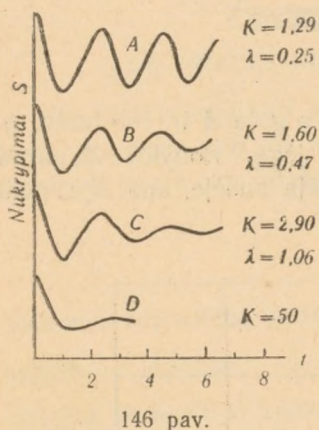
pastumia kairėn bei dešinėn svyruoklės galą A ir, tuo būdu, periodiškai keičia svyruoklę veikiančią jėgą. Rodyklė Z parodo svyruoklės svyravimo amplitudę. Kairėje pusėje, apačioje, padė-



145 pav.

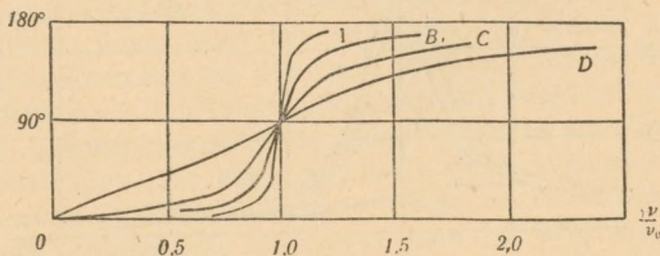
tas sūkurinių elektros srovių slopiklis M , kurį sudaro nedidelis elektromagnetas. Svyruoklės žiedas svyruoja tarp jo polių. Kai elektromagnetu bėga stipresnė elektros srovė, svyruoklės žiede sukliamos stipresnės indukcijos (ekstra) srovės ir slopinimas didėja.

Sukamąja svyruokle galima tirti priverstinių svyravimų amplitudės priklausomybę nuo žadinančiosios jėgos (stiebo S slankiojimo) dažnumo ir slopinimo. Tyrimo rezultatus grafiškai vaizduoja 145 pav. kreivės A , B , C ir D . Gulsčioje ašyje atidėti žadinančiosios jėgos ir savojo dažnumų santykis v/v_0 , stačioje — svyruoklės priverstinio svyravimo amplitudė. Esant skirtingiems slopinimams, svyravimų amplitudžių kitimą pavaizduoja 146 pav. kreivės. Jame parodytas slopinamų svyravimų slopinimo santy-



tykis K ir logaritminis dekrementas λ . Tyrimai rodo, kad priverstinių svyravimų amplitudė didėja, kai skirtumas tarp žadinančiojo ir savojo dažnumo mažėja; didžiausia ji yra rezonanso metu. Kuo slopinimas mažesnis, tuo didesnė svyravimų amplitudė, tuo griežtesnis rezonansas (kreivė A); slopinimui didėjant, amplitudė mažėja, rezonansas darosi vis mažiau griežtas (kreivės B ir C); esant dideliame slopinimui, rezonansas visai išnyksta (kreivė D).

Be to, tyrimai rodo, kad priverstinio ir žadinančiojo svyravimų fazės nėra vienodos, ir jų skirtumas priklauso nuo dažnumų skirtumo ir, iš dalies, nuo slopinimo laipsnio. Šią priklausomybę vaizduoja 147 pav. kreivės. Čia gulsčioje ašyje atidėti



147 pav.

žadinančiosios jėgos dažnumas (išreikštas savojo dažnumo dalimis), stačiojoje — žadinančiojo ir priverstinio svyravimo fazių skirtumas. Kai dažnumų skirtumas didelis, fazių skirtumas lygus nuliui. Artėjant į rezonansą, jis didėja ir rezonanse pasiekia $\frac{\pi}{2}$. Perėjus rezonansą, fazių skirtumas toliau didėja ir pasiekia π . Kreivės rodo, kad, esant bet kuriam slopinimui, rezonanso atveju žadinančiojo ir priverstinio svyravimo fazių skirtumas yra $\frac{\pi}{2}$; šiuo atveju svyruojančiai sistemai nuolat duodama energija. Jei sistema svyruotų neslopinamai, tai jos amplitudė rezonanso atveju turėtų visą laiką didėti ir pasidarytų be galo didelė.

Tokiais atvejais rezonanso reiškiny s yra pavojingas. Jei dirbtuvės mašinų apsisukimai atitiktų pastato judančių dalių (grindų, stovų) savąjį dažnumą, tai susidarytų pavojus pastatui sugriūti. Pvz., kariuomenės daliniui neleidžiama eiti rikiuotės žingsniu per tiltą, nes, jei atsitiktinai žingsnio dažnumas atitiktų tilto savąjį dažnumą, tiltas galėtų griūti. Radiotechnikoje labai plačiai naudojame rezonansą kontūrų virpėjimams sužadinti.

Tegu svyruojančią sistemą, pvz., tiesinį osciliatorių, veikia periodinė žadinančioji jėga $F = Ae^{i\omega t}$. Sistema svyruoja slopinamai ir trinties jėga yra proporcinga sistemos greičiui. Taikydami D'alamberto principą svyruojančios sistemos judėjimui, gauname tokią lygtį:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + k \frac{dx}{dt} + \alpha^2 x = Ae^{i\omega t}. \quad (54,1)$$

Laikykite, kad tos lygties dalinis integralas yra

$$x = Be^{i\omega t}, \quad (54,2)$$

B yra konstanta, ją reikia nustatyti, ω — žadinančiosios jėgos dažnumas: $\omega = 2\pi\nu$. Iš (54,2) suradę $\frac{dx}{dt}$ ir $\frac{d^2 x}{dt^2}$ ir įstatę jų reikšmes į (54,1), gausime:

$$B(-m\omega^2 + k\omega i + \alpha^2) = A$$

arba

$$B = \frac{\frac{A}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{k\omega}{m}i}, \quad (54,3)$$

kur $\omega_0 = \sqrt{\frac{a^2}{m}}$ yra sistemos svyravimo dažnumas: $\omega_0 = 2\pi\nu_0$.

Lygties (54,3) vardiklį išreikšime polinėse koordinatėse r ir ψ , pažymėję

$$\omega_0^2 - \omega^2 = r \cdot \cos \psi$$

ir

$$\frac{k\omega}{m} = r \cdot \sin \psi.$$

Tuomet

$$r = \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{k^2\omega^2}{m^2}},$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\frac{k\omega}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (54,4)$$

Tada vardiklį galėsime taip išreikšti:

$$r \cdot \cos \psi + i r \cdot \sin \psi = r e^{i\psi}$$

ir

$$B = \frac{A}{mr} e^{-i\psi},$$

$$x = \frac{A}{mr} e^{i(\omega t - \psi)}.$$

Paėmę pastarojo reiškinio realiąją dalį, gausime:

$$x = \frac{A}{mr} \cdot \cos(\omega t - \psi) = \frac{\frac{A}{m} \cos(\omega t - \psi)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{k^2\omega^2}{m^2}}}. \quad (54,5)$$

Taigi priverstiniojo svyravimo dažnumas ω yra lygus žadinančiosios jėgos dažnumui; priverstinis svyravimas neslopinamas: žadinančioji jėga panaikina slopinimą ir pakeičia svyravimo dažnumą ω_0 į ω ; be to, ji sukelia tarp žadinančiosios jėgos ir sistemos svyravimo fazių postūmį, kuris yra proporcingas k (54,4). Svyravimo amplitudė žymiai priklauso nuo dažnumų ω_0 ir ω skirtumo (54,5). Kai $\omega_0 = \omega$, jos reikšmė yra didžiausia ir baigtinė; ir tik kai $\frac{k^2\omega^2}{m^2} = 0$, taigi, kai sistema svyruoja neslopiniamai, amplitudė pasidaro neapibrėžtai didelė. Be to, esant slopinimui, didžiausia svyravimo amplitudė yra ne ties $\omega_0 = \omega$, bet kiek pastumta į šalį, nes slopinimo narys priklauso nuo ω .

Tačiau šis postūmis yra nedidelis. Didžiausią amplitudę turėsime tada, kai

$$\frac{dr}{d\omega} = \frac{-2(\omega_0^2 - \omega^2)\omega + \frac{k^2\omega}{m^2}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{k^2\omega^2}{m^2}}} = 0,$$

taigi, kai

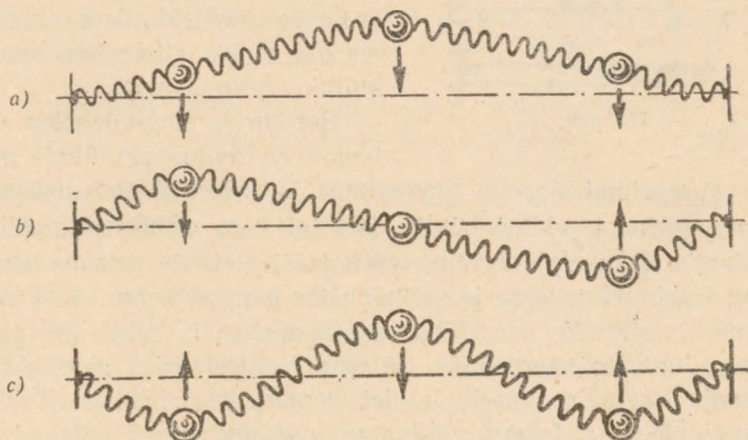
$$\omega_{maks}^2 = \omega_0^2 - \frac{k^2}{2m^2}.$$

Fazių postūmio ψ priklausomybę nuo žadinančiosios jėgos dažnumo išreiškia (54,4) antroji lygtis; kai $\omega_0 = \omega$, $\tan\psi = \infty$ ir $\psi = \frac{\pi}{2}$.

Pagaliau lygtis (54,5) išreiškia svyravimo amplitudės priklausomybę nuo slopinimo; iš jos išeina, kad rezonansinė amplitudė yra atvirkščiai proporcinga k , o rezonansinio svyravimo stiprumas (energija) atvirkščiai proporcingas k^2 .

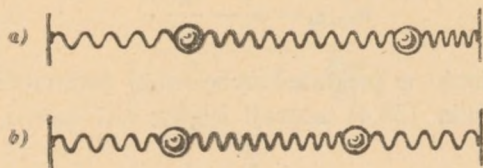
§ 55. SISTEMŲ SVYRAVIMAS. SUDĖTINGŲ SVYRAVIMŲ SKAIDYMAS

Paprasčiausią svyruojančią sistemą sudaro tiesinis osciliatorius — elastingomis spyruoklėmis pririštas prie pusiausvyros vietos rutulėlis. Jo masė sukaupia kinetinę, o elastingos spyruoklės — potencialinę energiją. Tokia svyruojanti sistema dažnai vadinama *elementarine spyruokle*. Bet patirtis rodo, kad bet kurios formos kūnai gali svyruoti. Kietuose elastinguose



148 pav.

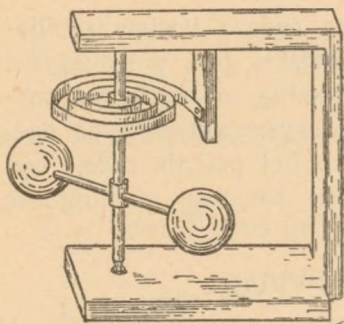
kūnuose galimi trejopi svyravimai: išilginiai, skersiniai ir sukamieji. Sujungtos elementarinės svyruoklės gali svyruoti arba skersai (148 pav.), arba išilgai (149 pav.). Pvz., pirmoji svyruojanti sistema turi tris savuosius dažnumus; sistemos elementarinių svyruoklėlių skaičiui didėjant, didėja ir jos savųjų dažnumų skaičius. Vientiso elastingo kūno savųjų dažnumų skaičius turi



149 pav.

būti labai didelis, nes vientisas kūnas yra sudėtas iš labai didelio skaičiaus elementarinių svyruoklėlių-dalelių. Jei elementarinės svyruoklės rutulėlį užsuksime, laikydami spyruoklės kryptį ašimi, gausime sukamuosius svyravimus. Sukamoje svyruoklėlėje

(150 pav.) rutulėlis pakeičiamas svirtele su rutulėliais galuose. Padidinus sistemos inercijos momentą, jos svyravimo dažnumas sumažėja.



150 pav.

Dujose tegali susidaryti tik išilginiai svyravimai, nes skersiniai ir sukamieji svyravimai tesusidaro tik tokiose aplinkose, kuriose veikia stipresnės molekulinio ryšio jėgos.

Bet kurios svyruojančios sistemos svyravimo amplitudė mažėja, svyravimai slopsta. Svyravimus iš dalies slopina neišvengiama išorinė ir vidinė trintis. Bet tai nėra vienintelė slopimo priežastis. Daugelyje atvejų svyruojanti sistema netenka energijos, išspinduliuodama ją sklindančios bangos forma. Kad svyravimo amplitudė nemažėtų, reikia sistemai teikti energiją. Pvz., laikrodžio svyruoklėlė, varoma išsitiesiančios spyruoklės, svyruoja pastovia amplitude, jei nepaisysime trinties. Tokias svyruojančias sistemas vadiname *autosvyruojančiomis sistemomis*.

Iki šiolei nagrinėjome tik paprastus harmoningus svyravimus, kuriuos nusako ši sinusinė (arba kosinusinė) lygtis (52,4):

$$S = A \cdot \sin 2\pi vt = A \cdot \sin \omega t. \quad (55,1)$$

Tačiau visi realūs svyravimai tik daugiau arba mažiau yra panašūs į harmoningus, nes jie visi yra slopstantieji svyravimai. Be to, labai dažnai pasitaiko žymiai sudėtingesni svyravimai. Bet, koks bebūtų sudėtingas svyravimas, jį visada galime išskaidyti į baigtinę arba begalinę paprastesnių — harmoningų svyravimų eilę. Pavyzdžiui, paimkime sudėtingą svyravimą, kurio amplitudė kinta dėsningai. Tokius svyravimus vadiname *moduliuotais svyravimais*. Jie nėra harmoningi, bet juos galime išskaidyti į eilę harmoningų svyravimų. Tegu svyravimą nusako lygtis $S = A \sin \omega_0 t$, o jo amplitudė yra $A = A_1 + A_2 \sin \omega t$, čia A_1 ir A_2 yra pastovūs dydžiai ir $A_2 < A_1$, o $\omega \ll \omega_0$; tai parodo, kad amplitudės reikšmės kinta tarp $A_1 + A_2$ ir $A_1 - A_2$. Įstatę A reikšmę į lygtį (55,1), gauname:

$$\begin{aligned} S &= (A_1 + A_2 \cdot \sin \omega t) \sin \omega_0 t = A_1 \cdot \sin \omega_0 t + A_2 \cdot \sin \omega t \cdot \sin \omega_0 t = \\ &= A_1 \cdot \sin \omega_0 t + \frac{1}{2} A_2 \cdot \cos(\omega - \omega_0)t - \frac{1}{2} A_2 \cdot \cos(\omega + \omega_0)t, \end{aligned} \quad (55,2)$$

taigi nagrinėjamas moduluotas svyravimas gali būti išskaidytas į tris harmoningus svyravimus, kurių dažnumai yra ω_0 , $\omega - \omega_0$, $\omega + \omega_0$, o amplitudės atitinkamai A_1 , $\frac{A_2}{2}$ ir $\frac{A_2}{2}$.

Trigonometrinių eilučių teorijoje įrodoma, kad kiekvieną periodinę periodo 2π funkciją $s = f(\omega t)$ galima išskaidyti begaline Furje eilute:

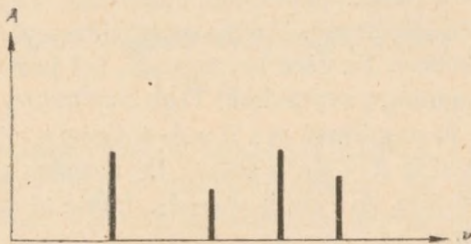
$$\begin{aligned} S &= A_0 + A_1 \cdot \cos \omega t + A_2 \cdot \cos 2 \omega t + A_3 \cdot \cos 3 \omega t + \dots + \\ &+ B_1 \cdot \sin \omega t + B_2 \cdot \sin 2 \omega t + B_3 \cdot \sin 3 \omega t + \dots \end{aligned} \quad (55,3)$$

Koeficientai $A_0, A_1, A_2, A_3, \dots$ ir $B_1, B_2, B_3, \dots$ išskaičiuojami iš tam tikrų formulių. Kai funkcija $f(\omega t)$ yra lyginė, taigi, kai $f(-\omega t) = f(\omega t)$, visi koeficientai $B_1, B_2, B_3, \dots$ yra lygūs nuliui, o kai ji yra nelyginė, taigi, kai $f(-\omega t) = -f(\omega t)$, visi koeficientai $A_0, A_1, A_2, A_3, \dots$ yra lygūs nuliui.

Skaidymo Furje eilute duomenis galime pavaizduoti grafiškai, abscisių ašyje sužymėję dažnumus stačiomis tiesėmis, kurių ilgis tam tikrame mastelyje nusako atitinkamų dažnumų amplitudę (151 pav.). Toks grafinis vaizdavimas vadinamas *svyra-*

vimų spektru. Nors toks svyravimų spektras nėra visiškai išsamus, nes neparodo svyravimų pradinių fazių, bet daugelyje atvejų jis yra patenkinamas.

Mokslas apie harmoningus svyravimus yra labai svarbus įvairioms fizikos ir technikos mokslo sritims. Jau kalbėjome, kad harmoningus svyravimus sukelia elastingosios jėgos. Bet iš tikrųjų, kaip nepriklausytų sukelianti svyravimą jėga nuo deformacijos (nuo atstumo iki pusiausvyros vietos), šią priklausomybę galime išskleisti Furje eilute; jos pirmasis narys išreiškia



151 pav.

kvazielastingą jėgą, sukeliančią harmoningą svyravimą. Tolesnieji eilutės nariai yra proporcingi aukštesnio laipsnio deformacijai ir išreiškia jėgas, sukeliančias vis daugiau nukrypstančius nuo harmoningųjų, vadinamus *anharmoninius svyravimus*. Bet jeigu deformacija maža, šiuos aukštesnio laipsnio narius galime atmesti; tada turėsime harmoningą svyravimą.

Be to, daugelis svyruojančių sistemų, veikiant jas išoriniam periodiniam veiksniai, rezonuoja į harmoningus svyravimus, kurių dažnumas yra artimas jų savajam dažnumui. Todėl, jeigu išorinis periodinis veiksnys yra sudėtingas, tai, taikydami Furje teoremą, jį galime išskaidyti į harmoningus svyravimus. Apskritai, rezonuoti gali tik tokios svyruojančios sistemos, kurių savybės nepriklauso nuo vykstančių jose vidinių procesų; tada jų savybes galime apibūdinti kai kuriais pastoviais dydžiais, pvz., savuoju dažnumu, logaritminiu slopinimo dekrementu ir t. t. Tokias sistemas vadiname *tiesinėmis sistemomis*. Visos kitos svyruojančios sistemos yra *netiesinės*; jų savybės priklauso nuo jų vidinių procesų, todėl nusakyti jų savybes pastoviais dydžiais negalima. Netiesinių svyruojančių sistemų svyravimai aprašomi netiesinėmis diferencialinėmis lygtimis.

Kai vieną kurią kūno dalelę iškreipiame iš jos pusiausvyros vietos, tuo sutrikdome toje vietoje vidinę kūno pusiausvyrą. Šis sutrikdymas turi įtakos artimiausioms dalelėms ir sklinda kūne. Izotropiniuose kūnuose sutrikdymas sklinda vienodu greičiu į visas puses. Sklidimo greitis priklauso nuo medžiagos elastingumo ir jos tankio. Ypatingą atvejį turime tada, kai bet kuriame taške sužadiname periodinį trikdymą. Tai gali padaryti toje vietoje harmoningai svyruojanti dalelė (osciliatorius), kuri priverčia periodiškai svyruoti aplinkines daleles.

Turime eilę materialių taškų vieną šalia kito; jie gali harmoningai svyruoti. Tegu jie pradeda svyruoti ne vienu laiku visi, bet iš eilės, ir kiekvienas gretimas tik tam tikram laikui praėjus. Tegu iš pradžių pradeda svyruoti kraštinis taškas; po akimirkos, pvz., po 0,1s, išjuda 2-as nuo krašto, po 0,2 s — 3-čias ir t. t. Jie visi svyruoja tuo pačiu periodu; visų svyravimo amplitudė yra tokia pat. Tuomet jie visi svyruoja vienodai, tik bet kuris iš jų svyruodamas vėluoja (arba skubina) savo kaimyno atžvilgiu, kitaip tariant, bet kurio jų svyravimo fazė skiriasi nuo kaimyninio taško fazės tam tikru, visiems taškams vienodu, dydžiu.

Kai materialūs taškai (arba dalelės) juda harmoningu judėjimu ir dviejų kaimyninių taškų judėjimo pradžia (arba judėjimo fazė) skiriasi tam tikru pastoviu laiku (arba pastoviu dydžiu), tai tokį judėjimą vadiname sklindančia banga.

Dviejų artimiausių, turinčių tokią pat judėjimo fazę, taškų nuotolį vadiname bangos ilgiu; jį žymime λ . Svyruojančių taškų didžiausias nuotolis nuo jų pusiausvyros vietos vadinamas *bangos amplitude*.

Nusakykime bangą lygtim. Harmoningai svyruojančio taško judėjimą reiškiamo tokia lygtim (52,4):

$$S = A \cdot \sin \frac{2\pi}{T} t.$$

Bangoje kiekvieno gretimo taško judėjimas vėluoja vienodu ir pastoviu laiku τ , taigi kaimyninių taškų fazė skiriasi pastoviu dydžiu $\frac{2\pi}{T} \tau$. Kai laiku t pirmojo taško judėjimo fazė yra $\frac{2\pi}{T} t$, tai kurio nors toliau esančio nuo šio p -to taško fazė bus $\frac{2\pi}{T} (t - p\tau)$; šio taško svyravimą nusakys lygtis

$$S_p = A \cdot \sin \frac{2\pi}{T} (t - p\tau).$$

Jei visame bangos ilgyje λ turime n tokių taškų, tai

$$\tau = \frac{T}{n};$$

kaimyninių taškų fazės skirtumas bus lygus

$$\frac{2\pi}{T}\tau = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{n};$$

tokiu būdu,

$$S_p = A \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - p \frac{T}{n} \right).$$

Bet $p : n = x : \lambda$, iš kur $p = \frac{nx}{\lambda}$; čia x yra pasirinktojo taško nuotolis nuo pirmojo taško. Įstatę gauname:

$$S_p = A \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{\lambda} T \right).$$

Ženkliuką p atmetame, nes ši lygtis tinka bet kuriam bangos taškui. Lygtį galime ir taip parašyti:

$$S = A \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right). \quad (56,1)$$

Pastaroji lygtis ir išreiškia bangos judėjimą. Kaip matome, į ją įeina du kintamieji: vietos — x ir laiko — t . Taigi banga yra periodinis judėjimas vietos ir laiko atžvilgiu. Bangos tašką, kuriame $S=0$, vadiname *mazgu*, o tašką, kur S yra didžiausias — *iškyla*, arba *antimazgiu*. $S=0$ tada, kai $x=0$ ir $t=0$; bet $S=0$ ir tada, kai

$$\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} = 0$$

arba, kai

$$\frac{t}{T} = \frac{x}{\lambda};$$

iš čia

$$\frac{x}{t} = \frac{\lambda}{T} = u,$$

u yra fazinis bangos greitis; šiuo greičiu slenka bangos mazgas (ir iškyla) erdvėje. Kadangi $\frac{1}{T} = \nu$ (čia ν yra bangos dažnumas), tai

$$u = \lambda \nu. \quad (56,2)$$

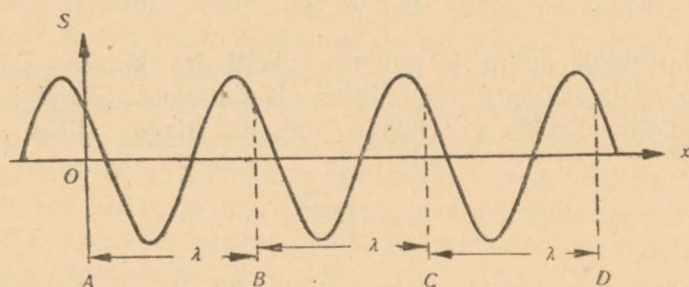
Bangos lygtį (56,1) galime ir taip išreikšti:

$$S = A \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{xT}{\lambda} \right) = A \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{u} \right) \quad (56,3)$$

arba

$$S = A \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t\lambda - x}{\lambda} \right) = A \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t\lambda - x}{\lambda} \right). \quad (56,3a)$$

152 pav. kreivė vaizduoja bangos judėjimą grafiškai. Nuotolis tarp dviejų artimiausių taškų, turinčių tokią pat judėjimo



152 pav.

fazę, yra bangos ilgis λ : taigi $\lambda = AB = BC = CD$. Tam tikro dažnumo bangos ilgis priklauso nuo medžiagos savybių, kurioje banga sklinda, nes nuo jų priklauso bangos sklidimo fazinis greitis u .

Į platesnį indą įpiltime vandens ir į jį lašinkime vandenį. Kiekvienam lašui nukritus, bus sutrikdyta pusiausvyra; vandens paviršium į visas puses sklis banga. Reikia pastebėti, kad sutrikdytame skystyje paviršinės bangos sklidimą sukelia dvi visai skirtingos rūšies jėgos. Išvestas iš pusiausvyros skysčio daleles veikia svorio jėga, kuri stengiasi skysčio paviršių išlaikyti gulsčią. Be to, tas skysčio daleles veikia ir paviršiaus įtempimas, siekdamas paviršių išlaikyti tokį, kad jo plotas būtų mažiausias, o mažiausias jis bus tada, kai jis bus plokščias, esant laisvam skysčio paviršiui. Didesnes skysčio bangas sąlygoja svorio jėga, o smulkutes, kapiliarines bangeles, pvz., kurias sukelia lengvas vėjelis vandens paviršiuje arba kurios atsiranda, stuktelėjus į indą su vandeniu arba gyvsidabriu, paviršiaus įtempimas.

Bangos yra *skersinės* ir *išilginės*. Skersinėje bangoje materijūs taškai (arba dalelės) svyruoja statmenai bangos sklidimo

krypčiai; išilginėje bangoje jie svyruoja ta pačia kryptim, kuria sklinda banga.

Kietuose elastinguose kūnuose bei skysčiuose gali susidaryti ir skersinės, ir išilginės bangos, dujose — tik išilginės.

Išilginių, sąlygotų tik medžiagos plėtimosi, taigi jos tūrio elastingumo, bangų sklidimo greitis u priklauso tik nuo medžiagos elastingumo (Jungo) modulio ir jos tankio:

$$u = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (56,4)$$

Elastingoje aplinkoje galima sukelti ir skersines bangas. Jas sąlygoja sukimosi, arba šlities, elastingumas. Skersinių bangų sklidimo greitis u priklauso nuo medžiagos šlities modulio G :

$$u = \sqrt{\frac{G}{\rho}}. \quad (56,5)$$

Dujose tepasireiškia tūrio (arba plėtimosi) elastingumas; jų elastingumo modulis $E=p$, čia p yra jų slėgimas, šlities modulis G yra lygus nuliui. Todėl dujose tesusidaro tik išilginės bangos (jei trintį laikysime lygia nuliui), ir jų sklidimo greitis $u = \sqrt{\frac{p}{\rho}}$. Garso bangos dujose yra išilginės plėtimosi bangos.

Tiesinio osciliatoriaus energija yra proporcinga jo amplitudės ir dažnumo kvadratams ir taip išreiškiama (52,12):

$$E = 2\pi^2 A^2 \nu^2 m,$$

čia m yra osciliatoriaus masė. Bangą sudaro dalelių (osciliatorių) harmoningas svyravimas. Jei 1 cm^3 dalelių masė (t. y. medžiagos tankis) yra ρ , tai, susidarius bangai, 1 cm^3 dalelių energija bus lygi $E_t = 2\pi^2 A^2 \nu^2 \rho$. Šią energiją vadiname *bangos energijos tankiu*. Sklindanti banga išjudina vis didesnę medžiagos masę; sklisdama ji neša energiją sklidimo kryptim. Jei bangos sklidimo greitis yra u , tai per 1 s pro ploto vienetą (1 cm^2) bus praneštas energijos kiekis I :

$$I = 2\pi^2 A^2 \nu^2 \rho u. \quad (56,7)$$

Šis energijos dydis nusako bangavimo, pvz., garso arba šviesos, stiprumą. O pro plotą S praeinantis energijos srautas Φ yra:

$$\Phi = 2\pi^2 \nu^2 A^2 \rho u S. \quad (56,8)$$

Išilginėje bangoje svyravimai vyksta bangos sklidimo kryptim. Taigi tokioje bangoje svyravimų kryptis yra griežtai nustatyta. Skersinėje bangoje tėra nusakyta tik svyravimų plokštuma: ji yra statmena bangos sklidimo kryptčiai. Bet šioje plokštumoje svyravimai gali vykti įvairiomis bangos sklidimo linkmei statmenomis kryptimis. Natūralioje skersinėje bangoje svyravimai vyksta visomis šiomis kryptimis. Tačiau kartais sukeliamos skersinės bangos, kuriose svyravimai vyksta tik viena pastovia kryptim. Tokius svyravimus vadiname *tiesiškai poliarizuotais svyravimais*. Antra vertus, bet kurios krypties tiesinį svyravimą galime laikyti atstojamuoju svyravimu dviejų tiesinių svyravimų, kurių kryptys yra statmenos viena antrai (§ 53). Sudėję du tokius svyravimus, galime gauti ne tik tiesiškai, bet ir elipsiškai bei apskritimu (cirkuliariškai) poliarizuotus svyravimus. Tai priklauso nuo dedamųjų svyravimų fazių skirtumo. Vadinasi, skersines bangas galime poliarizuoti. Poliarizacija yra būdinga skersinių bangų savybė.

§ 57. BANGŲ SUDĖTIS, INTERFERENCIJA, MUŠIMAS

Bangas sudedame, taikydami bendras judėjimų sudėties (vektorių sudėties) taisykles.

Iš pradžių sudėkime tokio pat periodo bangas. Paimkime dvi, sklindančias kryptim x vienodu greičiu, bangas S_1 ir S_2 :

$$S_1 = A_1 \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad (57,1)$$

ir

$$S_2 = A_2 \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x-l}{\lambda} \right);$$

čia l yra nuotolis tarp dedamųjų bangų dviejų artimiausių vienos fazės taškų; šis nuotolis yra proporcingas bangų fazių skirtumui; jį vadiname *eigos skirtumu*. Kai abi bangos sklinda vienodu greičiu, jų eigos skirtumas pasilieka pastovus.

Atstojamoji banga

$$\begin{aligned} S &= S_1 + S_2 = A_1 \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + A_2 \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x-l}{\lambda} \right) = \\ &= A_1 \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + A_2 \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \cdot \cos 2\pi \frac{l}{\lambda} + \\ &+ A_2 \cdot \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \cdot \sin 2\pi \frac{l}{\lambda} = \left(A_1 + A_2 \cdot \cos 2\pi \frac{l}{\lambda} \right) \cdot \\ &\cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + A_2 \cdot \sin 2\pi \frac{l}{\lambda} \cdot \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right). \end{aligned}$$

Pažymėkime:

$$\begin{aligned} A_1 + A_2 \cdot \cos 2\pi \frac{l}{\lambda} &= A \cdot \cos 2\pi \frac{L}{\lambda}, \\ A_2 \cdot \sin 2\pi \frac{l}{\lambda} &= A \cdot \sin 2\pi \frac{L}{\lambda}, \\ A^2 &= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cdot \cos 2\pi \frac{l}{\lambda}, \\ \sin 2\pi \frac{L}{\lambda} &= \frac{A_2}{A} \cdot \sin 2\pi \frac{l}{\lambda}. \end{aligned} \quad (57,2)$$

Tuomet

$$S = A \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x-L}{\lambda} \right). \quad (57,3)$$

Atstojamasis judėjimas yra tokio pat periodo bei ilgio banga, kaip ir dedamosios bangos; bet jos amplitudė A ir eigos skirtumas L yra pakitę. Atstojamosios bangos amplitudė A , kaip rodo lygtis (57,2), priklauso nuo dedamųjų bangų fazių skirtumo.

Kai $\cos 2\pi \frac{l}{\lambda} = +1$, atseit, kai $l=0, \pm\lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots$, $A=A_1+A_2$; o

kai $\cos 2\pi \frac{l}{\lambda} = -1$, taigi, kai $l = \pm \frac{1}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda, \frac{5}{2}\lambda, \frac{7}{2}\lambda, \dots$,

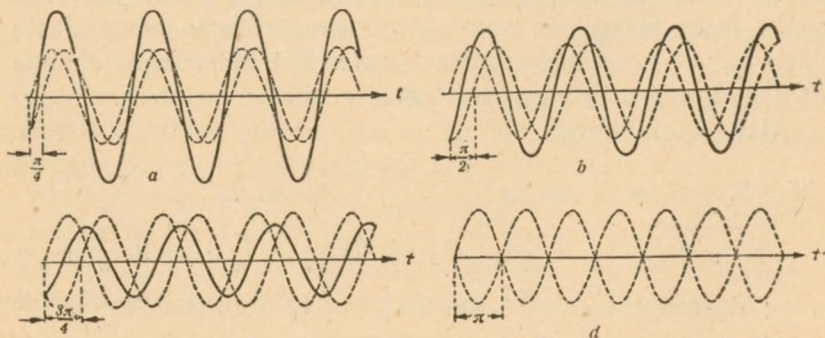
$A=A_1-A_2$. Taigi, kai dedamųjų bangų eigos skirtumas l yra

kartotinis lyginiam pusbangių ($\lambda/2$) skaičiui, $l=2n\frac{\lambda}{2}$, atstojamosios bangos amplitudė lygi dedamųjų bangų amplitudžių su-

mai; o kai jis yra kartotinis nelyginiam pusbangių skaičiui,

$l=(2n+1)\frac{\lambda}{2}$, atstojamosios bangos amplitudė lygi dedamųjų bangų amplitudžių skirtumui. Čia n yra sveikasis skaičius.

Kai dedamųjų bangų amplitudės yra lygios, $A_1=A_2$, tai pirmuoju atveju $A=2A_1$, o antruoju $A=0$. Pastaruoju atveju abi



153 pav.

dedamosios bangos pasinaikina. Šis reiškinys vadinamas bangų *interferencija*.

Dažnai bangos sudedamos grafiškai. 153 pav., *a*, *b*, *c*, *d* kreivės vaizduoja dviejų vienodų amplitudžių ir periodų, bet skirtingų fazių bangų sudėtį. Fazių skirtumai yra $\frac{\pi}{4}$ (kreivė *a*), $\frac{\pi}{2}$ (kreivė *b*), $\frac{3}{4}\pi$ (kreivė *c*) ir π (kreivė *d*). Atstojamosios bangos amplitudė, fazių skirtumui didėjant, mažėja ir pasidaro lygi nuliui, kai dedamųjų bangų fazių skirtumas yra π arba $(2n - 1)\pi$, čia n — sveikasis skaičius. Pastaruoju atveju gauname visišką bangų interferenciją.

Dabar sudėkime dvi vienodų amplitudžių, bet skirtingų periodų bangas S_1 ir S_2 ; jos abi sklinda tuo pačiu faziniu greičiu u :

$$S_1 = A \cdot \sin 2\pi\nu_1 \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

ir

$$S_2 = A \cdot \sin 2\pi\nu_2 \left(t - \frac{x}{u} \right).$$

Atstojamoji banga

$$\begin{aligned} S &= S_1 + S_2 = A \cdot \sin 2\pi\nu_1 \left(t - \frac{x}{u} \right) + A \cdot \sin 2\pi\nu_2 \left(t - \frac{x}{u} \right) = \\ &= 2A \cdot \sin 2\pi \frac{\nu_1 + \nu_2}{2} \left(t - \frac{x}{u} \right) \cdot \cos 2\pi \frac{\nu_1 - \nu_2}{2} \left(t - \frac{x}{u} \right). \end{aligned}$$

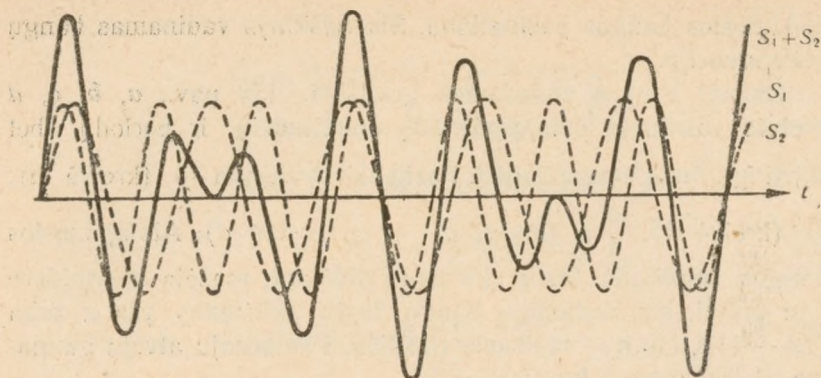
Pažymėkime $\nu_1 - \nu_2 = \Delta\nu$; kai bangų dažnumas mažai tesiskiria, tai apytiksliai $\nu_1 \approx \nu_2 = \nu$. Tuomet

$$S = 2A \cdot \cos 2\pi \frac{\Delta\nu}{2} \left(t - \frac{x}{u} \right) \cdot \sin 2\pi\nu \left(t - \frac{x}{u} \right). \quad (57,4)$$

Atstojamoji banga turi kintamą amplitudę

$$2A \cdot \cos 2\pi \frac{\Delta\nu}{2} \left(t - \frac{x}{u} \right) = 2A \cdot \cos 2\pi \left(\frac{t}{2/\Delta\nu} - \frac{x}{2u/\Delta\nu} \right). \quad (57,5)$$

Amplitudės kitimo periodas yra $2/\Delta\nu$, taigi kitimo dažnumas yra $\Delta\nu/2$. Jei sudedamos tokios dvi garso arba šviesos bangos, tada girdimas garsas arba matoma šviesa tai stiprėja, tai silpnėja; turime *mušimą (pulsaciją)*. Mušimo dažnumas yra proporcingas dedamųjų bangų dažnumų skirtumui. Atstojamosios



$$v_1 : v_2 = 6 : 5$$

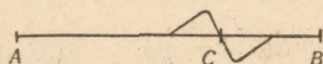
154 pav.

bangos didžiausia amplitudė yra lygi dvigubai dedamųjų bangų amplitudei. 154 pav. kreivė vaizduoja grafiškai mušimo susidarymą. Dėl aiškumo sudedamosios bangos turi didesnę dažnumų skirtumą.

§ 58. STOVINTI BANGA

Sklindanti banga, sutikusi bet kurią kliūtį, nuo jos atsispindi ir sklinda priešinga kryptim. Jeigu bangavimas yra keliamas visą laiką, tai atsispindėjusi banga susideda su pirmyn sklindančia banga. Gaunama tam tikra atstojamoji banga. Susipažinkime su ja smulkiau.

Banga sklinda x kryptimi ir atsispindi nuo kliūties, pakeisdama savo fazę π . O tai įvyksta tada, kai kliūtis, nuo kurios



155 pav.

banga atsispindi, masė yra labai didelė ir nejudama. Tegu AB (155 pav.) ilgis yra l . Bet kuri sklindanti banga, pasiekusi tašką B atsispindi ir taške C susitinka su

pirmyn sklindančia iš taško A banga ir interferuoja. Tegul $AC = x$, Pirmyn sklindančios bangos lygtis yra ši (56,1):

$$S_1 = A \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right),$$

o atsispindėjusios, taigi, nuėjusios kelią $l + (l - x) = 2l - x$, tokia:

$$S_2 = A \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{2l - x + \lambda/2}{\lambda} \right),$$

nes, bangai atsispindint, jos fazė pakito π , o tai išreiškiame, ilgindami kelią $\lambda/2$.

Atstojamoji banga

$$\begin{aligned} S &= S_1 + S_2 = A \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + A \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{2l - x + \lambda/2}{\lambda} \right) = \\ &= 2A \cdot \cos \left(2\pi \frac{l - x + \lambda/4}{\lambda} \right) \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{l + \lambda/4}{\lambda} \right). \end{aligned} \quad (58,1)$$

Atstojamosios bangos amplitudė yra kintama ir priklauso tik nuo vietos koordinatės x . Taškuose, kur

$$\cos 2\pi \frac{l - x + \lambda/4}{\lambda} = 0,$$

taigi, kur

$$2\pi \frac{l - x + \lambda/4}{\lambda} = (2n - 1) \frac{\pi}{2}$$

arba

$$l - x + \lambda/4 = (2n - 1) \frac{\lambda}{4} \quad (58,2)$$

(čia $n=0, 1, 2, 3, \dots$), atstojamosios bangos amplitudė visą laiką bus lygi nuliui. Šiuose taškuose neturėsime jokio judėjimo; tai bus bangos mazgai; jie visą laiką pasiliks tose pačiose vietose, nes amplitudė nepriklauso nuo laiko. Iš lygties (58,2)

$$x = l - n \frac{\lambda}{2}.$$

Taigi mazgai bus šiose vietose:

$$x = l, l - \frac{\lambda}{2}, l - \lambda \text{ ir t. t.} \quad (58,3)$$

Bangą, kurios mazgai visą laiką pasilieka tose pačiose vietose, vadiname stovinčiąja banga.

Kai

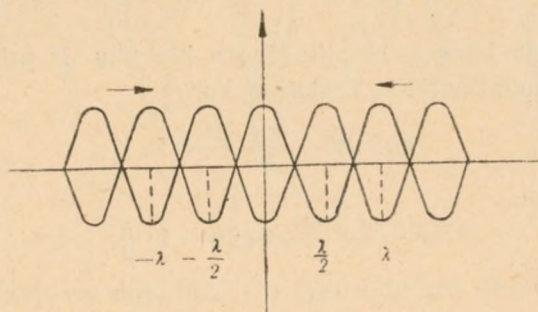
$$x = l - n \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4},$$

tai

$$\cos 2\pi \left(\frac{l - x + \lambda/4}{\lambda} \right) = \pm 1,$$

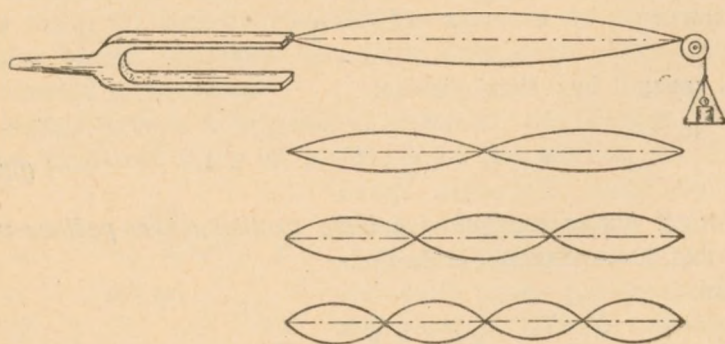
tada amplitudė bus lygi $2A$; tokiu būdu, stovinčios bangos didžiausia amplitudė yra dukart didesnė už sklindančios bangos didžiausią amplitudę.

Atstojamosios bangos fazė visai nepriklauso nuo vietos; atrodytų, kad visų bangos taškų svyravimo fazė yra tokia pat. Bet kadangi, pereinant per mazgą, ženklas kinta, tai tik tarp dviejų kaimyninių mazgų esančių taškų fazė yra vienoda; einant per mazgą, fazė pasikeičia dydžiu π . 156 pav. kreivės vaizduoja stovinčiąją bangą. Judėjimą stovinčioje bangoje galime



156 pav.

stebėti tokiu prietaisu (157 pav.). Vienas stygos galas pririštas prie kamertono šakutės, antras — permetas per skridinėlį ir prie jo prikabinas svarelis. Svyruodamas kamertonas suke-



157 pav.

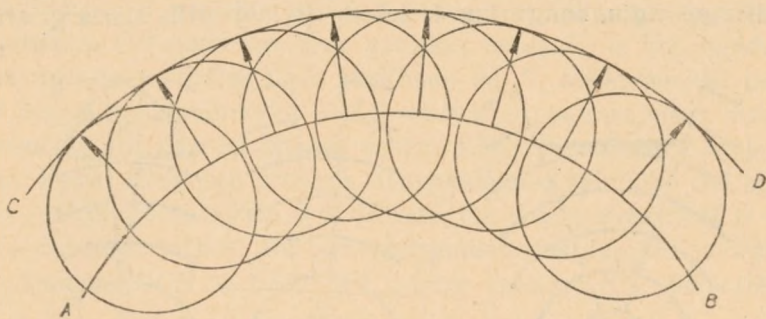
lia svyravimus ir stygoje. Šie sklinda joje ir, atspindėję jos įtvirtintame gale, interferuoja su pirmyn sklindančiais svyravimais, sudarydami stovinčius svyravimus.

Taškų geometrinę vietą, kurią tam tikru laiku pasiekia svyravimai, vadiname *bangos paviršium*; paviršiaus visi taškai svyruoja vienoda faze. Išvestą tam paviršiui statmenį vadiname *bangos spinduliu*. Kai bangas žadinantis centras yra labai toli, tai bangos paviršius bus plokštuma; tokią bangą vadiname *plokščia banga*. Jei banga sklinda iš bet kurio centro į visas puses vienodu greičiu, tai bangos paviršius yra rutulinis; tada turime *sferinę bangą*.

Bangų sklidimą erdvėje nusako 1690 m. Huigenso paskelbtas principas, kuris tvirtina, kad

bet kurį bangos paviršiaus tašką reikia laikyti naujos elementarinės rutulinės bangos sužadinamuoju centru. Gaubiąs šias elementarines bangas paviršius yra tapatingas su pirminės sklindančios bangos paviršium.

Sklisdama banga pasiekia taškus AB (158 pav.). Per laiką t svyravimai nusklinda nuotolį *ut*, jei u pažymi bangos fazinį greitį, ir bangos paviršius atsiranda vietoje CD . Šią jo vietą surandame tokiu būdu. Iš kiekvieno kreivės AB taško išvedame



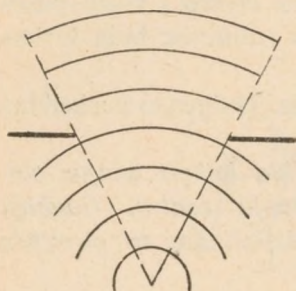
158 pav.

radiuso *ut* apskritimus. Pagal Huigenso principą gaubiąs šiuos apskritimus paviršius CD yra sklindančios bangos paviršius akimirksniu t .

Nors pagal Huigenso principą banga turėtų sklirti visomis kryptimis, bet iš tikrųjų ji sklinda tik viena — spindulio kryptim. Ir taip yra todėl, kad visomis kitomis kryptimis, išskyrus minėtąją, dėl interferencijos elementarinių bangų svyravimai pasinaikina. Bet jeigu bangos kelyje padėsime bet kurią kliūtį

ir bangos dalį sulaikysime, tada galime tiesiaieigį bangos sklindimą sutrikdyti. Tuomet nebesusidarys visiška elementarinių bangų interferencija ir kitomis, be pirminės, kryptimis. Ši reiškinį vadiname *bangų difrakcija*, arba *užlenkimu*.

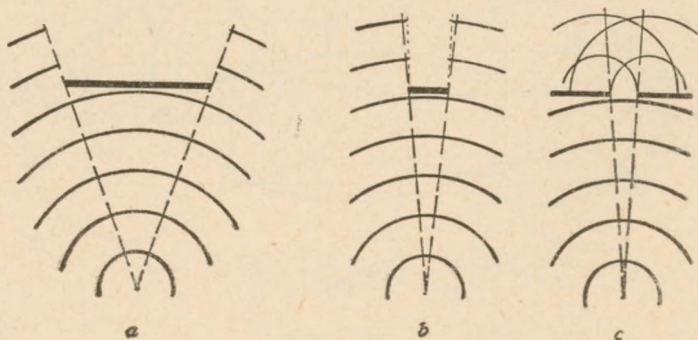
Bangų sklindimą galime pavaizduoti sklindančiomis didesnia-



159 pav.

nors taške, lašinant vandenį arba užgaunant vandens paviršių smailia adatėle, bangos sklinda koncentriniais apskritimais į visas puses vienodu greičiu. Gauname apskritimines bangas. Sutikusios pakeliui ekraną su plyšiu, jos praeina pro plyšį ir toliau sklinda tik vandens paviršiaus dalyje, kurią riboja išvesti iš bangavimo centro į plyšio pakraščius spinduliai (159 pav.). O kai bangos sutinka

kliūtį, tai už jos bangos nesklanda; išvestieji iš bangavimo centro į kliūties kraštus spinduliai riboja bangų «šešėlio» sritį (160 pav., *a*). Kol plyšio bei kliūties plotis yra didelis, palyginus su bangos ilgiu, bangavimo ir šešėlio (tylos) sritis skiria griežta

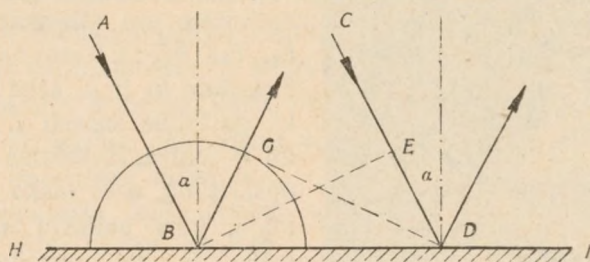


160 pav.

riba. Pastaroji pradeda nykti, kai plyšio bei kliūties plotis maždaug lygus bangos ilgiui (160 pav., *b*). O kai plyšio bei kliūties plotis yra labai mažas, gauname aiškią bangų difrakciją (160 pav., *c*).

Pasiekusi skirtingų aplinkų ribą, banga iš dalies atspindi nuo skiriančiojo paviršiaus, iš dalies pereina į antrąją aplinką.

Taigi skiriančiame paviršiuje bangos energija pasiskirsto į dvi dalis; šių dalių santykis priklauso nuo aplinkų savybių: vienais atvejais vyrauja atsispindėjusios, kitais — perėjusios į antrą aplinką bangos energija. Paprastai banga, pereidama į kitą aplinką, pakeičia sklidimo kryptį; sakome, ji lūžta.



161 pav.

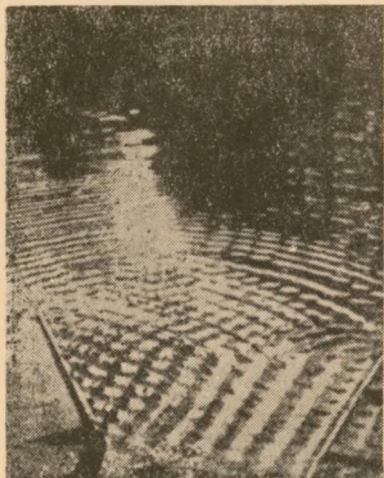
1. Atspindys. Plokščios bangos lygiagretūs spinduliai AB ir CD (161 pav.) krinta į aplinkas skiriančią paviršių HI , sudarydami kampą α su statmeniu, iškeltu iš kritimo taško B arba D . Šį kampą vadiname kritimo kampu. Spindulio AB bangos paviršius BE pasiekia tašką B antrąją aplinką; tuo pat metu spindulio CD paviršius tėra pasiekęs tašką E . Ir kol spindulio CD bangos paviršius iš E nusklinda iki D , atsispindėjusi taške B banga nusklinda kelią $l = BG = ED$ ir ji pasiekia visus taškus, esančius ant išvesto, laikant centru tašką B , radiuso l apskritimo. Pagal Huigenso principą atsispindėjusio spindulio AB kryptis yra jungianti taškus B ir G tiesė, čia G yra išvestos iš D tiesės lietimosi taškas. DG yra atsispindėjusios bangos paviršius. Trikampiai BGD ir BED turi bendrą kraštinę BD ; $BG = DE$ ir $\angle BED = \angle BGD = \frac{\pi}{2}$. Taigi $\triangle BGD = \triangle BED$, vadinasi, $\angle GBD = \angle EDB$. Bet tuomet ir $\angle FBG = \angle ABF = \angle CDK = \alpha$. Gauname tokį atspindžio dėsnį:

kritęs ir atsispindėjęs spindulys ir statmuo, iškeltas iš spindulių kritimo taško, yra vienoje plokštumoje; kritimo kampas yra lygus atspindžio kampui.

162 pav. matome vandens bangų atspindį nuo plokštumos.

2. Lūžimas. Panašia bangos paviršiaus konstrukcija galime surasti ir lūžusio spindulio kryptį. Plokščios bangos BE lygiagretūs spinduliai AB ir CD (163 pav.) krinta kampu α_1 . Kai

spindulio AB bangos paviršius pasiekia taške B antrąją aplinką, spindulio CD paviršius tuo pat laiku tėra nusklidęs iki taško E . Ir kol banga pirmoje (I) aplinkoje nusklinda iš E į D , antroje (II) aplinkoje ji, perėjusi tašką



162 pav.

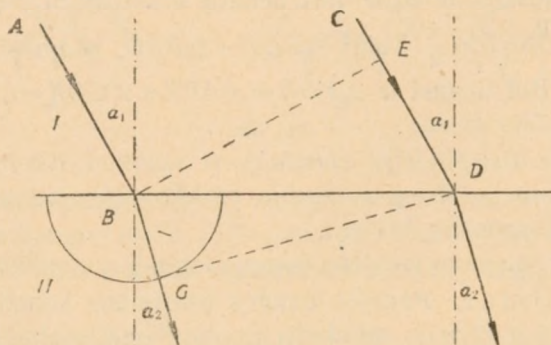
B , nueina nuotolį l . Jei bangos faziniai greičiai I-oje ir II-oje aplinkose yra atitinkamai u_1 ir u_2 , tai $BG:ED=u_2:u_1$. Taigi, žinodami u_1 ir u_2 arba jų santykį, galėsime surasti l . Laikydami B centru, išveskime radiuso l apskritimą, o iš taško D liečiamąją, kuri palieštų apskritimą taške G . BG nurodo lūžusio spindulio kryptį. Iš $\triangle BED$ ir $\triangle BGD$, $BD = \frac{ED}{\sin \alpha_1}$ ir $BD = \frac{GB}{\sin \alpha_2}$; čia α_1 ir α_2 yra kritimo ir lūžimo kampai, kuriuos sudaro įspindęs ir lūžęs spindulys su iškeltu

iš kritimo taško B statmeniu. Tokiu būdu,

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{u_1}{u_2} = n_{12}. \quad (59,1)$$

$n_{12} = \frac{u_1}{u_2}$ vadiname abiejų aplinkų *santykiniu lūžimo rodikliu*.

Kai $u_1 > u_2$, tai $\alpha_1 > \alpha_2$, vadinasi, tada spindulys, perėjęs į II aplinką, lūžta artėdamas į statmenį, o kai $u_2 > u_1$, tada $\alpha_2 > \alpha_1$,



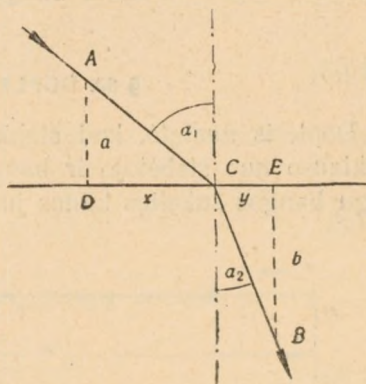
163 pav.

spindulys lūžta, nutoldamas nuo statmens. Tokiu būdu, gauname šį Snelliaus nustatytą bangų lūžimo dėsnį:

kritės ir lūžęs spindulys ir iškeltas spindulių kritimo taške statmuo yra vienoje plokštumoje; dviejų aplinkų kritimo ir lūžimo kampų sinusų santykis yra pastovus dydis ir lygus bangos fazinių greičių pirmoje ir antroje aplinkoje santykiui.

Anksčiau minėtieji bangų atspindžio, lūžimo ir kiti geometriniai bangų sklidimo dėsniai lengvai gali būti išvesti iš Ferma paskelbto bendro principo, kuris tvirtina, kad

bangos spindulys, sklisdamas tarp dviejų taškų, eina tokiu keliu, kad jis antrąjį tašką pasiektų trumpiausiu laiku (retai ilgiausiu). Kol banga sklinda vakuume, jos kelias yra geometrinė tiesė, bet medžiaginėje aplinkoje trumpiausiu laiku nuėitas kelias nėra tiesė tarp dviejų taškų.



164 pav.

Panagrinėkime bangos lūžimą, jai pereinant iš vienos aplinkos į antrą. Bangos fazinis greitis pirmoje aplinkoje yra u_1 , antroje u_2 . Paimkime taškus A ir B (164 pav.) įspindusiam ir lūžusiam spindulyje. Sakykime, kad banga iš A ir B pereina keliu ACB per laiką t . Pažymėkime $AC=l_1$ ir $CB=l_2$. Tada

$$t = \frac{l_1}{u_1} + \frac{l_2}{u_2} = \frac{1}{u_1} \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{1}{u_2} \sqrt{y^2 + b^2}.$$

Šis laikas turi būti mažiausias (arba didžiausias), taigi

$$\delta t = \frac{1}{u_1} \frac{x \cdot \delta x}{\sqrt{x^2 + a^2}} + \frac{1}{u_2} \frac{y \cdot \delta y}{\sqrt{y^2 + b^2}} = 0.$$

Kokį kelią banga nepasirinktų, $DE=x+y=const$, taigi $\delta x + \delta y = 0$ ir $\delta x = -\delta y$. Vadinasi,

$$\frac{1}{u_1} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{1}{u_2} \cdot \frac{y}{\sqrt{y^2 + b^2}},$$

o iš čia

$$\frac{1}{u_1} \cdot \frac{x}{l_1} = \frac{1}{u_2} \cdot \frac{y}{l_2}.$$

Bet $\frac{x}{l_1} = \sin \alpha_1$ ir $\frac{y}{l_2} = \sin \alpha_2$. Tokiu būdu,

$$\frac{1}{u_1} \cdot \sin \alpha_1 = \frac{1}{u_2} \cdot \sin \alpha_2$$

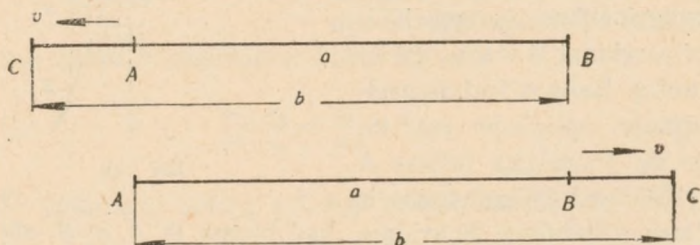
arba

$$n_{12} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{u_1}{u_2}.$$

Pastaroji lygtis išreiškia bangų lūžimo dėsnį.

§ 60. DOPLERIO EFEKTAS

Dopleris nustatė, kad stebimos bangos ilgis bei dažnumas priklauso nuo stebėtojo ir bangų šaltinio reliatyvinio judėjimo. Tegu bangas sukeliąs kūnas juda greičiu v , ir, kai $t=0$, jis yra



165 pav.

taške A, o nejudąs stebėtojas — taške B, $AB=a$ (165 pav.). Sukeliamos bangos periodas $T = \frac{1}{\nu}$. Pradedant stebėti ($t=0$), išspinduliuojama bangos išskyla. Jei banga sklinda faziniu greičiu u , tai ši išskyla pasiekia stebėtoją per laiką $t_1 = \frac{a}{u}$. Antra tokia išskyla bus išspinduliuota tik praėjus laikui T ; tuomet bangų šaltinis jau bus taške C. Jo nuotolis nuo stebėtojo padidės ir bus lygus $BC=b=a+vT$. Dabar bangos išskyla pasiekia stebėtoją per laiką $\frac{b}{u}$. Taigi antrąją iš eilės bangos išskyla stebėtojas pastebės tik praėjus laikui $t_2 = T + \frac{b}{u}$. Stebėtojas nustato,

kad dvi tos pačios fazės iškylos ateina ne per laiką T , bet per $t_2 - t_1 = T'$, ir $T' = T \left(1 + \frac{v}{u}\right)$. Tokiu būdu, jei bangas spinduliuojąs šaltinis tolinasi, tai nejudamas stebėtojas stebi didesnio periodo, vadinasi, ir mažesnio dažnumo $\nu' = \frac{1}{T'}$ bangas ir

$$\nu' = \frac{\nu}{1 + \frac{v}{u}}. \quad (60,1)$$

Kai sukeliąs bangas kūnas artėja į stebėtoją, tai greitis v turi priešingą ženklą, ir tada

$$\nu' = \frac{\nu}{1 - \frac{v}{u}}. \quad (60,1a)$$

Kai sukeliąs bangas kūnas yra nejudamas, o juda stebėtojas, tai pastarasis stebi

$$\nu' = \nu \left(1 - \frac{v}{u}\right) \quad (60,2)$$

dažnumo bangas, kai jis tolsta nuo bangų šaltinio, ir

$$\nu' = \nu \left(1 + \frac{v}{u}\right) \quad (60,2a)$$

dažnumo bangas, kai jis artėja prie šaltinio. Tokiu būdu šiuo atveju gaunamos kiek kitokios išvados. Bet jei v yra mažas, palyginus su u , taigi, jei bangos sklidimo greitis yra didelis, lyginant jį su bangos šaltinio arba stebėtojo greičiu, tai šis išvadų skirtumas praktiškai išnyksta. Nes, kol santykis $\frac{v}{u}$ yra mažas, (60,1 ir 1a) lygtis galime taip išreikšti:

$$\nu' = \nu \left(1 - \frac{v}{u}\right)$$

ir

$$\nu' = \nu \left(1 + \frac{v}{u}\right). \quad (60,3)$$

Apskritai imant, stebimos bangos dažnumo pakitimas $\nu' - \nu = \Delta\nu$ taip atrodo:

$$\Delta\nu = \pm \nu \frac{v}{u}, \quad (60,4)$$

o bangos ilgio kitimas $\lambda - \lambda' = \Delta\lambda$ yra:

$$\Delta\lambda = \mp \lambda \frac{v}{u}. \quad (60,5)$$

Stebimų bangų dažnumo bei bangos ilgio kitimo reiškiny, kai bangų šaltinis arba stebėtojas, arba abu juda reliatyviai vienas antro atžvilgiu, vadinamas *Doplerio efektu*. Šis efektas turi didelę reikšmę fizikoje, astronomijoje ir kt. Pvz., optikoje juo aiškinamas spektrinių linijų išplitimas; astronomijoje iš spektrinių linijų poslinkio sprendžiama apie dangaus kūnų radiusinio judėjimo greitį, Saulės sukimosi greitį ir pan.

XI SKYRIUS

GARSAS

§ 61. GARSO BANGOS, JŲ SKLIDIMO GREITIS

Virpantieji (svyruojantieji) ore kūnai, pavyzdžiui, kamertonas, styga, plokštelė, sukelia ore sklindančias bangas, kurios, pasiekusios mūsų ausis, virpina jų būgnelius ir sukelia pojūtį, kurį vadiname garsu. Šį pojūtį sukeliančias bangas paprastai vadiname garso bangomis.

Garso bangos sklinda ore arba bet kurioje kitoje elastingoje medžiagoje, pvz., vandenyje, medyje, metale ir t. t. Vakuumė garso bangų nebūna. Padėtas po siurblio gaubtu, kuriame praretintas oras, veikiąs skambutis nesukelia jokio garso. Garso bangų greitis u priklauso nuo medžiagos, kurioje jos sklinda, elastingumo savybių. Pažymėkime medžiagos Jungo modulį E , jos tankį ρ , tada pagal (56,4)

$$u = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (61,1)$$

Dujų Jungo E modulis yra lygus jų slėgimui p (§ 40), todėl garso bangų greitis dujose turėtų būti

$$u = \sqrt{\frac{p}{\rho}}. \quad (61,2)$$

Tačiau garso greičio eksperimentiniai tyrimai rodo, kad išmatuoti duomenys skiriasi nuo išskaičiuotų iš Niutono išvestos formulės (61,2) duomenų. Ją išvedant laikyta, kad dujos bangoje išretėja ir susislegia izotermiškai, t. y. temperatūrai nekintant. Bet šie procesai bangoje vyksta taip greit, kad temperatūra nespėja išsilyginti, t. y. adiabatiškai. Atsižvelgdamas į tai, Laplasas išreiškė garso bangų greitį dujose taip:

$$u = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\gamma p V_s} = \sqrt{\gamma R T}; \quad (61,3)$$

čia γ yra dujų specifinių šilumų, esant pastoviam slėgimui c_p , ir pastoviam tūriui c_v , santykis, $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$, $V_s = \frac{1}{\rho}$ — dujų specifinis tūris, R — universalinė dujų konstanta (§ 70), T — absoliutinė temperatūra. Iš šios formulės išskaičiuotos garso greičio reikšmės gerai sutampa su eksperimentiškai nustatytais reikšmėmis. Garso greitis dujose priklauso nuo dujų absoliutinės temperatūros ir yra proporcingas $\sqrt{T}$. Orui $\gamma = 1,41$. Garso greitis ore, esant 0°C temperatūrai, lygus 331,5 m/s, o 20°C temperatūrai — 340 m/s.

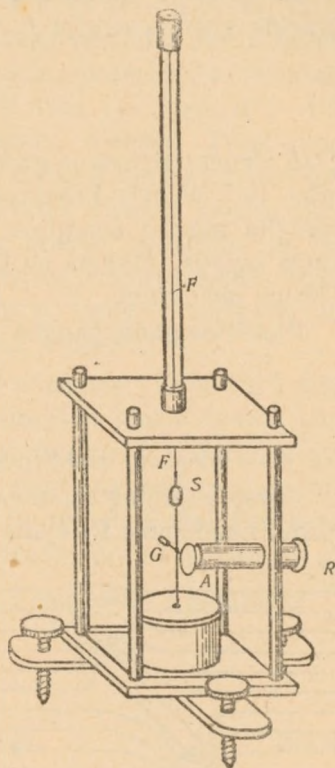
Garso greitį galime nustatyti, išmatavę, per kiek laiko nusklinda garsas tam tikrą nuotolį, pvz., laiko skirtumą tarp šūvio blykstelėjimo ir atėjusio garso. Bet šis būdas nėra labai tikslus. Žymiai tiksliau garso greitį galime išmatuoti, pasinaudodami ryšiu tarp bangos greičio u , jos dažnumo ν ir bangos ilgio λ (56,2): $u = \nu\lambda$.

§ 62. GARSO STIPRUMAS

Garso bangų šaltinio sukeltos garso bangos sklinda aplinkoje, sudarydamos garso bangų lauką. Tik mūsų ausies girdimų bangų atveju tą lauką girdime; visais kitais atvejais jį galime tik netiesiogiai stebėti. Dažniausiai šiam reikalui pasinaudojame Kundto figūromis. Sukeltame ore arba skystyje stovinčių garso bangų lauke labai smulkutės ore bei skystyje plūduriuojančios (ore — aerozolio, skystyje — suspensijos) dalelės susitelkia į mazgų plokštumas ir, nuguldamos ant plokštelės, sudaro juosteles. Stovinčias garso bangas galima stebėti ir kitais būdais. Garso bangoje slėgimas pasiskirsto nevienodai; didesnį slėgimą turime mazguose. Jei į vamzdį, kuriame susidaro stovinčios bangos, įpilsime skysčio, tai jo paviršius pasidaro nelygus; bangos svyravimo mazguose skystis pakyla aukščiau. Matome garso bangos liniją. Tik ištyrę bangų lauką, galime nusakyti garso bangų savybes, k. a., bangų ilgį, greitį, stiprumą ir t. t.

Garso bangų lauką tiriamo įvairiais būdais. Garso bangoms pastebėti naudojame jautrią liepsnelę. Ji jaučia mažiausius mechaninius trikdymus. Šiaip ramiai deganti liepsnelė elastingų bangų lauke sutrumpėja, dega neramiai ir triukšmingai.

Kiekybiniam tyrimui naudojame garso radiometrą. Jį sudaro sukamosios svarstyklėlės (166 pav.), kurių vieną petelį sudaro metalinė plokštelė A ; ją atsveria svarelis G . Svarstyklėlės pakabintos ant plonos bronzinės vielės F ir įdėtos į keturkampę dėžutę. Įėjusios pro vamzdelį R garso bangos slegia plokštelę A ir pasuka ją. Svarstyklėlių pasisukimą pastebime, paleidę į veidrodėlį S šviesos zuikėlį. Radiometras yra svarbus prietaisas garso bangų sklindimui tirti.



166 pav.

Kai sklinda garso banga, ore susidaro sutankėjimai ir išretėjimai; taigi garso banga sukelia oro slėgimo pakitimus. Tie papildomi slėgimai vadinami *garso*, arba *akustiniu*, slėgimu. Pažymėkime jį p . Antra vertus, garso bangoje oro dalelės virpa apie pusiausvyros padėtį tam tikru greičiu v . Šį greitį vadiname *akustiniu greičiu*. Plokščiai bangai šių dydžių santykis

$$\frac{p}{v} = \rho u, \quad (62,1)$$

čia ρ — oro tankis, u — garso greitis ore. ρu vadiname *akustiniu pasipriešinimu*. Orui jis yra lygus 41 (CGS vienetų sistemoje).

Kai garso bangos dažnumas yra ν , o oro dalelės poslinkis x , tai $v = 2\pi\nu x$. Įstatę tai į lygtį (62,1), gausime

$$x = \frac{p}{2\pi\nu\rho}. \quad (62,2)$$

Garso, sukeliančio skausmą, atveju apytiksliai $p = 3000$ bar, tuomet $v = \frac{p}{\rho u} = \frac{3000}{41} = 73$ cm/s. Taigi ir stipraus garso fazinis greitis daug kartų didesnis už akustinį greitį. Bet dalelių poslinkis bangoje labai nedidelis. Kai $p = 3000$ bar, $\nu = 1000$ Hz,

tai $x=0,12$ mm. Silpnų, tik žmogaus girdimų garsų $p=2 \cdot 10^{-4}$ bar. Tokio pat dažnumo garsui $x \approx 0,8 \cdot 10^{-8}$ mm.

Sklandanti garso banga perneša savo sklidimo kryptimi tam tikrą energiją. Bangos pernešamas pro 1 cm^2 per 1s energijos kiekis išreiškia garso stiprumą. Jei pro paviršių S per laiką t praeina garso energija E , tai garso stiprumas

$$I = \frac{E}{St}. \quad (62,3)$$

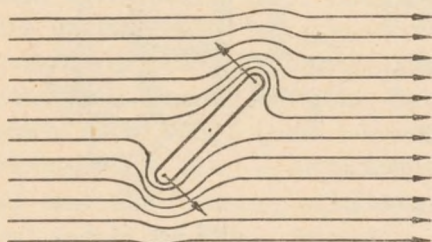
CGS vienetų sistemoje garso stiprumas išreiškiamas $\text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ arba 10^{-7} Wcm^{-2} . Praeinanti per laiko vienetą pro paviršių S energija nusako energijos srautą; jį pavaizduojame vektorium, kurio kryptis sutampa su bangos sklidimo kryptimi, ir vadiname *Umovo vektorium*.

Plokščios garso bangos garso stiprumą galime ir taip išreikšti:

$$I = \frac{p^2}{2\rho u}, \quad (62,4)$$

čia p — slėgimo amplitudė garso bangoje.

Garso stiprumą matuojame įvairiais būdais. Dažniausiai tam tikslui naudojame Rėlėjaus skritulėlį. Jį sudaro nedidelis lengvu-



167 pav.

tis žėručio skritulėlis, pakabinas ant plono kvarcinio siūlelio (167 pav.). Krintant į jį garso bangoms, jis stengiasi pasisukti statmenai bangų sklidimo kryptčiai ir užsuka kvarcinį siūlelį (§ 51). Skritulėlio pasisukimo kampas bus tuo didesnis, kuo didesnis akustinis greitis v .

Teoriniai skaičiavimai rodo, kad veikiantis skritulėlį sukamasis momentas M yra taip išreiškiamas:

$$M = \frac{4}{3} \rho a^3 v^2 \cdot \sin 2\Theta, \quad (62,5)$$

kur ρ — oro tankis, a — skritulėlio radiusas, Θ — kampas tarp skritulėlio plokštumos ir bangų sklidimo kryptties ($\Theta=45^\circ$).

Žmogaus ausis jaučia garsą — 16—20 000 Hz dažnumų tarpe. Tačiau ausis nevienodai jautri skirtingų dažnumų garsui. Kad

girdėtume normalinio dažnumo ($\nu=1000$ Hz) garsą, reikalinga, kad jo stiprumas būtų ne mažesnis už 10^{-16} Wcm⁻², o kai jo dažnumas lygus $\nu=50$ Hz, stiprumas turi būti 10^5 kartų didesnis. Silpniausio dar ausies jaučiamo garso stiprumą vadiname *garso jutimo slenksčiu*. Ausis nepakelia ir labai stiprių garsų; klausant juos, ausis įskausta. Didžiausią ausies jaučiamą dar be skausmo garso stiprumą vadiname *skausmingo jutimo riba*. Normalinio dažnumo ($\nu=1000$ Hz) garso ši riba yra apie 10^{14} – 10^{13} kartų stipresnis garsas už garso jutimo slenkstį. Taigi labai stiprūs girdimi garsai yra apie 10^{14} kartų stipresni už dar girdimus labai silpnus garsus. Kad nereiktų naudoti didelių skaičių, akustikoje, kaip ir kitose mokslo srityse, sudaroma ne tiesinė, bet logaritminė matuojamųjų dydžių vienetų skalė. Tokia skalė akustikoje, nors ir labai apytikriai, tinka ir žmogaus ausies garso jutimo (veikimo) stiprumui nusakyti.

Nors mūsų ausis girdi garsą labai plačiame (10^{13} – 10^{14}) stiprumų tarpe, bet garso stiprumo pakitimus ji jaučia žymiai silpniau. Apskritai, pojūčių srityje jaudinimo stiprumą skiriame nuo jutimo stiprumo, o akustikoje garso stiprumą nuo jo garsumo. Jie nėra vienas antram tiesiogiai proporcingi. Pagal Fechnerio ir Veberio nustatytą dėsnį garso stiprumo jutimo pakitimas dL yra proporcingas santykiniam fizikinio dirginimo I pakitimui $\frac{dI}{I}$:

$$dL \sim \frac{dI}{I}$$

arba

$$L = \text{const} \cdot \log I. \quad (62,5)$$

Sprendžiant apie garsą iš jo subjektyvaus jutimo, reikia atsižvelgti į tai, kad žmogaus ausies jautrumas garsui priklauso nuo garso dažnumo, arba jo tono, ir jo slėgimo. Paprastai subjektyvų bet kurio tono garso stiprumo jutimą palyginame su normalinio ($\nu=1000$ Hz) tono garso stiprumo jutimu, kada šis tonas yra tiek pat garsus, kaip ir tiriamasis garsas. Tada normalinio tono garsumas yra kitų garsų garsumo matas.

Garso stiprumo bei garsumo logaritminę skalę taip sudarome. Jei I_1 ir I_2 yra normalinio tono garso stiprumai, tai jų garsumai skiriasi

$$10 \cdot \log \frac{I_1}{I_2} \text{ fonų} \quad (62,6)$$

arba

$$20 \cdot \log \frac{p_1}{p_2} \text{ fonų,} \quad (62,7)$$

čia p_1 ir p_2 yra garso slėgimai. Jei, pvz., vienas garsas yra 1000 kartų stipresnis už antrą, tai pirmasis yra 30 fonų garsesnis už antrąjį. Šios skalės nulinė padala atitinka 10^{-16} Wm⁻² stiprumo bei $2 \cdot 10^{-4}$ bar slėgimo normalinį toną.

Santykis $\frac{I_1}{I_2}$ bei $\frac{p_1}{p_2}$ yra nulinės dimensijos dydis. Todėl, norėdami išreikšti jį kai kuriais vienetais, dauginame tą santykį iš daugiklio «fono», kurio skaitinė reikšmė lygi vienetui; panašiai išreiškdami kampą, jo skaitinę reikšmę dauginame iš «radiano» arba slopinimą — iš «decibelo». Reikia pastebėti, kad fonas, o taip pat radianas bei decibelas nėra mato vienetas paprasta to žodžio prasme, bet aritmetinis skaičiavimo vienetas, naudojamas bevardžiams dydžiams skaičiuoti.

§ 63. GARSO BANGŲ SKLIDIMAS ERDVĖJE

Garso bangos, sutikusios lygesnių paviršių kliūtis, pvz., sienas, nuo jų atsispindi pagal bangų atspindžio dėsni (§ 59). Atsispindėjusį garsą vadiname *aidu*. Kartais garsas atsispindi kelis kartus. Dažnai kalnuose, o kartais ir miške, girdime pasikartojantį aidą. Lygūs paviršiai atspindi garsą geriau, kaip nelygūs; išklotos medžiaga arba kilimais sienos visai jo neatspindi. Didelėse lygių sienų patalpose garsas gerai atsispindi.

Kai garso šaltinis yra parabolinio paviršiaus (veidrodžio) židinyje, tai atsispindėjusios nuo jo garso bangos eina lygiaagrečiai. Taip galime pakreipti garso bangas viena kuria kryptimi. O jei garso šaltinis yra elipsinio paviršiaus židinyje, tai nuo to paviršiaus atsispindėjusios bangos susirenka antrame to paviršiaus židinyje. Taigi ypač gerai girdima židinių vietose.

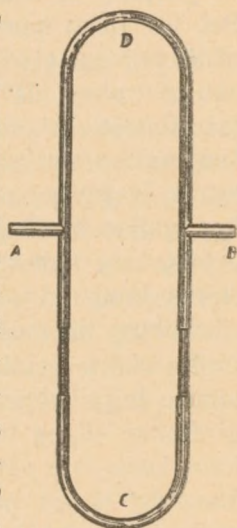
Garso atspindys naudojamas jūrų gelmių gyliui nustatyti. Matuojama, per kiek laiko atsispindėjusi nuo jūros dugno banga grįžta atgal į paviršių. Iš garso atspindžio nuo vidinių Žemės sluoksnių paviršių surandame nevienodos sudėties sluoksnių skiriamųjų paviršių gylį, sluoksnių storį.

Pereidama dviejų medžiagų skiriamąjį paviršių, garso banga lūžta pagal bangų lūžimo dėsni (§ 59). Kad garso bangos lūžta, parodo toks tyrimas. Plonų guminių sienelių didesnį

lęšio pavidalo indą pripilame vandens arba kurio kito skysčio. Tuo būdu gauname lęšį. Jo ašyje padėkime garso šaltinį; eidamos pro lęšį, garso bangos lūžta ir susirenka kitoje lęšio pusėje židinyje. Šioje vietoje bus aiškiau girdimas garsas, kaip kurioje kitoje, kad ir artimesnėje šaltiniui vietoje.

Jei susideda dvi vienodo dažnumo ir amplitudės sklindančios ta pačia kryptim garso bangos, tai jos interferuoja, kai jų nu-eitų kelių skirtumas yra kartotinis nelyginiam pusbangių skai-čiui, taigi, kai jis yra lygus $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$; čia $n=0, 1, 2, \dots$ (§ 57).

Pastatykime prieš sieną garso šaltinį, pvz., kamertoną. Tuomet bet kuriame kambario taške susitinka dvi, viena tiesiogiai nuskli-dusi iš šaltinio, o antra atsispindėjusi nuo sienos, garso bangos. Šių bangų nueiti keliai skiriasi. Jei skirtumas bus kartotinis nelygi-niam pusbangių skaičiui, tai negirdėsime vi-sai garso; o kai jis lygus lyginiam pusbangių skaičiui, tai girdėsime stipresnį garsą. Tai priklausys nuo taškų parinkimo vietos. Tokiu būdu, pereidinėdami arba perkeldinėdami garso šaltinį pagal sieną į kitą vietą, girdė-sime tai silpną, tai stiprų garsą. Iš garso ban-gų interferencijos galime nustatyti bangos ilgį. Šiam reikalui pasinaudojame tokiu apa-ratu. Jį sudaro dvišakis vamzdis $ABCD$ (168 pav.). Jo vieną šaką ACB galime ilginti arba trumpinti, sustumdami vamzdį. Prieš A pastatome garso šaltinį (kamertoną), o



168 pav.

klausome vamzdžio B gale. Išsišakojime garso banga nueina abiem šakom. Ir jei šakų ilgių skirtumas bus kartotinis nelygi-niam pusbangių skaičiui, tai vėl susitikusios bangos interferuoja; tada negirdėsime jokio arba girdėsime tik silpną garsą. Ilginant keičiamąją šaką, iš pradžių garsas stiprėja, o vėliau vėl silpnėja. Kad gautume du iš eilės garso maksimumus arba minimumus, reikia vamzdžio šaką pailginti garso bangos ilgiu λ .

Jei sklindančios garso bangos sutinka pakeliui kliūtį, pvz., sie-ną, tai jos atsispindi ir grįžta atgal, vadinasi, susidėjusios su pir-myn sklindančiomis bangomis sudaro stovinčias bangas (§ 58). Tokios stovinčios garso bangos lengvai susidaro tarp garso šal-tinio ir sienos. Stipriausias ir silpniausias garso vietas galime

surasti jautria liepsnele. Tinkamo aukščio dujų liepsnelė stipresnio garso vietose susitraukia. Stipriausią garsą turime slėgimų iškylose (svyravimų mazguose; čia turime didžiausią slėgimo kitimą), o silpniausią — slėgimų mazguose (svyravimų iškylose).

Stovinčiomis bangomis galime nustatyti garso bangų sklidimo greitį u . Jei bangų dažnumas ν žinomas, tai, išmatavę nuotolį tarp dviejų eilinių susidariusios stovinčios bangos iškylų, iš formulės $u = \nu \lambda$ galėsime išskaičiuoti greitį. Šiuo būdu, pvz., remiasi garso greičio matavimas Kundto vamzdžiu.

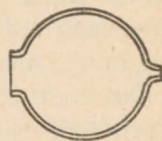
Įvirpinę du vienodo dažnumo kamertonus, girdime garsą. Bet jei vieno kamertono svyravimų dažnumą kiek pakeisime, uždėdami ant vienos jo šakutės priedinę masę, tai tuomet, juos abu išvirpinę, aiškiai girdime garso stiprumo kitimą; garsas tai stiprėja, tai silpnėja. Gauname garso mušimą (§ 57). Ir kuo mažiau skiriasi kamertonų dažnumai, tuo mušimas yra retesnis. Dažnumų skirtumui didėjant, mušimo dažnumas dažnėja ir pagaliau susilieja; ausis jų nebepajėgia išskirti. Bet tais atvejais, bent žemesnių tonų srityje, ausis jau girdi tiesiogiai atskirus tonus. Ausis nepajėgia pagauti labai mažus dažnumų skirtumus; tik mušimas tegali parodyti juos.

Padėkime netoli vienas antro du vienodo dažnumo kamertonus. Įvirpinkime vieną jų ir sulaikykime, palietę jį ranka, girdėsime silpną to paties tono garsą, keliamą antrojo kamertono, kuris taip pat pradės virpėti. Arba vienodai stipriai įtempkime dvi iš tos pačios medžiagos ir vienodo storio stygas ir vieną jų virpinkime. Ir antroji styga pradės skambėti. Gauname *garso rezonansą*. Kamertonas bei styga pradeda virpėti, kai juos pasiekia to paties dažnumo, kaip jų savasis dažnumas, svyravimai. Šios rūšies rezonansą vadiname *pasirenkamuoju*, arba *selektyviu, rezonansu*. Kamertono sukeltas garsas yra žymiai stipresnis, kai jį uždėdame ant parinkto dydžio medinės dėžutės, nes toje dėžutėje esąs oro stulpas rezonuoja. Pastarasis stulpas žymiai greičiau perduoda svyravimo energiją orui, kaip pats kamertonas.

Helmholcas pasinaudojo rezonanso reiškiniu sąskambiams (sudėtiems iš skirtingo dažnumo bangų garsams) tirti. Jis naudojo *rezonatorius* — tuščiavidurius, dviem angom įvairaus dydžio rutulius (169 pav.). Esąs juose oras rezonuoja tik tam tikro dažnumo svyravimams, todėl, pridėję prie ausies rezo-

natorių, aiškiau girdime tą sąskambio toną, kurio dažnumas atitinka rezonatoriaus dažnumą.

Be pasirenkamojo, turime dar *priverstinį rezonansą*. Šiuo atveju rezonuoja kūnas bet kurio dažnumo svyravimams. Šios rūšies rezonansą aiškiai parodo toks tyrimas. Išvirpinkime kamertoną ir jo kojele palieskime stalą; garsą girdėsime žymiai stipriau. Garsas visuomet sustiprėja, palietus stalą bet kurio dažnumo virpančiais kamertonais. Kamertono priverstas stalias virpa jo dažnumu. Turėdamas didelį paviršių, stalias stipriau išvirpina didesnes oro mases, kaip kad pajėgia tai padaryti laikomas rankeje kamertonas. Bet šiuo būdu sukeltas stipresnis garsas greičiau nutyla.



169 pav.

Įsiklausykime į greitai važiuojančio garvežio švilpuko garsą; artėjant garvežiui, švilpuko tonas yra aukštesnis, kaip garvežiui tolstant. Tokį pat efektą girdime, įsiklausę į greitai važiuojančio automobilio signalo arba dviračio skambučio garsą. Čia stebime *garso bangų Doplerio efektą* (§ 60). Šis efektas pasireiškia ne tik tada, kai garso šaltinis juda, o stebėtojas stovi vietoje, bet ir tada, kai stebėtojas juda, o pats garso šaltinis pasilieka nejudamas. Įsiklausę pravažiuojančiame stotį traukinyje į stoties varpo signalus, aiškiai girdime signalo tono kitimą.

§ 64. GARSO ABSORBCIJA

Garso banga, kaip ir bet kuri banga, neša energijos savo sklidimo kryptim. Pernešamos energijos kiekis pro 1 cm^2 per 1 s išreiškia garso stiprumą I (56,7):

$$I = 2\pi^2 v^2 A^2 \rho u. \quad (64,1)$$

Kai kuriais, pvz., stovinčios bangos, atvejais garso stiprumas nusakomas ne pranešamos pro ploto vienetą, bet esančios tūrio vienetu (1 cm^3) energijos kiekiu. Ši energijos kiekį vadiname *garso energijos tankiu* E :

$$E = \frac{I}{u} = 2\pi^2 v^2 A^2 \rho. \quad (64,2)$$

Būdų tiesiogiai matuoti garso stiprumui neturime. Dažniausiai jį surandame iš garso bangų slėgimo. Pastarąjį matuojame

radiometru (§ 62). Teoriškai nustatyta, kad bangų slėgimo p skaitinė reikšmė lygi sklindančios bangos energijos tankio E reikšmei, taigi $p=E$, o stovinčioje bangoje $p=2E$. Garso bangų slėgimas dažnai matuojamas specialiais mikrofonais.

Sklindant rutulinei garso bangai, jos amplitudė mažėja iš dalies todėl, kad energija pasiskirsto didesniame tūryje. Bet patyrimas rodo, kad bangos energijos išbarstymas nėra vienintelė bangavimo slopinimo priežastis. Taip sklindant garso bangoms vamzdžiuose, jų amplitudė taip pat mažėja, nors šiuo atveju energijos išbarstymas nepasireiškia. Šį garso stiprumo silpnėjimą sąlygoja garso energijos absorbcija medžiagoje, kurioje jis sklinda.

Tegu praėjusio pro storiu x medžiagos sluoksnį garso stiprumas yra I ; praeidamas tolimesnį be galo ploną sluoksnį dx , jis susilpnėja dI . Tuomet dI yra proporcingas pradiniam garso stiprumui I ir sluoksnio storiui dx , vadinasi,

$$dI = -aI \cdot dx \text{ arba } \frac{dI}{I} = -a \cdot dx,$$

čia a yra proporcingumo koeficientas, vadinamas *garso absorbcijos koeficientu*; neigiamas ženklas imamas todėl, kad, sluoksniui storėjant, garsas silpnėja. Pastarąją lygtį suintegravę, gausime:

$$\ln I = -ax + \ln C,$$

čia $\ln C$ yra integravimo konstanta. Jei pradinį garso stiprumą pažymėsime I_0 , tai, kai $x=0$, $I=I_0$, taigi

$$\ln C = \ln I_0;$$

tokiu būdu,

$$\ln \frac{I}{I_0} = -ax$$

arba

$$I = I_0 e^{-ax}, \quad (64,3)$$

čia $e=2,7183$ — natūrinio logaritmo pagrindas.

Garso absorbciją medžiagoje sąlygoja trys veiksniai: vidinė trintis, šilumos laidumas ir šiluminis spinduliavimas. Ilgųjų garso bangų spinduliavimo veiksnys yra mažas, ir jį galima atmesti. Absorbcijos koeficientas priklauso nuo garso bangų dažnumo ir didėja proporcingai jo antrajam laipsniui. Trumpųjų

garso bangų absorbcijos matavimai dujose ir skysčiuose parodė, kad jų absorbcija žymiai skiriasi nuo ilgųjų (girdimų) bangų absorbcijos; jos žymiai daugiau absorbuojamos. Šis reiškiny aiškinamas garso *išsklaidymu*, arba *dispersija*.

Garso stiprumo mažėjimą įvairiose medžiagose nusako jų garso absorbcijos koeficientas a (64,3):

$$a = \frac{1}{x} \ln \frac{I_0}{I}. \quad (64,4)$$

Akytų medžiagų garso absorbcija yra žymiai didesnė, kaip lygių ir kietų paviršių. 2-je lentelėje surašytos kai kurių medžiagų garso absorbcijos koeficiento skaitinės reikšmės.

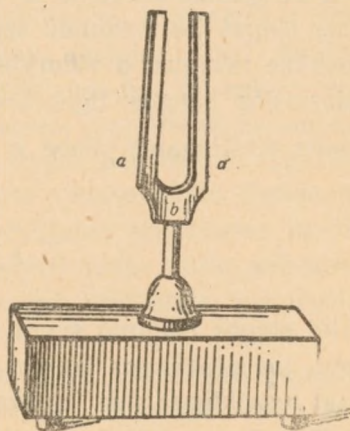
2 lentelė. Kai kurių medžiagų garso bangų absorbcija

1,25 cm sluoksnio storio veltinio	0,17,	klausytojų salėje (1 m ²)	0,95,
5 cm sluoksnio storio veltinio	0,69,	storo kilimo	0,21,
		parketo	0,06,
		plytų sienos	0,03.

§ 65. GARSO ŠALTINIAI

Iš kasdieninio patyrimo žinome, kad garso bangas galime sukelti įvairiais būdais. Bet paprastai sukeltas garsas yra sudėtas iš labai daug tonų. Sukelti visai gryną, tik vieno vienintelio tono garsą yra žymiai sunkiau. Tam reikalui naudojami specialūs garso bangų generatoriai.

Grynam garso tonui gauti dažniausiai naudojami kamertonai (170 pav.). Jį sudaro sulenktas į šakutę elastingas metalinis stiebas. Sudavę į jį minkštu plaktuku arba perbraukę griežikliu, jį išvirpiname. Jam virpant, abiejuose šakučių galuose susidaro iškylos. Netoli išlenkimo, taškuose a , susidaro du mazgai: jie vienodai nutolę nuo išlenkimo vidurio. Kamertono viduriniame taške b visuomet turime



170 pav.

iškylą. Kamertono dažnumas priklauso nuo jo masės ir medžiagos elastingumo. Masei didėjant, kamertono dažnumas mažėja.

Pridėję prie šakutės priedinę masę, gauname žemesnį toną, ir tuo žemesnį, kuo ši priedinė masė bus arčiau prie šakutės galo. Storesnio kamertono masė yra didesnė, tačiau tokio kamertono didesnė ir elastingoji jėga, kuri siekia atstatyti vibruojančio kamertono pusiausvyrą. Šiai jėgai stiprėjant, svyravimų dažnumas didėja. Galima padaryti du vienodo tono kamertonus, kurių vienas yra storas ir ilgas, o antrasis plonas ir trumpas. Išvirpintas didesnis kamertonas turi didesnę energiją ir sukelia stipresnį ir ilgiau skambantį garsą.

Ištemptą tarp dviejų taškų metalinę arba kurios kitos medžiagos stygą išvirpinę, išgiršime tam tikro tono garsą. Užgavę stygą, sukeliame jos skersinį svyravimą; stygos viduryje susidaro svyravimų iškyla, jos galuose turime mazgus. Tyrimas rodo, kad stygos skersinių svyravimų dažnumas priklauso nuo stygos ilgio, storio, jos įtempimo bei medžiagos tankio. Pažymėkime stygos ilgį l , jos medžiagos tankį ρ , prikabinto svorio sukeltą stygos įtempimą p ; tada stygos skersinių svyravimų dažnumas

$$\nu = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{p}{\rho}}. \quad (65,1)$$

Stygoje galime sužadinti ir išilginius svyravimus, jei perbrauksime išilgai jos smaluotu skudurėliu. Įveržtuose stygos galuose turėsime mazgus, o viduryje susidarys iškyla. Tokiu būdu susidariusios bangos ilgis $\lambda = 2l$. Išilginių svyravimų sklidimo greitis elastingame stiebe $u = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$. Svyravimų dažnumas

$$\nu = \frac{u}{\lambda} = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (65,2)$$

Taigi stygos išilginių svyravimų dažnumas tepriklauso nuo jos ilgio, jos medžiagos Jungo modulio E ir tankio ρ , bet beveik visai nepriklauso nuo jos skersmens bei įtempimo.

Keturkampę arba apskritą metalinę plokštelę įveržkime viduryje ir per jos kraštą perbraukime griežikliu. Plokštelė skamba. Jei ant plokštelės užbersime smiltelių, tai, plokštei skambant, jos subyra į daugiau arba mažiau griežtas linijas, suda-

rydamos gražias figūras, kurios vadinamos *Chladnio figūromis*. Jos parodo, kad skambančioje plokštelėje susidaro svyravimų iškylių ir mazgų sritys. Į jas ir subyra smiltelės. Chladnio figūrų forma priklauso ne tik nuo plokštelės pavidalo, bet ir nuo to, kokioje vietoje įversime ją. 171 pav. parodo smiltelių pasiskirstymą ant skambančios keturkampės ir apskritos plokštelės, kai jos įveržtos per vidurį.

Tam tikru būdu išlenkę plokštelę, gausime varpelį. Varpeliui skambant taip pat susidaro iškilimų sritys



171 pav.

ir mazgų linijos. Jei, įpylę į taurę kiek vandens, perbrauksime per jos briauną griežikliu, tai ji skamba kaip varpelis. Susidarančias iškylių sritis parodo vandens judėjimas prie taurės sienelių.

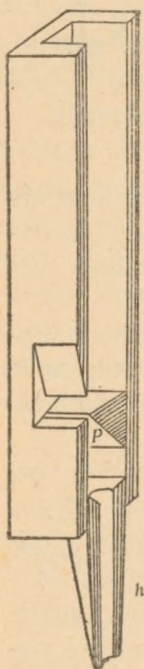
Muzikos instrumentai paprastai skirstomi į dvi grupes: *styginius ir pučiamuosius*. Styginiuose instrumentuose sukeliamo garsą, išvirpinę stygą. Pučiamieji instrumentai remiasi oro stulpų svyravimu.

Styginiai instrumentai turi apipintas vieles žarnines bei metalines stygas, kurias galime įvairiai stipriai įveržti. Stygos tonas priklauso nuo jos ilgio, storio ir įtempimo. Stygos virpinamos arba braukiant (smuike, violončelėje, kontrabase), arba užgaunant (pianine), arba nukreipiant (arfoje, citroje, kanklėse). Vibruojančios stygos tembras priklauso nuo to, kokioje vietoje ir kaip stygą virpiname. Dažniausiai styginiuose instrumentuose pasinaudojama ne tik laisvos stygos pagrindiniu tonu, bet trumpinant ją, prispaudus parinktose vietose pirštu išgaunami ir aukštesni tonai. Be to, smuike ir kituose styginiuose instrumentuose naudojami stygos aukštesnieji tonai, kurie sužadina, prispaudus pirštu stygą per vidurį, trečdalyje, ketvirtadalyje ir t. t.

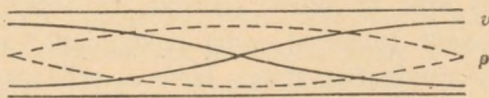
Styginių instrumentų vibruojanti styga turi sukelti gryną ir pakankamai stiprų toną. Bet šių dviejų uždavinių styga niekuomet nepajėgė atlikti. Todėl naujausiuose pianinuose stygai beskiriamas tik pirmasis uždavinys — sukelti gryną toną. Stygos svyravimai sužadina indukcijos sroves; pastarosios atitinkamų stiprintuvų sustiprinamos ir perduodamos garsintuvui.

Tokiu būdu padidinama garso energija. Šiais instrumentais pasiekta žymiai tobulesnė muzika.

Pagrindinis pučiamasis muzikos instrumentas yra dūda. Dūdos yra dviejų rūšių: lūpinės ir liežuvinės. Lūpinėse dūdose (172 pav.) pučiama pro h oro srovę, kuri, praėjusi plyšelį P , užteina ant aštrios briaunos — dūdos lūpos. Oro srovė, ją palietusi, iš pradžių sukelia ūžesį, kurį sudaro visa eilė tonų. Tarp jų yra ir toks tonas, kurio dažnumas atitinka uždarytojo dūdoje oro stulpo savąjį dažnumą. Šis tonas išjudina oro stulpą, kuris pradeda vibruoti. Jo virpėjimai paveikia pučiamą oro srovę, versdami ją virpėti šiuo dažnumu. Tai sustiprina oro stulpo rezonansą. Ir toks pučiamos oro srovės ir esančio dūdoje oro stulpo savitarpis veikimas sukelia stiprų garsą. Dūdos antrasis galas gali būti atviras arba uždarytas. Pirmuoju atveju turime atviras, o antruoju — uždarytas dūdas. Lūpinės dūdos naudojamos atviros ir uždaros. Dūdoje oras juda išilgai dūdos ašies, periodiškai svyruodamas į vieną ir antrą pusę. Tyrimais nustatyta tokio oro stulpo virpėjimo dėsniai. Kai atvirojoje dūdoje sukeliamas jos pagrindinis tonas, tai



172 pav.

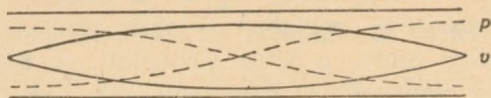


173 pav.

jos galuose susidaro judėjimo iškylos ir slėgimo kitimo mazgai, o viduryje — judėjimo mazgas ir slėgimo kitimo iškyla. Judėjimo pasiskirstymą atvirojoje dūdoje vaizduoja 173 pav. vientisoji kreivė u , o slėgimo kitimo pasiskirstymą — brūkšniuotoji kreivė p . Tokiu būdu, atviros dūdos pagrindinio tono bangos ilgis λ yra lygus dvigubam dūdos ilgiui l , vadinasi, $\lambda = 2l$. Bet fazinis bangos greitis $u = v\lambda$, čia v — pagrindinio tono dažnumas. Tokiu būdu,

$$v = \frac{u}{\lambda} = \frac{u}{2l}. \quad (65,3)$$

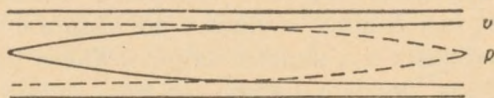
Abiejuose galuose uždaroje dūdoje judėjimo mazgai (ir slėgimo iškylos) yra galuose (174 pav.). Oro stulpui svyruojant pagrindiniu tonu, svyravimo iškyla yra dūdos viduryje. Apskritai, abie-



174 pav.

juose galuose uždaroje dūdoje svyravimo sąlygos yra kaip tik atvirkščios, kaip atviroje dūdoje.

Viename gale uždaroje, o antrame — atviroje dūdoje (175 pav.) uždaramame gale turime visada svyravimo mazgą (slė-



175 pav.

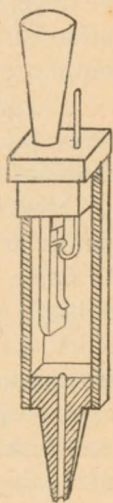
gimo iškylą), o atvirame — svyravimo iškylą (slėgimo mazgą). Tokioje dūdoje pagrindinio tono bangos ilgis λ yra lygus keturgubam dūdos ilgiui l , taigi

$$\nu = \frac{u}{4l}. \quad (65,4)$$

Be pagrindinio tono dūdoje, kaip ir virpamoje stygoje, sužadunami ir aukštesnieji tonai (obertonai). Atviros arba abiejuose galuose uždaros dūdos pagrindinis ir aukštesnieji tonai sudaro harmoninę tonų eilę, o uždaros tik viename gale — harmoninės tonų eilės nelyginius tonus.

Kadangi bangos ilgis ir jos dažnumas priklauso nuo dūdos ilgio, tai, keisdami jos ilgį, galime išgauti įvairius tonus. Jei uždarysime atviros dūdos vieną galą, tai jos tonas pasidaro oktava žemesnis. Žeminti arba aukštinti dūdos toną galime, ilgindami bei trumpindami pačią dūdą arba svyruojantį joje oro stulpą.

Be lūpinių yra liežuvinių dūdų (176 pav.). Liežuvinėje dūdoje pučiama oro srovė praeina pro skylę, kurią iš dalies uždaro lanksti plona, turinti tam tikrą savąjį dažnumą, metalinė plokštelė — liežuvėlis. Oro srovė virpina liežuvėlį, kuris tai atidaro, tai uždaro



176 pav.

skylę; periodiškai nutraukiama oro srovė virpina reznuojantį oro stulpą.

Didžiausias iš dūdų sudėtas muzikos instrumentas — vargonai. Jie turi abiejų rūšių, lūpines ir liežuvines, dūdas. Taip vadinamas *vargonų registras* leidžia pasirinkti patinkamus aukštesnius tonus, o kitus užslopinti, ir tuo būdu leidžia keisti dūdos pagrindinio tono tembrą ir pamėgdžioti kitokių instrumentų tonus. Akordeonas yra maži vargonėliai, sudėti iš liežuvinių dūdų.

Visi pučiamieji instrumentai remiasi oro stulpo svyravimu, kurį sukelia burna pučiama oro srovė. Pučiamieji instrumentai yra mediniai ir metaliniai. Svarbesnieji mediniai instrumentai yra fleita, klarnetas, fagotas, skudučiai. Mediniai pučiamieji instrumentai turi šonines skylutes; jas uždariant arba atidarant keičiamas veiklusis oro stulpas, taigi, ir dūdos pamatinis tonas. Skudučiai tokių skylių neturi, bet juos sudaro įvairaus ilgio dūdelės. Jeigu dūdą pūsime labai stipriai, tai jos tonas pakinta: vietoje pagrindinio sužadiname jos aukštesnį toną. Aukštesniojo tono dažnumas priklauso nuo pūtimo stiprumo. Muzikas, pūsdamas dūdas įvairiai stipriai bei keisdamas burnos ertmę, išgauna iš tos pačios dūdos reikiamus aukštesnius tonus.

Metaliniuose pučiamuosiuose instrumentuose veiklusis oro stulpas keičiamas dvejopu būdu. Kai kurios dūdos ilginamos arba trumpinamos, jas ištraukiant arba sustumiant. Kitos gi turi vožtuvėlius, kuriais įjungiami bei išjungiami šaliniai vamzdeliai arba kurie užtveria tiesioginį oro kelią. Ir šiuose instrumentuose pūtimo stiprumas vaidina svarbų vaidmenį.

Savotišką kai kurių muzikos instrumentų, k. a., varpų, taurių, trikampio, gongo, būgno ir kt., tembrą sąlygoja gausūs neharmoningi aukštesnieji tonai.

Mes lengvai galime atskirti įvairių garso šaltinių keliamą to paties dažnumo bei stiprumo toną, pvz., smuiko, pianino ir t. t. Iš balso lengvai pažįstame žmones. Ne tik dviejų atskirų garso šaltinių sukeltas to paties dažnumo bei stiprumo garsas yra skirtingas, bet ir vienas tas pats šaltinis, pvz., skirtingu būdu išvirpinta styga skamba kitokio skambesio tonu. Bet kurio tono skambesį arba, kaip sakome, *tono tembrą* sąlygoja lydi jį aukštesnieji tonai, arba obertonai. Pastarųjų santykinis stiprumas labai įvairus, žadinant toną skirtingais būdais. Aukštesnieji tonai paprastai sudaro harmoningų tonų eilę. Jų santykinis stip-

rumas ir suteikia pagrindiniam tonui tembrą, pagal kurį mes lengvai atskiriame skirtingų garso šaltinių, pvz., skirtingų muzikos instrumentų, garsus.

§ 66. ULTRAGARSAS, JO VEIKIMAS IR TAIKYMAI

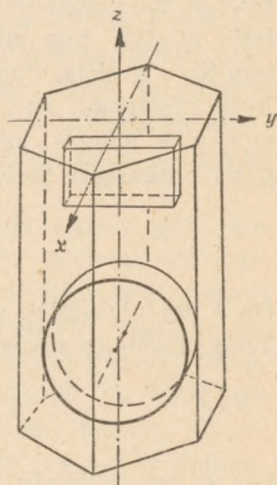
Mūsų ausis girdi nuo 16 iki 20 000 Hz dažnumo garso bangas. Bet šiuo laiku plačiai ištirtos ir didesnio (iki 10^8 Hz) dažnumo garso bangos, vadinamos *ultragarso bangomis*, arba trumpiau *ultragarsu*.

Ultragarsui sukelti daugiausia naudojami piezoelektriniai ultragarso generatoriai. Jų veikimas remiasi piezoelektriniu efektu. Kai kurie kristalai, pvz., kvarco, turmalino, segnetinės druskos ir kt., mechanškai deformuojami įsielektrina. Ir atvirkščiai, padėti į elektrinį lauką tokie kristalai deformuojasi. Ši deformacija labai įvairi. Bet ultragarsą sukelia susislėgimas (kompresija) bei išsiplėtimas (dilatacija).

Kvarco kristalas turi šešiasienės prizmės formą (177 pav.). Prizmės ašys x , y ir z vadinamos atitinkamai *elektrine*, *mechanine* ir *optine* ašimis. Iš kristalo galima išpiauoti plokšteles, įvairiai pakreiptas šių ašių atžvilgiu. Ultragarso technikoje dažniausiai naudojamos x nuopiovos plokštelės, išpauotos statmenai x ašiai. Jei tokia plokštelė bus tempiama arba slegiama x ašies kryptimi, tai ant jos sienelės teigiamos ašies x pusėje atsiras teigiamas, o ant priešingos — neigiamas elektros krūvis. Jo dydis q yra proporcingas veikiančiai mechaninei jėgai F :

$$q = dF, \quad (66,1)$$

čia d yra pastovus dydis, vadinamas piezoelektriniu moduliu. x nuopiovai jis yra lygus $6,4 \cdot 10^{-8}$. Tempiant arba slegiant plokštelę y ašies kryptimi, ant tų pačių sienelių taip pat susidaro elektros krūviai, tik jų ženklas yra priešingas. O deformuojant plokštelę išilgai z ašies, elektros krūvių nesusidaro.



177 pav.

Atvirkščias piezoelektrinis efektas, t. y. plokštelės deformacija elektriniame lauke, priklauso nuo elektrinio lauko stiprumo; plokštelės storio pakitimas ξ išreiškiamas taip:

$$\xi = dE, \quad (66,2)$$

čia E yra elektrinio lauko stiprumas. Plokštelės storio pasikeitimas yra nedidelis; pvz., $1000 \frac{\text{V}}{\text{cm}}$ stiprumo lauke $\xi = 21,3 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$. Norint padidinti plokštelės svyravimų amplitudę kintamajame elektriniame lauke, paprastai lauko dažnumas parenkamas toks, kad jis būtų lygus plokštelės savajam svyravimų dažnumui, taigi panaudojamas rezonanso reiškinys. Plokštelės savasis dažnumas taip išreiškiamas. Periodiškai kintant plokštelės storiui, joje susidaro elastingos bangos, kurios sklinda tam tikru greičiu. Pasiekusios paviršių, bangos atsispindi nuo jo, joms susidedant su pirmyn sklindančiomis, plokštelėje susidaro stovinčios bangos, kai jos storyje (x ašies kryptimi) telpa nelyginis pusbangių skaičius. Taigi bangų ilgis

$$\lambda = \frac{2l}{n}, \quad (66,3)$$

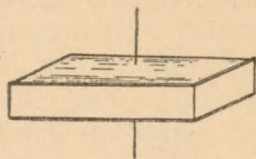
čia l yra plokštelės storis, n — sveikas skaičius, $n=1, 2, 3, \dots$. Tada plokštelės savasis dažnumas

$$\nu = \frac{u}{\lambda} = \frac{n}{2l} u, \quad (66,4)$$

kur u yra išilginių elastingų bangų sklidimo greitis kvarce, $u = 5600 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; taigi l mm storio kvarco plokštelės savasis svyravimų dažnumas $\nu = \frac{2880}{l} \text{ kHz}$. 1 mm storio plokštelės $\nu = 2880 \text{ kHz}$, o 0,05 mm — $\nu = 0,576 \text{ MHz}$. Svyruojanti bet kurioje elastingoje aplinkoje (ore, vandenyje ir kt.) plokštelė sužadina joje labai didelio dažnumo elastingas bangas — ultragarsą. Plokštelės išspinduliuojamas ultragarsinių svyravimų galingumas priklauso nuo jos spinduliavimo paviršiaus. Jam padidinti spinduliuojanti plokštelė sudedama iš visos eilės mažesnių, bet vienodo storio plokštelių; gaunama *mozaika*.

Kristalinės plokštelės arba mozaikos dvi atitinkamos sienelės aptraukiamos metaliniais (sidabro arba chromo) elektrodais,

kuriuos dažniausiai sudaro užgarintas arba uždulkintas plonas metalo sluoksnis (178 pav.). Prijungus prie jų aukštos (net iki 30 000 V ir daugiau) kintamos įtampos šaltinį, plokštelė atsiduria stipriame elektriniame lauke. Įtampos dažnumas suderinamas su plokštelės savuoju pagrindiniu arba kurio obertono (harmonikos) dažnumu. Tuomet plokštelės svyravimai yra ypatingai stiprūs, nes turime rezonansą. Šiuo atveju plokštelė kartais tiek stipriai išvirpina, kad ji subyra į smulkius miltelius.



178 pav.

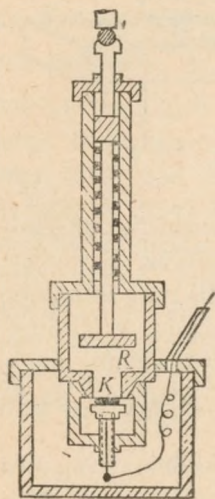
Ultragarsui sukelti naudojami ir magnetostrikciniai prietaisai, kurių veikimas remiasi *magnetostrikcijos efektu*. Feromagnetinės medžiagos (geležies arba nikelio) strypelis magnetiniame lauke deformuojamas: geležinis — silpname ilgėja, o stipresniame — trumpėja, o nikelinis — tik trumpėja. Kintamame magnetiniame lauke toks strypelis virpa ir sukelia trumpas garso bangas jį supančioje medžiagoje.

Ultragarso bangos sukeliamos ir kitokiais būdais, pvz., oro srovės generatorium. Kai oro srovė teka tame pačiame ore greičiau, didesniu už garso greitį (o tai turime, kai slėgimų skirtumas esti didesnis už 0,9 at), tai joje kinta periodiškai slėgimas bei jos skersmuo. Be minėtų aukščiau (§ 62) būdų garsui stebėti, ultragarso bangų laukui tirti dažnai naudojami ir ultragarso imtuvai. Paminėkime kelis dažniau naudojamus imtuvus. Piezoelektrinio ultragarso bangų imtuvo, kaip ir tos rūšies generatoriaus, veikimas paremtas piezoelektriniu efektu. Slėgimų svyravimai bangoje sukelia kristalo plokštelės mechaninę deformaciją, kurios dėka atsiranda ant jos elektrodų kintama elektrinė įtampa. Ypatingai jautrūs yra šios rūšies imtuvai, esant rezonansui. Magnetostrikciniuose imtuvuose pasinaudojama atvirkščiu magnitostrikcijos efektu: deformacija bangų lauke sukelia įmagnetinimo stiprumo kitimą.

Svarbiausias prietaisas ultragarsui tirti yra ultragarso interferometras. Jį sudaro ultragarso šaltinis *K* (179 pav.), prieš kurį keičiamame nuotolyje padedamas atšvaitas *R*. Tarp šaltinio ir atšvaito susidaro stovinčios garso bangos. Jos bus stipriausios, kai atšvaito nuotolis nuo šaltinio yra lygus sveikam pusbangių skaičiui. Nuotolis tarp dviejų artimiausių atšvaito vietų, kur turime rezonansą, lygus pusbangiui. Rezonansas nustatomas iš

grįžtamojo ultragarso bangos veikimo, nukreipto į garso šaltinį: tada šaltinis spinduliuoja ypač didelę akustinę energiją.

Už visus čia paminėtus tyrimo būdus tikslesnis yra optinis būdas. Optinis būdas gerai tinka ir ultragarso, ir šviesos bangoms tirti. Todėl su juo smulkiau susipažinsime optikoje.



179 pav

Ultragarso greičio matavimui parodė, kad vienatomėse dujose ultragarso sklidimo greitį išreiškia Laplaso lygtis (61,3). Bet daugatomėse dujose greitis priklauso nuo dažnumo, ko Laplaso lygtis nenumato. Šiose dujose ultragarso išsklaidomas. Taigi dujose turime *ultragarso dispersiją*.

Bet kurios bangos energija priklauso nuo jos dažnumo ν ir amplitudės A ir yra proporcinga $\nu^2 A^2$. Todėl ultragarso bangų energija yra žymiai didesnė už girdimųjų. Medžiagoje, kurioje sklinda ultragarso bangos, pasireiškia didelis slėgimo kitimas.

Šios ultragarso bangų savybės sąlygoja jų stiprų veikimą.

Ultragarso plačiai taikomas moksliniuose tyrimuose ir praktikos reikalams. Pvz., jis naudojamas optikoje šviesos bangoms tirti. Sklindant medžiagoje ultragarso bangoms, kinta jos iškylose medžiagos tankis, taigi ir jos lūžimo rodiklis. «Nušviesta» (apgarsinta) ultragarso bangomis medžiaga pasidaro optine gardele, pro kurią praeidamos šviesos bangos difraguoja (užsilenkia). Iš antros pusės, šviesos difrakcijos vaizdai netiesiogiai charakterizuoja ultragarso bangų lauką.

Biologijoje ultragarso naudojamas ląstelių mechaninėms, mechanikoje — medžiagų elastingumo savybėms tirti.

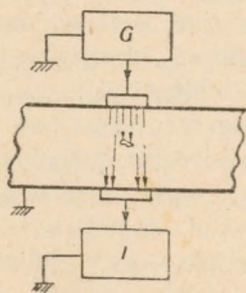
Daugelis ultragarso praktinių pritaikymų pagrįsta kavitacijos reiškiniu. Dėl staigaus ultragarso bangoje slėgimo kitimo medžiagoje susidaro mikroskopiniai plyšeliai. Į juos skverbiasi ištirpusių medžiagoje oro ir garų burbuliukai, sukeldami labai didelius (tūkstančių atmosferų) slėgimus. Dėl kavitacijos medžiaga suplėšoma į labai smulkias daleles. Todėl ultragarso įtakoje susidaro gyvsidabrio bei benzolo emulsija vandenyje, iš skysčių pašalinamos dujos, pagreitinama medžiagos difuzija, su-

žadinamos bei pagreitinamos kai kurios cheminės reakcijos, pašalinamas metalų pasyvumas. Dėl kavitacijos ultragarso bangų lauke žūsta mikroorganizmai (bakterijos, virusai), todėl ultragarsas naudojamas sterilizacijos reikalams.

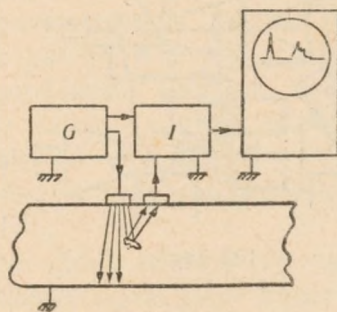
Gamyboje ultragarsas naudojamas technologijos procesams pagreitinti arba jų kokybei pakelti. Pvz., ultrgarsui veikiant, žymiai sutrumpėja odų rauginimo procesas, medžiagų dažymas darosi patvaresnis, nes jos nusidažo visame sluoksnyje; jo poveikyje gaunami labai smulkiai disperguoti ir vienalyčiai dažai, fotojautrūs sluoksniai ir t. t.

Nustatyta, kad ultragarso poveikyje labai smulkios (dūmų, rūko ir p.) dalelės koaguliuoja, sudarydamos stambesnius. Ši ultragarso savybė taikoma orui gryninti.

Technikoje ultragarsas labai plačiai panaudojamas defektoskopijai. Ultragarso trumposios bangos mažai absorbuojamos metalų ir lydinių. Bet oro laidumas joms yra palyginti labai mažas. Todėl defektingose metalinių liejinių vietose, kur, pvz., susidaro plyšeliai, oro pūslelės ir t. t., ultragarsas praktiškai visai atsispindi. Naudojant trumpas ultragarso bangas, galima nustatyti visai mažus defektus. Pirmuosius tyrimus ultragarsinės defektoskopijos srityje atliko ir būdus sukūrė Sokolovas 1927 m. Iš pradžių jis pasiūlė «peršvietimo» būdą, naudojant nuolatinį ultragarso bangų spinduliavimą. Tiriama objekto vienoje pusėje pastatomas ultragarso generatorius *G*, priešingoje — imtuvas *I*



180 pav.

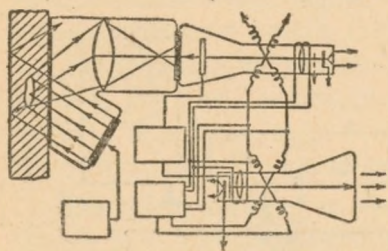


181 pav.

ir, juos perstumiant, peršviečiamas visas objektas (180 pav.). Bet šis metodas turi ir trūkumų: nedideli defektai neduoda griežtų «šešėlių»; be to, atsispindint bangoms nuo objekto paviršiaus, susidaro sudėtingas, sunkiai išaiškinamas ultragarsinių bangų

laukas. Todėl vėliau Sokolovas pasiūlė impulsinį ultragarsinį defektoskopijos metodą. Įvairūs tiriamojo objekto smulkūs defektai atspindi ultragarso impulsus, kurie priimami imtuvo ir sustiprinti registruojami katodinio oscilografo (181 pav.). Ultragarso bangos sklinda metaluose dideliu greičiu, todėl impulso trukmė turi būti nedidelė, nes jis turi pasibaigti prieš tai, kada grįš atgal atsispindėjęs nuo defekto impulsas į imtuvą. Ypatingai ji turi būti trumpa, tiriant esančius arti objekto paviršiaus defektus. Todėl impulsų trukmė tesiekia nuo kelių mikrosekundžių iki kelių mikrosekundės dalių. Naudojant 5 MHz dažnumo ultragarso bangas, impulso trukmė yra apie 1 μ s. Didesnį impulsų atspindį turime tik tada, kai defektas yra kelis kartus didesnis už ultragarso bangos ilgį; šiuo atveju bangos atsispindi nuo defekto, lyg nuo veidrodžio. Todėl labai mažiems defektams susiekti reikia naudoti didesnio dažnumo bangas. Tačiau kai bangų ilgis pasiekia metalo grūdų dydį (nuo milimetro iki kelių milimetro dalių), pradeda pasireikšti ultragarso stipresnė absorbcija metale.

Ultragarisas rado platų pritaikymą ir medicinoje. Jis taikomas audinių šildymui bei vidiniam masažui, tuo skatinama ląstelėse medžiagų apykaita; nušviesta ultragarsu oda geriau absorbuoja vaistus. Ultragarsu, panašiai kaip defektoskopijoje, galime nustatyti audinių pakitimus. Šis auglių bei opų organizmuose



182 pav.

tyrimo būdas yra žymiai jautresnis už rentgenografinį būdą, nes gali parodyti mažiausius audinių pakitimus, kurie rentgenografiniu būdu visai nepastebimi.

Ultragarisas jau nuo seno plačiai taikomas povandeninėje technikoje, pvz., povandeninių laivų ryšiui, signalizacijai; hidrolokacijoje — jūrų gyliui bei dugno reljefui nustatyti, pasken-

dusiems laivams, povandeniniams pasislėpusiems laivams, žuvų sambūriams susiekti ir pan.

Ultragarisas taip pat taikomas mikroskopijoje neregimiems objektams stebėti. Ultragarsinis mikroskopas veikia šiuo principu. Didelio dažnumo ultragarso bangų pluoštas «apšviečia» objektą; atsispindėjęs nuo jo (182 pav.) ir lėšio suglaustas, jis

nukreipiamas į piezokvarcinę plokštelę, ant kurios susidaro elektrinis objekto atvaizdas: atsiradusių elektros krūvių pasiskirstymas plokštelės paviršiuje priklauso nuo kritusių į ją ultragarso spindulių poveikio. Piezokvarcinė plokštelė kartu yra ir elektroninio vamzdžio ekranu; į ją iš antros pusės krinta elektroninių spindulių siaurutis pluoštas. Jis išmuša antrinius elektronus, kurių skaičius priklauso nuo elektros krūvio jų nušviestoje vietoje. Slenkant elektroniniam spindulių pluošteliiui piezoplokštele, kinta ir išmuštų antrinių elektronų sukelta įtampa, kuri perduodama oscilografinio vamzdžio modulatoriniam tinkleliui. Pastarojo ekrano švytėjimo stiprumas atitinkamose vietose kinta ir ant jo susidaro regimas ir padidintas objekto atvaizdas. Neskaidrios regimai šviesai aplinkos dažniausiai yra skaidrios ultragarsui, todėl tokiu mikroskopu galime matyti daiktus neskaidriose regimai šviesai aplinkose.

§ 67. PATALPŲ AKUSTIKA

Patalpų akustikai jau nuo seniau skiriamas didelis dėmesys. Architektūroje buvo nustatytos praktinės taisyklės, kurių buvo prisilaikoma, statant geros akustikos pastatus bei patalpas. Pvz., buvo nustatyta, kad nelabai didelės patalpos geresnėmis akustinėmis savybėmis pasižymi tada, kai jų ilgis, plotis ir aukštis santykiuoja kaip $8:5:3$ («aukso piūvis»). Šios taisyklės ilgą laiką buvo paslaptingos, nesuprantamos.

Akustikai besivystant, buvo sukurti geros akustikos patalpų planavimo bei blogos akustikos patalpų ištaisymo būdai. Šiuos klausimus tiria inžinerinė architektūrinė akustika. Pastaruoju laiku architektūrinėje akustikoje išsivystė pagrįsta garso bangų teorija kryptis; ši teorija patikslina geometrinės (spindulių) akustikos pritaikymo ribas, sklindant garso bangoms uždaroje patalpose.

Geraį patalpų akustikai gauti didelę reikšmę turi ne tik jų forma, bet ir įvairios priemonės taisyklingam garso bangų atspindžiui panaikinti bei garso absorbcijai padidinti. Garsą absorbuojančioms medžiagoms skiriamas didelis dėmesys.

Architektūrinė akustika tiria taip pat patalpų izoliacijos nuo išorinių garsų klausimus.

Koncertų, teatrų salės, radiostudijos bei garso tyrimo patalpos turi turėti gerą akustiką, jose turi būti gerai girdima muzika.

dainą, kalbą. Patalpų akustinę kokybę nusako garso slopimas jose, arba garso *reverberacija*. Įjungus garso šaltinį, garso energijos tankis patalpoje iš pradžių greitai, o vėliau lėčiau didėja, kol pasiekia didžiausią reikšmę. Tuomet įvyksta stacionarinė pusiausvyra: patalpoje per laiko vienetą tiek absorbuojama energijos, kiek jos išspinduliuoja garso šaltinis. Išjungus garso šaltinį, garsas slopsta pagal eksponentinį dėsnį. Garso slopimas patalpoje nusakomas laiku T , per kurį pradinė garso energija sumažėja 10^6 kartų. Šį laiką vadiname *reverberacijos laiku*. Eksperimentiniai tyrimai parodo, kad T priklauso nuo patalpos tūrio V ir jos paviršių bendrosios garso absorbcijos A : $T = k \frac{V}{A}$, čia k — skaitinis koeficientas, $k = 0,162$. Garso absorbcija A yra proporcinga paviršiaus plotui S . Proporcingumo koeficientas priklauso nuo paviršiaus ir medžiagos savybių. Jei patalpoje turime visą eilę absorbuojančių paviršių $S_1, S_2, \dots, S_n$, tai patalpos bendroji absorbcija $A = \sum_i S_i$. Reverberacijos laikas nusako akustinius patalpos savumus. Kai jis yra labai didelis (siekia keletą sekundžių), tai patalpoje kalba skamba neaiškiai, nes kiekvieną naują skiemenį klausytojas girdi anksčiau ištartų skiemenų skambesyje, kuris dar nėra nutilęs. O kai reverberacijos laikas yra labai mažas, garsas išnyksta labai greitai, tai klausytojas nebejaučia kalbos garsų vientisumo; garso stiprumas patalpoje mažas, ir kalbėtojas turi kalbėti garsiau. Tyrimai rodo, kad kiekviena patalpa turi savo reverberacijos laiką T , kada patalpos akustika yra geriausia. Nedidelių patalpų geriausias T yra apie 1 s; didesnių patalpų šis laikas ilgesnis. Bet kurios patalpos reverberacijos laiką galime pakeisti, keisdami jos bendrąją absorbciją A . Taigi tinkamai dekoruodami sales, galime jų akustiką pagerinti. Į salių akustiką žymiai atsiliepia ir lankytojų skaičius, nes lankytojų garso absorbcija siekia 0,95.

XII SKYRIUS

DUJOS

✓ § 68. MEDŽIAGOS ATOMINĖS BEI MOLEKULINĖS STRUKTūros BRUOŽAI. AVOGADRO DĖSNIS

Jau senovėje buvo manyta, kad medžiaga yra sudėta iš mažyčių dalelių — atomų, taigi, ji turinti atominę struktūrą. Tokias mintis pirmieji skelbė graikų filosofai Anaksagoras, Leukipas, Demokritas ir kt., gyvenę V—IV šimtmečiuose prieš m. e. Demokritas tvirtino, kad medžiaga esanti sudėta iš atomų, kad atomų skaičius esąs neribotas ir atomai labai skiriasi savo dydžiu bei jungimosi būdu, ir nuo to priklausanti daiktų įvairenybė. Atomų judėjimas bei smūgiai sudarą pasaulių pradžia.

Šios mintys vėliau buvo pamirštos; ir tik 23 šimtmečiams praėjus, XVIII šimtmečio pradžioje jos vėl iškilo aikštėn jau nebe kaip filosofinė idėja, bet kaip eksperimentinio patyrimo išvada, paremta chemijos junginių tyrimo išdavomis. Vystydamasi kiekybinės analizės keliu, chemija greit tarpsta ir nustato eilę labai svarbių dėsnių, iš kurių čia paminėtini tokie.

Fiziniai kūnai skirstomi į paprastuosius, cheminiu būdu nebuskaidomus kūnus, arba cheminius elementus, ir sudėtinius — cheminius junginius, kuriuos sudaro chemiškai susijungę elementai. Visuose cheminiuose procesuose medžiagos kiekis nekinta, pasilieka pastovus; be to, sureagavusių elementų medžiagos kiekiai yra kartotiniai mažiausiems tų elementų kiekiams, kurie pasižymi dar elementams būdingomis savybėmis. Pastarąjį dėsni, vadinamą *kartotinių santykių dėsniu*, paskelbė Daltonas 1804 metais.

Kartotinių santykių dėsni aiškiai parodo medžiagos atominę struktūrą; medžiagos atomai sudaro molekules. Taigi Daltonas pirmas cheminius reiškinius aiškina, dėdamas pagrindan atominį principą. Vėliau Bolcmanas ir kiti sukūrė šiuo principu pagrįstą

molekulinę kinetinę medžiagos teoriją, kuri išryškina medžiagos atominės struktūros vaizdą. Susipažinkime su šios teorijos mintimis.

Medžiaga gali būti trejopo agregatinio būvio: kieto, skysto ir dujų. Tai parodo, kad fizinių kūnų įvairenybė priklauso ne tik nuo sudedamųjų dalelių, iš kurių jie yra sudėti, skirtingų savybių, bet ir nuo tų dalelių susitvarkymo. Ypač ryškiai tai galime pastebėti kietuose kūnuose. Iš kietųjų kūnų išsiskiria vadinamieji *monokristalai*, kurie turi visai taisyklingą formą: jų paviršių dažnai sudaro lygios, visai taisyklingos plokštumos. Pati monokristalų taisyklinga išvaizda nurodo, kad jų sudedamosios dalelės turėtų būti tvarkingai išsidėsčiusios. Paskutinių laikų kietųjų kūnų rentgenografiniai tyrimai parodė, kad beveik jie visi yra sudėti iš kristalų; dažniausiai tai yra labai nedideli, tik pro mikroskopą pastebimi, visaip susiklostę kristalėliai. Tokius kūnus vadiname *polikristaliniais*, jie nepasižymi taisyklinga forma ir turi mikrokristalinę struktūrą. Tokie yra, pvz., metalai. Visuose kristaliniuose kūnuose pasireiškia vadinamoji *tolimoji tvarka* — makroskopiniuose nuotoliuose turime tvarkingai išdėstytas daleles. Be kristalinių, turime ir *amorfinius* kietus kūnus, kuriuose sudedamosios dalelės išsidėsčiusios visiškai netvarkingai.

Kieto būvio kūnai turi pastovią formą ir tūrį, taigi atskiros kieto kūno dalys labai standžiai surištos tarp savęs. Tai parodo, kad kietuose kūnuose tarp atomų bei molekulių veikia stipri sankabos (kohezijos) jėga, kuri neleidžia jiems nutolti vienas nuo kito. Bet ne tik sunku kietą kūną išplėsti, jo sudedamąsias daleles nutolinti vieną nuo kitos, bet lygiai taip pat sunku kietą kūną suslėgti, jo tūrį sumažinti, reiškia, jo sudedamąsias daleles suartinti. Artinant jas, tarp jų pradeda veikti atstūmimo jėga. Paprastai atstūmimo jėgų kilimą aiškina taip: atomai ir molekulės turi tam tikrą dydį; bet jų dydžio sąvoka nėra suprantama paprastą to žodžio prasme. Atomas yra sudėtas iš turinčio teigiamos elektros krūvį branduolio, aplink kurį skrieja neigiamo krūvio elementarinės dalelės — elektronai. Paties branduolio bei elektronų dydžiai, palyginti su nuotoliu tarp branduolio ir elektronų arba tarp pačių elektronų, yra labai maži, taigi atomo «užimtas» tūris yra, galima sakyti, tuščias. Tačiau, kai dviejų atomų centrai priartėja vienas prie kito iki tam tikro nuotolio, sankabos jėgos virsta atstūmimo jėgomis; reikšiny yra toks, lyg atomai «paliestų» vienas kitą.

Pagal kinetinę medžiagos teoriją, kurios pirmtakai yra Lomonosovas ir Boillis, molekulės bei atomai, iš kurių sudėta medžiaga, visą laiką juda. Kieto būvio medžiagoje atomai, kaimyninių atomų traukos jėgos veikiami, yra tiek standžiai pririšti prie šių, kad judėdami labai mažai tepakeičia savo padėtį aplinkinių atomų atžvilgiu; jie tik svyruoja aplink tam tikrą pusiausvyros vietą. Bet difuzijos reiškiniai kristaluose parodo, kad ir kietuose kūnuose atskiros dedamosios dalelės gali slinkti; ir svarbiausius kieto kūno efektus sąlygoja tų dalelių slinkimas.

Kietam kūnui šylant, sudedamųjų dalelių svyravimų vidutinė amplitudė didėja; padidėja ir vidutinis nuotolis tarp kaimyninių dalelių, kūnas išsiplečia. Nuotoliui tarp sudedamųjų dalelių didėjant, pradeda pasireikšti tarp jų traukos jėga. Dar daugiau pašildžius, atomų svyravimų energija tiek padidėja, kad pavieniai atomai visai atitrūksta ir išsivaduoja iš kaimyninių dalelių sąveikos. Tačiau jie, išsivadavę iš vieno atomų sąveikos, patenka į kitų atomų veikimo sferą. Tokiame būvyje kristalinė gardelė irsta, atsipalaidavę atomai kartais sudaro molekules; sakome, kietas kūnas lydosi.

Skystieji kūnai turi pastovų tūrį, bet formos jie nebeišlaiko, o paprastai įgauna to indo formą, į kurį jie yra supilti. Skysčiai, kaip ir kieti kūnai, mažai tesuslegiami. Tai rodo, kad ir skystuose kūnuose molekulės «liečia» arba beveik «liečia» viena kitą. Keičiant nuotolį tarp skysto kūno molekulių, tarp jų veikia arba traukos, arba atstūmimo jėga. Skystyje molekulės nėra standžiai pririštos prie tam tikrų pusiausvyros vietų, bet gali laisviau slankioti, pasilikdamos tik trumpą laiką viena kitos veikimo sferoje.

Tačiau pastaruoju laiku skysčių tyrimai rodo, kad skysčiuose susidaro tvarkingai sudarytos atomų bei molekulių grupės, taigi juose pasireiškia vadinamoji *artimoji tvarka*; juose trūksta tolimosios tvarkos. Kai kurių skysčių kvazikristalinę struktūrą parodo tokie reiškiniai: grynų metalų elektrinė varža, jiems lydantis, padidėja labai mažai; rentgeninius spindulius išbarstant, skysčiuose susidaro maksimumai bei minimumai; kai kurių (gyvsidabrio, skysto argono) skysčių atominė šiluma, kaip ir kristalinių kūnų, lygi $6 \text{ cal mol}^{-1} \text{ laip}^{-1}$.

Dujų savybes lengvai galime išaiškinti, priskyre dujoms molekulinę struktūrą. Šiuos klausimus nagrinėja molekulinė

kinetinė dujų teorija, kuriai pagrindus yra padėjęs Lomonosovas ir Bernulis (XVIII a.), vėliau ją išvystė Bolcmanas, Smoluchovskis ir kt. Pagal šią teoriją dujų molekulės visą laiką juda. Jų judėjimas yra tiesiaeigis ir visiškai chaotiškas. Jų greitis priklauso nuo dujų temperatūros. Kai dujų molekulės tiek suartėja, kad tarp jų pradeda veikti atstūmimo jėga, jos po smūgio atšoka viena nuo kitos; įvyksta smūgis tarp molekulių. Susidūrusios tarp savęs arba su indo sienelėmis, jos keičia judėjimo kryptį. Smūgiai yra laikomi elastingais, kai pakinta tik susismogusių molekulių, kiekvienos atskirai, energija bei impulsas, bet abiejų visa energija bei impulsas pasilieka pastovūs. Taigi smūgio metu molekulės pasikeičia viena su kita energija bei impulsu. Jei galėtume sekti atskirą dujų molekulę, tai pastebėtume, kad jos būvis (jos energija, judėjimo kryptis ir t. t.) visą laiką kinta. Bet sekdami visą dujų tūrį arba kad ir nedidelę jo dalį, jokio dujų būvio kitimo nepastebime. Dujos yra vadinamoje *dinaminėje pusiausvyroje*. Ir visai mažame dujų tūryje turime labai didelį molekulių skaičių. O tarp jų visada užtiksimė tokias dvi molekules, kurių greičiai krypties bei dydžio atžvilgiu tuo pat akimirksniu keisis priešingomis linkmėmis; taigi, imant dujų visumą, bet kurios molekulės būvio pakitimą visuomet išlygina kitos kurios molekulės priešingos linkmės būvio kitimas.

Dujų būviui apibūdinti naudojamas statistinis metodas, kuris taikomas labai didelio individų skaičiaus sistemų būviui nusakyti. Statistikoje naudojami matematiniai tikimybių skaičiavimo dėsniais pagrįsti metodai, kurie išreiškia sistemos, mūsų atveju dujų, būvį nusakančių dydžių vidutinės reikšmės. Šie metodai griežtai tinka tik vadinamoms *idealioms dujoms*, t. y. tokioms dujoms,

tarp kurių molekulių neveikia jokios jėgos ir kurių molekulės visai neturi savojo tūrio — yra taškai.

Kai idealių dujų temperatūra yra pastovi, o pačios dujos pusiausvyroje, tai jų būvis pasižymi šiais būdingais bruožais.

Dujų atskirų molekulių vidutinė kinetinės energijos reikšmė $\frac{1}{2} mc^2$, išskaičiuota pakankamai ilgam laikui (energijos vidutinė reikšmė laiko atžvilgiu), yra visoms molekulėms tokia pat. Ji yra lygi dujų visų molekulių kinetinės energijos vidutinei reikšmei, išskaičiuotai tam tikram akimirksniui (energijos vidutinei

reikšmei erdvės atžvilgiu). Iš čia išeina, kad atskiros molekulės greičio kvadrato vidurkis (laiko atžvilgiu) ir visų, vienodos tik masės m , molekulių greičio kvadrato vidurkis (erdvės atžvilgiu) turi tokia pat reikšmę c^2 . Tokiu būdu, galima laikyti, kad visos viena rūšies (tokios pat masės) dujų molekulės turi tokio pat dydžio vidutinį greitį c . Šį greitį vadiname *dujų molekulių kvadratinio greičiu*.

Kai dujos yra dinaminėje pusiausvyroje, jų molekulių greičiai vidutiniškai pasiskirsto vienodai visomis linkmėmis, kitaip tariant, tam tikru akimirksniu visomis kryptimis lekia toks pat molekulių skaičius.

Dujų molekulės visuomet užpildo visą leistą joms užimti tūrį. Dujų užimtame tūryje molekulės pasiskirsto vienodai, taigi lygiose tūrio dalyse turime vienodą molekulių skaičių. Bet jei paimtume tiek mažus tūrius, kad juose beliktų nedaug molekulių, tada atskirais akimirksniais molekulių skaičius tuose tūriuose, taigi dujų tankis, gali kitėti. Tada pradeda pasireikšti tankio fliuktuacijos, t. y. kitimai. Aišku, toks vienodas dujų pasiskirstymas visame jų užimtame tūryje išsilaiko, tik neveikiant svorio jėgai; ši jėga pakeičia tokį pasiskirstymą.

Dujų mišinio skirtingos masės dujų molekulių kinetinė energija yra lygi, jei tų dujų temperatūra yra vienoda. Todėl lengvesnės, masės m_1 , molekulės yra greitesnės už sunkesnes, masės m_2 , molekules, nes

$$\frac{m_1 c_1^2}{2} = \frac{m_2 c_2^2}{2}.$$

Cia c_1 ir c_2 yra atitinkamai molekulių kvadratiniai greičiai. Tokiu būdu, $c_1^2 : c_2^2 = m_2 : m_1$. Molekulių greitis nepriklauso nuo dujų slėgimo.

Cia suminėti pagrindiniai dujų būvio dėsningumai griežtai tinka tik arba iš be galo didelio dalelių (individue) skaičiaus susidedančioms sistemoms, arba stebimai be galo ilgą laiką atskirai dalelei. Tik tada jie visai vienareikšmiai nusako sistemų būvį ir yra visai objektyvūs. Taigi dalelių sistemos įgyja naujų savybių, kurių neturi atskira sistemos dalelė.

Imkime 1 cm³ dujų normaliose sąlygose, t. y. esant temperatūrai 0°C ir 1 at slėgimui. Molekulės masę pažymėkime m , o jų skaičių n , tada paimtųjų dujų tankis

$$\rho = nm. \quad (68,1)$$

Molekulių skaičius n 1 cm³ normaliose sąlygose vadinamas Avogadro skaičiumi ir žymimas A :

$$A = 2,69 \cdot 10^{19} \text{ molekulių cm}^{-3}.$$

Vienodų tūrių dujų masės santykiauja kaip jų tankiai. Tokiu būdu,

$$M_1 : M_2 = nm_1 : nm_2 = \rho_1 : \rho_2 = m_1 : m_2; \quad (68,2)$$

dujų tankių santykis lygus jų molekulių masių santykiui.

Molekulinis svoris parodo cheminio elemento arba junginio atskiros molekulės svorį, jei svorio vienetu laikysime ne 1 p, bet $\frac{1}{16}$ deguonies atomo svorio dalį. Deguonies (O₂) molekulinis svoris yra lygus 32, vandenilio (H₂) — 2,0156, helio (He) — 4,003.

Grammolekulę, arba molį, sudaro toks medžiagos kiekis, kurio svoris (arba masė) yra lygus jos molekuliniam svoriui. Deguonies 1 grammolekulę, arba molį, sudarys 32 p deguonies, vandenilio 1 molį — 2,0156 p vandenilio, HCl 1 molį — 36,46 p HCl. Bet kurios medžiagos 1 molio masė santykiauja su tos medžiagos molekulės mase, kaip masės vienetą 1 g santykiauja su deguonies atomo $\frac{1}{16}$ masės dalim. Tokiu būdu, bet kurios medžiagos molio masės M ir jos molekulės masės m santykis $\frac{M}{m} = N$ visoms medžiagoms yra pastovus dydis. Skaičius N išreiškia 1 molio molekulių skaičių, nes $mN = M$. Šį skaičių vadiname *Lošmito skaičium* ir žymime N :

$$N = 6,0247 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}.$$

Vandenilio (H₂) 1 molio masė $M = 2,0156$ g. Vandenilio atskiros molekulės masė $m = \frac{M}{N} = \frac{2,0152}{6,0247 \cdot 10^{23}} = 3,344 \cdot 10^{-24}$ g; taigi jo atomo masė lygi $1,672 \cdot 10^{-24}$ g.

Bet kurios medžiagos 1 molyje turime pastovų molekulių skaičių N . Todėl visų medžiagų, esančių idealių dujų būvyje, 1 molis tose pačiose sąlygose (toje pačioje temperatūroje ir esant tam pačiam slėgimui) užims tokį pat tūrį. Normaliose sąlygose (0°C temperatūroje ir esant 1 at slėgimui) 1 molis užima 22416 cm³ mol⁻¹.

Cheminio elemento atominis svoris, panašiai molekuliniam svoriui, parodo to elemento atomo svorį, kai svorio vienetu laikome deguonies atomo $\frac{1}{16}$ svorio dalį. Bet kurio elemento *gramatomą* sudaro toks *elemento kiekis, kuris sveria tiek gramų, koks yra to elemento atominis svoris*. Atomų skaičius 1 gramatome lygus taip pat Lošmito skaičiui N .

Avogadro skaičius, molekulių arba atomų skaičius 1 cm³, priklauso nuo dujų temperatūros bei slėgimo, ir, šiems dydžiams keičiantis, kinta. O Lošmito skaičius, molekulių arba atomų skaičius 1 grammolekulėje (molyje), bet kuriomis sąlygomis pasilieka pastovus; jis visai nepriklauso nei nuo temperatūros, nei nuo slėgimo.

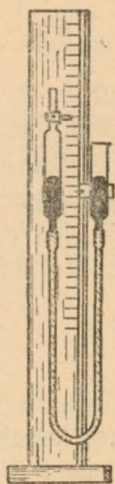
1811 m. Avogadras paskelbė tokį dėsni:

dujų molekulių skaičius 1 cm³ priklauso nuo dujų slėgimo ir temperatūros, bet visai nepriklauso nuo dujų rūšies. Esant tokiam pat slėgimui ir temperatūrai, vienoduose tūriuose turime tokį pat bet kurių dujų molekulių skaičių.

✓ § 69. IDEALIŲ DUJŲ BŪVIO LYGTIS

Dujos visada užima tam tikrą tūrį, kuris keičiasi, kintant išorinėms sąlygoms. Apskritai, dujų užimamas tūris priklauso nuo jų masės, temperatūros ir slėgimo. Keičiant vieną iš šių dydžių, keičiasi ir dujų tūris. Kad galima būtų nustatyti, kaip priklauso dujų tūris nuo šių dydžių, paprastai kai kurie iš jų, pvz., masė ir temperatūra arba masė ir slėgimas, laikomi pastoviais, o keičiamas tik slėgimas arba temperatūra ir pan.

Dujų tūrio priklausomybę nuo slėgimo, esant pastoviai jų masei ir temperatūrai, pirmieji tyrė Boilis ir Mariotas tokiu prietaisu. Jį sudaro du gumine žarnele sujungti ir sudarantieji susisiekiąčius indus vamzdžiai (183 pav.); vienas jų — atviras, antras — viršuje turi sandarų čiaupą. Kairioji šių indų šaka pritvirtinama prie stovo su skale; dešiniąją, slankiojančią stovo išpiovoje, galime laisvai kilnoti bei priveržti bet kuriame aukštyje. Įpilame gyvsidabrio; įleidę į kairiosios šakos vamzdį oro, uždarome čiaupą. Kilnodami dešiniąją šaką, mažiname bei didiname paimtojo



183 pav.

oro tūrį. Išmatavę gyvsidabrio paviršių aukščių skirtumą abiejose indo šakose, surandame uždaryto oro slėgimo ir tūrio kitimus. Jie nustatė, kad,

esant nedideliems dujų slėgimams ir temperatūroms, kurios žymiai aukštesnės kaip dujų skystėjimo temperatūra, dujų tūris yra atvirkščiai proporcingas slėgimui;

kitaip tariant,

dujų tūrio V ir jų slėgimo p sandauga pasilieka pastovi, kol temperatūra nekinta:

$$pV = \text{const.} \quad (69,1)$$

Šis dėsnis visai griežtai išlaikomas tik idealių dujų atveju, bet jis anksčiau minėtose sąlygose gerai tinka ir realioms dujoms.

Kai dujų temperatūra kinta, pasikeičia jų tūris ir slėgimas. Šildant dujas taip, kad jų slėgimas pasilikty nepakitęs, dujų tūrio priklausomybę nuo temperatūros išreiškia tokia lygtis:

$$\frac{V - V_0}{V_0 t} = \gamma_1 \text{ ir } V = V_0 (1 + \gamma_1 t), \quad (69,2)$$

čia V_0 yra pradinis, V — pašildytų dujų tūris, t — dujų temperatūros pakitimas, γ_1 — jų temperatūrinis tūrio plėtimosi koeficientas. Kai dujos šildomos paliekant nekintamą jų tūrį, jų slėgimo pakitimą išreiškia panaši lygtis:

$$\frac{p - p_0}{p_0 t} = \gamma_2 \text{ ir } p = p_0 (1 + \gamma_2 t), \quad (69,3)$$

kur p_0 ir p yra atitinkamai dujų pradinis ir galinis slėgimas, t — jų temperatūros pakitimas, γ_2 — jų slėgimo temperatūrinis koeficientas. Šie Gei-Liusako nustatyti dujų tūrio bei slėgimo priklausomybės nuo temperatūros dėsniai visai griežtai tinka tik idealioms dujoms; šių dujų temperatūriniai tūrio ir slėgimo koeficientai γ_1 ir γ_2 yra lygūs:

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma = \frac{1}{273,16} \text{ laip}^{-1} = 0,00367 \text{ laip}^{-1}.$$

Realioms dujoms šie, kaip ir Boilio—Marioto, dėsniai tinka tik apytiksliai. Ir nukrypimai nuo jų tuo didesni, kuo dujų slėgimai didesni ir kuo temperatūros artimesnės jų skystėjimo temperatūrai.

Apskritai, šildant dujas, keičiasi jų tūris, slėgimas ir temperatūra. Pažymėkime pradinį dujų tūrį V_0 , slėgimą p_0 ir temperatūrą $t_0^\circ\text{C}$, o galinį atitinkamai V , p ir $t^\circ\text{C}$. Tegu pradinė temperatūra $t_0^\circ = 0^\circ\text{C}$. Iš pradžių pašildykime dujas iki $t^\circ\text{C}$ temperatūros, laikydami jų slėgimą pastovų; tada jų tūris padidės ir pagal Gei-Liusako dėsnį bus lygus V_1 :

$$V_1 = V_0(1 + \gamma t);$$

o dabar, laikydami jų temperatūrą nekintama, jas išplėskime iki tūrio V ; taikydami Boilio—Marioto dėsnį, gausime:

$$p_0 V_1 = p V.$$

Įstatę į pastarąją lygtį V_1 reikšmę, turėsime:

$$p_0 V_0(1 + \gamma t) = p V. \quad (69,4)$$

Įveskime naują, vadinamą *absoliutine*, arba *Kelvino*, temperatūros skalę, kurioje nulinė temperatūra — *absoliutinis nulis* yra $273,16^\circ \approx 273,2^\circ$ žemiau Celsijaus nulinės temperatūros (0°C). Pastaroji absoliutinėje skalėje bus lygi $T_0 = 273,16^\circ\text{K}$. Įstatę į lygtį (69,4) γ reikšmę ir pažymėję galinę dujų temperatūrą absoliutinėje temperatūrų skalėje $273,2 + t = T^\circ\text{K}$, gausime:

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p V}{T} = \text{const.} \quad (69,5)$$

Lygtis (69,5) išreiškia ryšį tarp idealių dujų tūrio V , slėgimo p ir absoliutinės jų temperatūros T .

Normaliose sąlygose (0°C temperatūroje ir esant 1 at slėgimui) bet kurių dujų 1 molis užima pastovų tūrį $V_0 = 22416\text{ cm}^3$. Taigi 1 molio dujų kiekiui $\frac{p_0 V_0}{T_0} = \text{const.}$ Šią konstantą vadiname *universaline dujų konstanta* ir žymime R . Tada lygtį (69,5) galėsime taip išreikšti:

$$pV = RT. \quad (69,6)$$

Pastarąją idealių dujų būvio lygtį yra išvedęs Klapeironas. Kai turime ne vieną, bet n molių dujų, tada (69,6) lygtis turės tokią išvaizdą:

$$pV = nRT. \quad (69,6a)$$

Universalinės dujų konstantos skaitinė reikšmė CGS vienetų sistemoje yra:

$$R = \frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{76 \cdot 13,6 \cdot 981 \cdot 22416}{273,2} \text{ erg laip}^{-1} \text{ mol}^{-1} = 8,314 \cdot 10^7 \text{ erg laip}^{-1} \text{ mol}^{-1} = 1,9865 \text{ cal laip}^{-1} \text{ mol}^{-1}.$$

Padaliję ją iš Lošmito skaičiaus, surasime

Bolcmano konstantą k, kuri išreiškia vienos molekulės universalinę dujų konstantą:

$$k = \frac{R}{N} = 1,3803 \cdot 10^{-16} \text{ erg laip}^{-1}. \quad (69,7)$$

Įvedę absoliutinę temperatūrų skalę į lygtį (69,2), galime ją taip išreikšti:

$$V = V_0 \left(1 + \frac{t}{273,2} \right) = V_0 \gamma T, \quad (69,8)$$

taigi

dujų tūris, esant pastoviam slėgimui, yra proporcingas absoliutinei (Kelvino) temperatūrai.

Panašiai ir

dujų slėgimas yra proporcingas absoliutinei temperatūrai (69,3):

$$p = p_0 \gamma T. \quad (69,9)$$

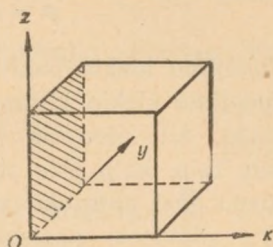
Iš lygčių (69,8) ir (69,9) išeina, kad, esant $T=0$, ir $V=0$ bei $p=0$. Bet medžiagos tūris niekuomet negali būti lygus nuliui. Tokią neteisingą išvadą gauname Gei-Liusako dėsnį ekstrapoliuodami į labai žemų temperatūrų sritį, o toje srityje realios dujos pavirsta skysčiu ir sukietėja.

§ 70. IDEALIŲ DUJŲ BŪVIO PAGRINDINIŲ LYGČIŲ IŠVEDIMAS

Išeidami iš § 68 trumpai suminėtų dujų būvio kinetinės teorijos pagrindų, pavaizduokime dujų slėgimo kilmę bei nusakyme jo reiškinių.

Jau minėjome, kad dujose nuotoliai tarp molekulių yra dideli. Todėl, nagrinėdami molekulių judėjimą, laikykime, kad molekulės yra taškai, taigi jos neužima jokio tūrio ir kad tarp jų neveikia jokios jėgos. Tokias dujas, kaip jau minėjome § 68, vadiname

idealiomis dujomis. Tegu jos yra uždarytos kubo pavidalo inde, kurio briaunos ilgis lygus vienetui (184 pav.). Tame kube turime iš viso n molekulių, kurių masė yra vienoda ir lygi m . Molekulės juda visomis kryptimis; jų greitis yra skirtingas. Su-
numeruokime jas. Sakykime, kad bet kuriuo akimirksniu 1-ji molekulė turi greitį c_1 , 2-ji — c_2 , 3-ji — c_3 ir t. t. Greičių kryptys yra visiškai atsitiktinės. Tegu u_i , v_i ir w_i yra i -tos molekulės greičio c_i dedamosios stačiakampių koordinačių sistemos x , y ir z ašių kryptimis; tada



184 pav.

$$\begin{aligned} c_1^2 &= u_1^2 + v_1^2 + w_1^2, \\ c_2^2 &= u_2^2 + v_2^2 + w_2^2, \\ &\dots \dots \dots \\ c_i^2 &= u_i^2 + v_i^2 + w_i^2. \end{aligned} \quad (70,1)$$

Panagrinėkime molekulių judėjimą tarp kubo sienelių yz . Šias sienelės daužo visos molekulės, kurių $u \neq 0$. Tegu molekulių smūgiai yra visai elastingi. Tuomet molekulei smogus į sienelę, tepakinta jos greičio dedamosios u kryptis, o skaitinė reikšmė pasilieka pastovi; greičio dedamosios v ir w visai nepakinta. 1-ji molekulė nubėga kelią tarp sienelių yz pirmyn ir atgal per laiką

$$\frac{2}{u_1},$$

nes briaunos ilgis lygus vienetui. Jos smūgių skaičius į sienelę yz per laiko vienetą — 1s, yra lygus $\frac{u_1}{2}$. 1-jai molekulei atsimušus į sienelę yz , greičio dedamoji u_1 kinta iš u_1 į $-u_1$. taigi molekulės judėjimo kiekis pakinta dydžiu $2mu_1$. Kadangi smūgių skaičius per 1s yra $\frac{u_1}{2}$, tai judėjimo kiekio pakitimas per laiko vienetą, susismogiant 1-jai molekulei su sienele yz , yra

$$2mu_1 \frac{u_1}{2} = mu_1^2.$$

Inde turime iš viso n molekulių. Bet kuriai jų smogus į kalbamą sienelę, judėjimo kiekio pakitimas per laiko vienetą bus išreiškiamas taip pat, kaip ir 1-jai molekulei; tik vietoje u_1 reikės imti

atitinkamos molekulės greičio dedamąją. Taigi, atsimušant visoms molekulėms į sienelę yz , judėjimo kiekio pasikeitimas

$$p = m (u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2). \quad (70,2a)$$

Judėjimo kiekio pakitimas per laiko vienetą reiškia jėgą. Kad judėjimo kiekio kitimas tikrai sukelia slėgimą, įsitikiname šiuo būdu. Ant plonyčio kvarco siūlelio prikabiname ploną plokštelę taip, kaip prie staktos prikabinamos durys. Tos plokštelės viena pusė aptraukiama higroskopine medžiaga. Padėta į drėgną orą plokštelė pasisuka, užsukdama siūlelį. Tai įvyksta štai kodėl. Oro ir vandens molekulės daužo abi plokštelės puses vienodai dažnai ir vienodą jėgą iš abiejų pusių. Todėl, atrodo, jos neturėtų išjudinti plokštelės. Oro molekulės atšoka nuo abiejų plokštelės pusių, pakeisdamos savo judėjimo kiekį dydžiu $2mu$. Vandens molekulės teatšoka tik nuo vienos plokštelės pusės, nes antroje pusėje jos yra absorbuojamos, taigi tokių molekulių judėjimo kiekio kitimas lygus mu . Todėl abi plokštelės puses veikia nelygus slėgimas, ir ji pasisuka. Ji pasisuka ir tada, kai viena jos pusė aptraukiama turinčios vandens molekulių medžiagos sluoksniu. Praretintame ore (arba vakuume) vanduo garuoja. Išlėkdamos vandens molekulės suteikia plokštelei impulsą (atatrąką), ir plokštelė pasisuka.

Mūsų nagrinėjamu atveju judėjimo kiekio pakitimas per laiko vienetą išreiškia dujų slėgimą p , kadangi sienelės yz plotas yra lygus vienetui. Panašiai surandame, kad molekulių judėjimo kiekio pakitimas, smogiant joms į sienelės xz ir xy , yra:

$$p = m (v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2), \quad (70,2b)$$

$$p = m (w_1^2 + w_2^2 + \dots + w_n^2). \quad (70,2c)$$

Lygtis (70,2, a, b, c) sudėję ir atsižvelgę į (70,1), gauname:

$$3p = m (c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_n^2). \quad (70,3)$$

Įveskime molekulių greičių kvadratų vidurkį c^2 , kai iš viso molekulių yra n :

$$c^2 = \frac{c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_n^2}{n},$$

taigi

$$c = \sqrt{\frac{c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_n^2}{n}}.$$

c vadiname molekulių kvadratinį greitį. Įstatę į (70,3) c^2 , gauname:

$$3p = nmc^2. \quad (70,4)$$

Kadangi m yra molekulės masė, n — molekulių skaičius tūrio vienetą, tai mn bus dujų tankis ρ ; taigi

$$p = \frac{1}{3} \rho c^2. \quad (70,5)$$

Kai dujų masė M užima tūrį V , tai jų tankis $\rho = \frac{M}{V}$; įstatę tai į lygtį (70,5), gauname:

$$pV = \frac{1}{3} Mc^2. \quad (70,6)$$

Jei dujų molekulių kvadratinis greitis c priklauso tik nuo absoliutinės temperatūros T , dešinioji lygties pusė yra pastovus dydis tam tikrai dujų masei, kol temperatūra nesikeičia; tokiu būdu,

$$pV = \text{const.} \quad (70,7)$$

Pastaroji lygtis išreiškia Boilio—Marioto empiriškai nustatytą ir jų vardais vadinamą dėsnį, kuris nusako dujų tūrio priklausomybę nuo slėgimo, kai jų temperatūra yra pastovi. Jei tam tikro kiekio dujų tūris, esant slėgimui p_1 , yra V_1 , o pakeitus jų slėgimą į p_2 , jų tūris pakinta į V_2 , tai pagal Boilio—Marioto dėsnį

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \text{ arba } V_2 : V_1 = p_1 : p_2. \quad (70,8)$$

Tokiu būdu dujų tūris yra atvirkščiai proporcingas slėgimui, kol dujų temperatūra pasilieka pastovi.

Dujų ir, apskritai, bet kurios sistemos būvio kitimus, kai temperatūra nekinta, vadiname *izoterminiais procesais*. Taigi išreiškianti Boilio—Marioto dėsnį lygtis (70,7) yra dujų izoterminio proceso lygtis.

Lygties (70,6) dešiniąją pusę galime taip išreikšti:

$$pV = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} Mc^2, \quad (70,9)$$

$\frac{1}{2} Mc^2$ išreiškia dujų masės visą kinetinę energiją. Vadinasi,

dujų tūrio ir slėgimo sandauga pV yra lygi jų masės kininės energijos dviem trečdaliams.

Dujų molekulių kinetinė energija priklauso nuo jų absoliutinės temperatūros. Pažymėkime proporcingumo koeficientą R . Tada lygtį (70,9) galėsime taip parašyti:

$$pV = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} Mc^2 = RT, \quad (70,10)$$

čia T yra dujų temperatūra. Kai dujų masė M yra lygi 1 moliui, tai R yra visoms dujoms pastovus dydis — *universalinė dujų konstanta*.

Iš lygties (70,10)

$$\frac{1}{2} Mc^2 = \frac{3}{2} RT. \quad (70,11)$$

Kadangi 1 molyje turime N molekulių, tai molekulės masė $m = M/N$; taigi

$$\frac{1}{2} mc^2 = \frac{3}{2} \frac{R}{N} T = \frac{3}{2} kT, \quad (70,12)$$

k — Bolcmano konstanta. Taigi, bet kurių dujų vidutinė molekulių energija yra pastovus dydis, kai dujų temperatūra nekinta.

§ 71. DUJŲ MOLEKULIŲ GREIČIŲ SURADIMAS

Iš lygčių (70,5) arba (70,11) galime išskaičiuoti kvadratinio oro molekulių greičio skaitinę reikšmę. Oro tankis normaliose sąlygose (0°C temperatūroje ir esant slėgimui 760 mm Hg) $\rho \approx 0,0013 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Išreikštas pagrindiniais $\left(\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}\right)$ vienetais oro slėgimas $p = 76 \cdot 13,6 \cdot 981 \approx 1\,013\,000 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$; 13,6 yra gyvsidabrio tankis. Tokiu būdu oro molekulių kvadratinis greitis

$$c = \sqrt{\frac{3p}{\rho}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1\,013\,000}{0,0013}} \approx 48400 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 484 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Šalia molekulių kvadratinio greičio c dujų kinetinėje teorijoje kalbama apie molekulių *vidutinį* $\bar{c}$ ir *tikimiausią* c_t greičius. Molekulių vidutinio greičio reikšmę nusako dujų visų, sakykime n , molekulių greičių aritmetinis vidurkis. Jei tam tikru akimirksniu 1-sios molekulės greitis yra c_1 , 2-sios — c_2 , 3-sios — c_3 ir n -sios — c_n , tai

$$\bar{c} = \frac{c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n}{n}. \quad (71,1)$$

Dujų molekulių momentinis (akimirksninis) greitis nėra visų vienodas. Vienos juda greičiau, kitos lėčiau. Molekulių greičių reikšmės pasiskirsto pagal Maksvelo teoriškai išvestą greičių pasiskirstymo dėsnį (§ 72). Jeigu galėtume vienu ir tuo pačiu akimirksniu išmatuoti atskirai kiekvienos molekulės greitį, tai jo reikšmės būtų labai įvairios. Pasitaikytų labai greitai ir labai lėtai judančių molekulių; būtų ir visai nejudančių, bet pastarųjų bus labai nedaug. Didžiosios molekulių dalies greitis mažai tesiskirs nuo tam tikro greičio c_t . Pastarasis greitis c_t vadinamas *tikimiausiu greičiu*. Iš visų dujų molekulių didžiausias jų skaičius turi tikimiausią greitį.

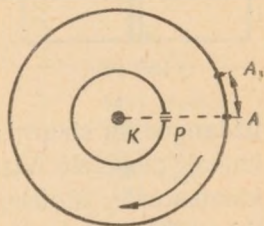
Molekulių kvadratinis, vidutinis ir tikimiausias greičiai taip surišti:

$$\bar{c} = \frac{2c_t}{\sqrt{\pi}} = 1,13c_t; c = \sqrt{\bar{c}^2} = \sqrt{\frac{3}{2}} c_t = 1,22c_t$$

$$\text{ir } \bar{c} = \frac{2c_t}{\sqrt{\pi}} = c \sqrt{\frac{8}{3\pi}}. \quad (71,2)$$

Kaip jau minėjome, kvadratinį molekulių greitį galime išskaičiuoti. O iš lygčių (71,2) galime surasti vidutinį bei tikimiausią molekulių greičius.

Tikimiausias greitis yra matuojamas ir eksperimentiniu būdu. Šternas jį matavo taip. Dviejų koaksialių (bendros ašies) cilindrų ašyje yra ištempta sidabro vielė K (185 pav.). Abu cilindrų galima greitai sukuti aplink bendrą ašį. Įkaitinta sidabro vielė garuoja, sidabro molekulės yra spinduliuojamos į visas puses. Praėjusios pro vidinio cilindro plyšelį P , jos nugula ant išorinio cilindro paviršiaus, sudarydamos tamsią liniją ties A . Bet tada, kai cilindrai yra greit sukami, sidabro linija iš A pasisustumia į A_1 , nes, kol molekulės, išlėkusios pro P , nulekia iki išorinio cilindro paviršiaus, šis spėja tiek pasisukti, kad molekulės atsiduria vietoje A_1 . Kai $AP = l_1$, o molekulės greitis lygus c , tai nuo P iki A molekulės nulekia per laiką



185 pav.

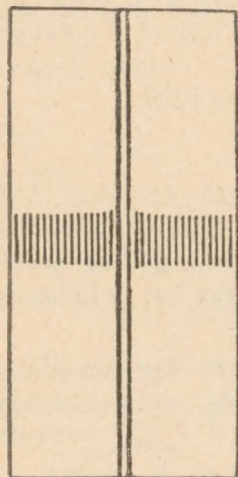
$$t = \frac{l_1}{c}.$$

Jei cilindrų apsisukimų skaičius per 1s yra v , išorinio cilindro radiusas $AK=r$, tai taškas A skrieja greičiu $2\pi rv$. Taškas A_1 pasisuka į A per laiką

$$t = \frac{AA_1}{2\pi rv} = \frac{l}{2\pi rv},$$

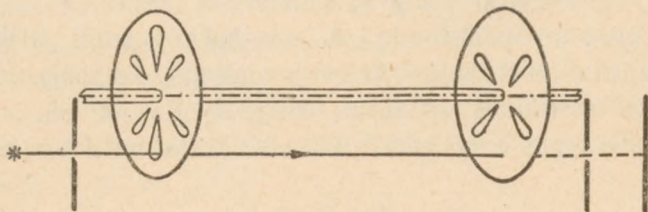
jei AA_1 pažymėsime l . Per tą patį laiką sidabro molekulė nukelia nuo P iki A_1 . 186 pav. matome sidabro molekulių sudarytą juostelių pasistūmimą.

Kad dujų molekulių smūgiai nekliudytų, tyrimas atliekamas vakuume. Kadangi sidabro molekulės turi skirtingus greičius, tai, joms nugulus, gaunama ne linija, bet juostelė. Jos įvairių vietų skaidrumas yra atvirkščiai proporcingas toje vietoje nusėdusių molekulių skaičiui. Storiausią nuguluso sluoksnio vietą atitinka tikimiausias molekulių greitis c_t ; taigi, išmatavę tos vietos nuotolį l , galime išskaičiuoti tikimiausią molekulių greitį.



186 pav.

Molekulių greičiui matuoti Komptonas, Kosta, Smitas ir kt. tinkamai pritaikė naudotą Fizo būdą šviesos greičiui nustatyti. Ant vienos gulsčios ašies tam tikram nuotolyje pamauti du skrituliai, kuriuose radialiai išpiauti plyšeliai (187 pav.). Jie nėra vienas prieš kitą, nes skrituliai pasukti vienas kito atžvilgiu kampą φ . Ties kiekvienu skrituliu, jų išorėje, padėtos uždangos su siaurais plyšeliais. Už 2-jo skritulio padedama renkamoji plokštelė. Visas prietaisas dedamas į indą, iš kurio ištraukiamas oras. Molekulių spindulių šaltiniu naudojamas įkaitintas iki 400°C kadmis.



187 pav.

Kadmio molekulės tegali įlėkti į tarpą tarp skritulių tik tuo akimirksniu, kai 1-jo skritulio bet kuris plyšelis guli prieš uždangos plyšelį. Per laiką t šios molekulės pasiekia 2-ąjį skritulį, $t = \frac{l}{c}$, kur l — nuotolis tarp skritulių, c — molekulių greitis. Jei tuo akimirksniu 2-jo skritulio plyšelis sutampa su už jo esamos uždangos plyšeliu, molekulės pralekia kiaurai ir nugula ant renkamosios plokštelės. Bet tai įvyks tik tada, jei per tą patį laiką t skrituliai pasisuks kampu φ , taigi, kai skritulių kampinis sukimosi greitis $\omega = \frac{\varphi}{t} = \varphi \frac{c}{l}$. Sukant skritulius tam tikru kampiniu greičiu, tik atitinkamo greičio molekulės tepaįgės pasiekti renkamąją plokštelę. Visos kitos bus sulaikytos. Greičiau sukant skritulius, greitesnės molekulės pasieks tą plokštelę, o lėčiau — lėtesnės. Tokiu būdu nevienodų greičių molekulinį spindulį pluoštą galime išskirstyti į vienodo greičio molekulinis spindulius. Šiuo tyrimu galime susekti ne tik atskirų grupių molekulių greičio reikšmę, bet iš nugulusio renkamoje plokštelėje sluoksnio storio arba jo skaidrumo galime spręsti apie santykinį bet kurio greičio molekulių skaičių, taigi galime nustatyti molekulių greičių pasiskirstymą ir patikrinti Maksvelo molekulių greičių pasiskirstymo dėsnį (§ 72).

3 lentelė. Kai kurių dujų molekuliniai greičiai, esant dujų temperatūrai 0°C

Dujos	c	$\bar{c}$	c_t
H ₂	1838 m/s	1694 m/s	1487 m/s
N ₂	482 "	453 "	398 "
O ₂	461 "	425 "	377 "
CO ₂	392 "	361 "	318 "
J ₂	164 "	151 "	133 "

V § 72. MOLEKULIŲ GREIČIŲ PASISKIRSTYMO DĖSNIS

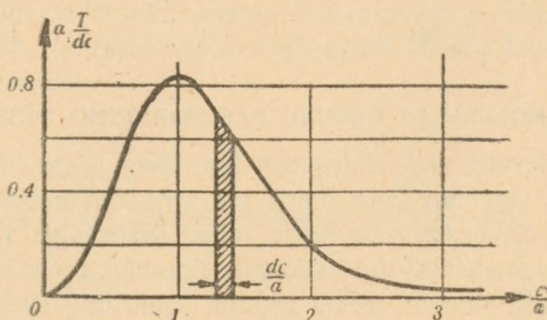
Tegu uždarytos inde dujos turi tam tikrą pastovią temperatūrą, turi ir slėgimą; tada dujos yra termodinaminėje pusiausvyroje. Jų molekulės visą laiką juda, susismogia tarp savęs ir su indo sienelėmis. Jų judėjimas ir smūgiai neturi įtakos dujų molekulių tankiui, kitaip tariant, molekulių skaičius tūrio vienetą yra visur vienodas ir lygus n , arba bet kuriuo akimirks-

niu dujų tankis yra pastovus įvairiose vietose. Be to, esančios tūrio elemente molekulės turi įvairių linkmių bei skirtingų dydžių greitį; greičių pasiskirstymas visai nepriklauso nuo pasirinktojo tūrio elemento vietos ir kinta, tik molekulėms susismogus tarp savęs. Vienu žodžiu, dujos yra *chaotiškame būvyje*. Jei iš pradžių visos molekulės turėtų tokį pat greitį, tai, joms susismogiant, šis vienodumas tuojau pranyktų. Maksvelas įrodė, kad, esant dujoms termodinaminėje pusiausvyroje, greičiai pasiskirsto tam tikru būdu, ir tą pasiskirstymą smūgiai jau nebepakeičia.

Tegu iš visų esančių 1 cm^3 n molekulių, dn turi tokį greitį c , kurio reikšmės (visai neatsižvelgiant į kryptį) yra tarp c ir $c+dc$. Tikimybių skaičiavime bet kurio įvykio tikimybė nusakoma santykiu tam įvykiui palankių atsitikimų skaičiaus su visų atsitikimų skaičiumi. Taigi tikimybė, kad iš visų n molekulių dn molekulių turės tokį greitį c , bus lygi $\frac{dn}{n}$; pažymėkime ją dT . Maksvelas įrodė, kad

$$dT = \frac{dn}{n} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{c^2}{a^2} e^{-\frac{c^2}{a^2}} \frac{dc}{a}, \quad (72,1)$$

čia a yra konstanta. Tikimybė dT yra proporcinga greičių tarpui dc . Jei $dc=1 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$, tai išskaičiuota šiuo atveju funkcija dT išreikš tikimybę, kad molekulė turės greitį tarp c ir $c+1 \left(\frac{\text{cm}}{\text{sek}}\right)$. 188 pav. kreivė pavaizduoja lygtį (72,1) grafiškai. Gulsčioje ašyje yra $\frac{c}{a}$, o stačioje — $a \frac{dT}{dc}$.



188 pav.

yra tikimybės matas. Paveiksle brūkšniuoto ploto skaitinė reikšmė išreiškia tikimybę, kad molekulės greičio reikšmė bus tarp $\frac{c}{a}$ ir $\frac{c+dc}{a}$ ($\frac{1}{c}$ masteliu). Kreivės ordinatės didžiausia reikšmė yra 0,8 ties abscise $\frac{c}{a} = 1$. Jei jos reikšmė būtų lygi 1, tada visų molekulių greičio reikšmės būtų tarp a ir $a+1$. Nors ji ir nėra lygi 1, bet nedaug tesiskiria nuo jo; tai reiškia, kad daugelio molekulių greitis mažai tesiskiria nuo reikšmės a . Todėl šios reikšmės greitį vadiname tikimiausiu greičiu; pažymėkime jį c_t ; $c_t = a$.

Tikimiausią greitį c_t galime išskaičiuoti, suradę lygties (72,1) didžiausią reikšmę (maksimumą). Išdiferencijavę šią lygtį pagal c ir prilyginę nuliui, gauname:

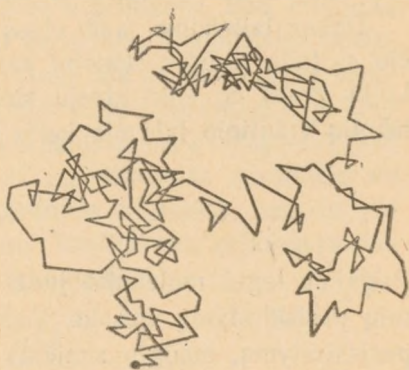
$$1 - \frac{c^2}{a^2} = 0,$$

iš čia

$$c_t = a. \quad (72,2)$$

§ 73. MOLEKULIŲ LAISVASIS KELIAS

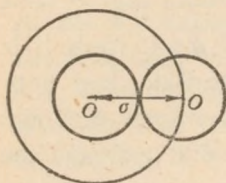
Nors dujų molekulių greitis yra didelis, tačiau jos slenka pirmyn labai pamažu. Pvz., aromatinės medžiagos kvapas pasisklinda arba dūmai išsisklaido kambaryje labai lėtai, kai oras yra visiškai ramus. Pakeliui dujų molekulė visą laiką susitinka su kitomis molekulėmis, nuolat keičia savo judėjimo kryptį; jos nueitas kelias bus laužyta linija (189 pav.). Tarp dviejų vienas paskui kitą vykstančių smūgių molekulė prabėga labai skirtingus kelius. Jų vidutinę reikšmę vadiname *molekulės vidutiniu laisvuju keliu*. Jis nesunkiai nustatomas, kai laikoma, kad molekulės yra elastingi rutulėliai.



189 pav.

Laikykime, kad iš pradžių visos molekulės nejuda išskyrus tik vieną, kuri lekia greičiu c . Dvi molekulės susismogia tada,

kai jų centrai suartėja iki «molekulės diametro» σ (190 pav.). Judančią molekulę apgaubkime rutuliniu paviršium, kurio radiusas σ ; jei šio rutulio centre bus judančiosios molekulės centras, tai šis paviršius apims vadinamąją *molekulės veikimo sferą*; judančioji molekulė tesusismogs tik su tomis molekulėmis, kurių centrai yra jos veikimo sferoje. Judančioji molekulė skrieja greičiu c ; jos veikimo sfera erdvėje 1s laiku užima tūrį $\pi\sigma^2c$. Kai molekulių koncentracija — molekulių skaičius 1 cm^3 — yra n , tai šiame judančios molekulės veikimo sferos tūryje bus $\pi\sigma^2cn$ molekulių, su kuriomis



190 pav.

ir susismogia judančioji molekulė. Taigi jos smūgių skaičius

$$s = \pi\sigma^2cn. \quad (73,1)$$

Tarp dviejų smūgių molekulė suspėja nubėgti vidutinio ilgio laisvąjį kelią

$$l = \frac{c}{\pi\sigma^2cn} = \frac{1}{\pi\sigma^2n}. \quad (73,2)$$

Laisvojo kelio ilgis yra atvirkščiai proporcingas molekulių skaičiui n 1 cm^3 arba dujų tankiui ρ (nes $\rho = mn$, čia m yra molekulės masė), arba jų slėgimui p .

Dabar laikykime, kad visos molekulės juda vienodu greičiu c ; tada smūgių skaičiui rasti reikia paimti reliatyvų molekulių greitį c_1 ; šiuo atveju smūgių skaičius $s = \pi\sigma^2nc_1$, o molekulių vidutinio laisvojo kelio ilgis

$$l = \frac{c}{\pi\sigma^2nc_1}. \quad (73,3)$$

Pagaliau tegul molekulės juda skirtingu greičiu. Greičio reikšmių pasiskirstymą nusako Maksvelo dėsnis. Atsižvelgiant į šį pasiskirstymą, smūgių skaičius

$$s = \sqrt{2} \pi\sigma^2nc. \quad (73,4)$$

Tuomet vidutinio laisvojo kelio ilgis

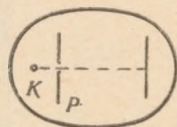
$$l = \frac{1}{\sqrt{2} \pi\sigma^2n}. \quad (73,5)$$

Jei molekulė juda greičiu c , tai vidutinį laisvąjį kelią ji nubėga per laiką

$$\tau = \frac{l}{c} = \frac{l}{\sqrt{2} \pi \sigma^2 n c}. \quad (73,6)$$

Molekulių tikrasis laisvojo kelio ilgis, žinoma, skiriasi nuo jo vidutinio ilgio l ; tačiau skaičius molekulių, kurių laisvojo kelio ilgis žymiai skirtųsi nuo l , yra nedidelis; skaičiavimai parodo, kad, pvz., iš 148 molekulių tik vienos molekulės tikrasis laisvojo kelio ilgis 5 kartus ir iš 22027 molekulių — tik vienos 10 kartų yra didesnis už vidutiniojo laisvojo kelio ilgį.

Molekulių laisvojo kelio vidutinį ilgį tiesiogiai pirmieji matavo Bornas ir Bormanas 1920 m. panašiu būdu, kokį naudojo ir Šternas (§71). Už plyšelio P (191 pav.) jie padėdavo stiklo plokštelę, ant kurios susirinkdavo sidabro molekulės, sudarydamos tamsią juostelę. Kol tyrimas yra atliekamas tuštumoje, visos išlėkusios pro plyšėlį P sidabro molekulės pasiekia renkamąją stiklo plokštelę. Bet jei tiriama dujose arba ore, tai tik dalis jų tegali ją pasiekti, nes kita jų dalis yra pakeliui nukreipiama iš tiesaus kelio kitų dujų molekulių; ir kuo plokštelė yra toliau nuo sidabro vielelės K , tuo mažiau sidabro molekulių nulekia iki plokštelės. Nulekiančių iki renkamosios plokštelės sidabro molekulių skaičius n priklauso nuo emituočių molekulių skaičiaus n_0 , jų laisvojo kelio ilgio l , plokštelės nuotolio s nuo molekulių spindulių šaltinio; šią priklausomybę išaiškiname taip. Pradinis molekulių spindulių stiprumas, t. y. emituočių molekulių skaičius, yra n_0 , o praėjus jiems s kelią — n ; kai, praėjus nykstamai trumpą kelią ds , jų stiprumas susilpnėja dn (tiek molekulių iškreipiama iš pirminės krypties), tai dn yra proporcingas n ir ds ; proporcingumo koeficientas priklausys nuo molekulių laisvojo kelio ilgio l ; tokiu būdu,



191 pav.

$$dn = -n \frac{ds}{l}.$$

Šią lygtį suintegravę, gausime:

$$\ln n = -\frac{s}{l} + \ln C,$$

čia $\ln C$ yra integravimo konstanta. Jei pradinis molekulių spindulių stiprumas, t. y. pralekiančių pro plyšėlį P molekulių

skaičius, yra n_0 , tai, esant $s=0$, $n=n_0$; tada $\ln C = \ln n_0$. Tokiu būdu, praėjusių dujose kelią s molekulių spindulių stiprumas

$$n = n_0 e^{-\frac{s}{l}}. \quad (73,7)$$

Jeigu, esant tokiam pat dujų slėgimui, vieną kartą plokštelę padėsime atstume s_1 , o antrą kartą nuotolyje $s_2 = s_1 + s'$ nuo spindulių šaltinio, tai nugulusių ant jos molekulių skaičiai n_1 ir n_2 bus:

$$\begin{aligned} n_1 &= n_0 e^{-\frac{s_1}{l}}, \\ n_2 &= n_0 e^{-\frac{s_1 + s'}{l}}. \end{aligned}$$

Nugulusių molekulių skaičiai yra proporcingi susidariusių ant renkamosios plokštelės sluoksnių storiui; jei jį atitinkamai pažymėsime q_1 ir q_2 , tai

$$\ln \frac{p_1}{p_2} = \ln \frac{n_1}{n_2} = \frac{s'}{l}; \quad (73,8)$$

iš čia

$$l = \frac{s'}{\ln \frac{p_1}{p_2}}. \quad (73,9)$$

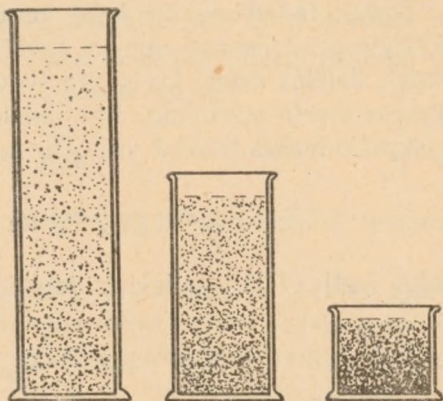
Tenka pastebėti, kad šiuo būdu išmatuotos laisvojo molekulių kelio ilgio reikšmės visai gerai atitiko netiesioginiais būdais surastas to kelio ilgio reikšmes.

✓ § 74. BROUNO JUDEJIMAS. DALELIŲ NUSEDIMAS (SEDEMENTACIJA)

1827 m. Brounas pastebėjo, kad mažytės koloido arba emulsijos dalelės skystyje visą laiką juda netvarkingai visomis kryptimis. Gui tyrimais nustatė, kad jų judėjimas priklauso tik nuo jų dydžio, bet nepriklauso nuo jų prigimties. Šis dalelių judėjimas vaizdžiai parodo skysčio molekulių judėjimą: jas daužo netvarkingai judančios skysčio molekulės ir tokiu būdu verčia jas visą laiką judėti. Taigi šios dalelės turi judėti, kaip juda pačios skysčio molekulės; žinoma, jos yra labai didelės, palyginti su molekule, todėl jų judėjimo greitis yra žymiai mažes-

nis; tačiau reiškinio pobūdis pasilieka toks pat. Vadinas, ir šių dalelių judėjimas turi vykti pagal tuos pačius dėsnius, kurie nusako ir molekulių judėjimą.

Brouno judėjimą smulkiau eksperimentiškai tyrė Perenas; šiam tikslui jis naudojo koloidinius tirpalus. Juose ištirpinta medžiaga pasiskirsto į labai smulkias daleles, kurios stebimos tik ultramikroskopu. Perenas daugiausia naudojo gumimastikos vienalytę, t. y. vienodo dydžio, dalelių emulsiją. Tokios emulsijos daleles galima laikyti idealių dujų molekulemis (tik, žinoma, jų molekulinis svoris yra daug kartų didesnis). Perenas pirmas atkreipė dėmesį į dalelių nusėdimo (sedimentacijos) reiškinį, t. y.



192 pav.

į dalelių koncentracijos kitimą skystyje svorio jėgos įtakoje, einant žemyn (192 pav.). Šį kitimą nusako barometrinė formulė (46,2):

$$p = p_0 e^{-\frac{p_0}{p_0} g x}, \quad (74,1)$$

čia p žymi oro slėgimą aukštyje x , p_0 — Žemės paviršiuje, q_0 — oro tankį, esant slėgimui p_0 , g — laisvai krintančio kūno greitėjimą.

Molekulės masę pažymėkime m , jų skaičių 1 cm^3 — n , tuomet $q_0 = mn$. Bet $n = \frac{N}{V}$, kur N yra molekulių skaičius 1 molyje, V — molio tūris. Tokiu būdu,

$$p = p_0 e^{-\frac{Nm}{p_0 V} g x} \quad (74,2)$$

arba

$$p = p_0 e^{-\frac{Nm}{RT} g x},$$

nes $p_0 V = RT$. Oro slėgimai p ir p_0 yra atitinkamai proporcingi

kurio nors tūrio molekulių skaičiui n ir n_0 . Pakeitę slėgimų santykį atitinkamų molekulių skaičių santykiu, gausime:

$$\frac{n}{n_0} = e^{-\frac{N}{RT} mgx} \quad (74,3)$$

Dabar taikykime šią lygtį koloidinių dalelių pasiskirstymui skystyje priklausomai nuo jo aukščio. Tuomet mg išreiskia stebimąją dalelės svorį, kuris yra lygus tikrojo svorio ir jos tūrio skysčio svorio skirtumui. Kai dalelės radiusas yra r , o dalelės ir skysčio masės tankiai yra ρ_1 ir ρ_2 , tai

$$mg = \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho_1 - \rho_2) g.$$

Taigi lygtį (74,3) galime ir taip išreikšti:

$$\frac{N}{RT} = \frac{3}{4\pi r^3 (\rho_1 - \rho_2) g x} \cdot \ln \frac{n_0}{n}. \quad (74,4)$$

Koloidinių dalelių pasiskirstymą skystyje pagal aukštį, kai skystis yra termodinaminėje pusiausvyroje, paprastai stebime mikroskopu. Pastarąjį fokusuojame, kad aiškiai matytume daleles tam tikrame aukštyje; žinodami fokusavimo gylį ir suskaičiavę matomas daleles, galime surasti jų koncentraciją; taip skaičiuojame daleles skirtingo aukščio (pvz., kas keli mikronai) gulsčiose emulsijos plokštumose. Bet dalelių judėjimas kliudo jas skaičiuoti, todėl daleles fotografuojame ir jau fotografijoje jas skaičiuojame. Nustatę šiuo būdu dalelių koncentraciją, suradę jų radiusą (kad ir Stokso būdu), iš lygties (74,4) galime išskaičiuoti Lošmito skaičių N . Iš daugelio matavimų buvo nustatyta, kad $N = 6,0247 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Dalelių masės tankis ρ_1 nustatomas dažniausiai šiuo būdu. Iš pradžių surandame vandens ir koloidinio tirpalo m_0 ir m_1 mases piknometru; vėliau, išdžiovinę emulsiją, išmatuojame koloidinių dalelių masę m_2 . Kai vandens tankis yra ρ_0 , tai piknometro tūris bus lygus $\frac{m_0}{\rho_0}$, vandens, kuris užpildo tarpus tarp dalelių, $\frac{m_1 - m_2}{\rho_0}$; taigi dalelių užimtas tūris yra lygus

$$\frac{m_0}{\rho_0} - \frac{m_1 - m_2}{\rho_0}.$$

Žinodami jų tūrį, galime surasti jų tankį:

$$\rho_1 = m_2 : \left(\frac{m_0}{\rho_0} - \frac{m_1 - m_2}{\rho_0} \right).$$

Be to, Perenas eksperimentiškai patikrino Einšteino išvestą, taikant Brouno judėjimui molekulių judėjimo dėsnius, formulę, kuri nusako radiuso r dalelės poslinkių tam tikra kryptim per laiką t kvadrato vidurkį $\bar{x}^2$; čia x išreiškia dalelės poslinkį pasirinktąja kryptimi, jai judant laužtine linija;

$$\bar{x}^2 = \frac{2RTt}{6N\pi\eta r}. \quad (74,5)$$

Taigi, dalelės poslinkis yra proporcingas absoliutinei temperatūrai ir laikui.

Brouno judėjimas dujose buvo pastebėtas ir ištirtas žymiai vėliau, kaip skysčiuose. Nušvietus esančias ore dulkeles bei tabako dūmus ir stebint pro mikroskopą galima matyti dulkelių Brouno judėjimą. Dulkelių poslinkis dujose yra žymiai (ore — 8, o vandenyje iki 15 kartų) didesnis, kaip skystyje; sumažinus dujų slėgimą, dalelių poslinkis padidėja 50—200 kartų. Debroye pirmas nurodė, kad N galima nustatyti, matuojant dalelių poslinkį dujose. Dalelių poslinkio kvadrato vidurkį ir šiuo atveju išreiškia lygtis (74,5). Šiuo būdu surasta N reikšmė gerai sutinka su nustatyta reikšme, matuojant dalelių poslinkį skysčiuose.

Dalelių nusėdimas koloidiniuose tirpaluose leidžia eksperimentiškai nustatyti 1 grammolekulės molekulių skaičių N . Jį žinodami, galime išskaičiuoti molekulių skaičių n 1 cm³. Eksperimentiškai išmatavę molekulių greitį ir jų laisvojo kelio ilgį, galime surasti molekulių radiusą, jų smūgių skaičių per 1s, vidutinį laiką tarp dviejų smūgių. Taigi kinetinė dujų teorija leidžia nustatyti visus būdingus molekulinės teorijos dydžius.

4 lentelė. Kai kurių dujų molekuliniai dydžiai

Dujos	Vidutinio laisvojo kelio ilgis l cm	Smūgių skaičius per 1s s s ⁻¹	Vidutinis laikas tarp dviejų smūgių τ s	Molekulės veikimo sferos radiusas σ cm
H ₂ . . .	$1,78 \cdot 10^{-5}$	$9,5 \cdot 10^9$	$1,0 \cdot 10^{-10}$	$2,4 \cdot 10^{-8}$
O ₂ . . .	$1,02 \cdot 10^{-5}$	$4,2 \cdot 10^9$	$2,4 \cdot 10^{-10}$	$2,97 \cdot 10^{-8}$
N ₂ . . .	$0,95 \cdot 10^{-5}$	$4,8 \cdot 10^9$	$2,1 \cdot 10^{-10}$	$3,15 \cdot 10^{-8}$
CO ₂ . . .	$0,65 \cdot 10^{-5}$	$5,5 \cdot 10^9$	$2,0 \cdot 10^{-10}$	$3,33 \cdot 10^{-8}$

Dujų kinetinės teorijos molekuliniai dydžiai yra arba labai dideli (molekulių skaičius, jų smūgių skaičius ir kt.), arba labai maži (laisvojo kelio ilgis, vidutinis laikas tarp smūgių, molekulės radiusas) skaičiai. Mums jie nėra įprasti ir sunkiai įsivaizduojami. Paimkime molekulių skaičius 1 cm^3 $n = 2,69 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$. Koks tai milžiniškas skaičius, gali pavaizduoti šis pavyzdys. Jei 1 cm^3 esančias molekules suvertume ant siūlelio ir tokiu būdu sudarytume karolėlius, tai tokiais karolėliais galėtume papuošti mūsų Žemę, apsukdami karolius aplink ją 65 kartus. Bent apytikriai paskaičiuokime karolėlių ilgį. Molekulės diametrą imkime 10^{-8} cm . Suvėrus jas ant siūlo, gautųjų karolių ilgis lygus $27 \cdot 10^{18} \cdot 10^{-8} \text{ cm} = 27 \cdot 10^{10} \text{ cm} = 27 \cdot 10^5 \text{ km}$. Žemės radiusas yra (apytikriai) lygus 6300 km . Jos apskritimo ilgis per pusiaują lygus $2\pi \cdot 6300 \approx 37800 \text{ km} = 0,378 \cdot 10^5 \text{ km} \approx 0,4 \cdot 10^5 \text{ km}$. Karolėlius galėsime apsukti aplink Žemę $\frac{27 \cdot 10^5}{0,4 \cdot 10^5} \approx 65$ kartus. Arba 1 cm^3 molekules sudėję plokštumoje vieną šalia kitos galėtume nukloti $0,84 \text{ m}^2$.

§ 75. DUJŲ SPECIFINĖ ŠILUMA. ENERGIJOS VIENODO PASISKIRSTYMO DĖSNIS

Kad pašildytume kūną, reikia jam suteikti šilumos. Reikalingą kūnui suteikti šilumos kiekį, kad jo temperatūra pakiltų 1°C , vadiname kūno *šiluminiu talpumu*, o pakelti jo 1 g masės temperatūrą 1°C — *specifinę šilumą*. Dažnai kūnų šiluminį talpumą nusakome *atomine* arba *molekuline šiluma*.

Atomine šiluma vadiname šilumos kiekį, kuris reikalingas medžiagos 1 gramatomo masei pašildyti 1°C , o molekuline, arba moline — pašildyti 1 gram molekulės masei 1°C .

Jos reikšmės surandame, sudauginę specifinę šilumą iš medžiagos atominės arba molekulinės masės.

Apskritai, kūnus galime šildyti dvejopai: juos šildant, laikyti jų tūrį pastovų arba laikyti slėgimą pastovų. Antruoju atveju šildomi kūnai plečiasi ir atlieka darbą, nugalėdami išorinį slėgimą. Abiem atvejais reikės suteikti skirtingą šilumos kiekį. Todėl turime ir dvejopą kūnų specifinę šilumą: esant pastoviam tūriui, c_v ir, esant pastoviam slėgimui, c_p ; c_p yra didesnė už c_v . Kietieji ir skystieji kūnai šildomi nedaug teišsiplečia, todėl jų c_p ir c_v mažai tesiskiria. Žymiai daugiau plečiasi šildomos dujos,

todėl jų specifinės šilumos reikia jau skirti. Eksperimentiškai dažniausiai surandame dujų c_p , nes matuojant paprasčiau yra išlaikyti tą patį slėgimą, kaip tūrį.

Buvo patirta, kad cheminių junginių molekulinė (arba molinė) šiluma yra lygi įeinančių į šį junginį cheminių elementų atominių šilumų sumai. Dujų molekulinė šiluma priklauso nuo atomų skaičiaus molekulėje; taip vienaatomių dujų molekulinė šiluma C_V apytiksliai yra lygi 3 cal mol^{-1} , dviaatomių — 5 cal mol^{-1} .

Molekulinė kinetinė dujų teorija iš dalies išaiškina anksčiau minėtus taisyklumus. Pagal šią teoriją kūnų šiluminės energijos išteklį sudaro atomų arba molekulių energija.

Paimkime idealių dujų 1 gram molekulę. Jų masę pažymėkime M , slėgimą p , o tūrį V , tai

$$pV = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} Mc^2,$$

čia c yra vidutinis kvadratinis molekulių greitis. Antra vertus (70,10)

$$pV = RT;$$

tokiu būdu,

$$\frac{1}{2} Mc^2 = \frac{3}{2} RT. \quad (75,1)$$

Dydis $\frac{3}{2} RT$ yra pastovus, kai paimtųjų (1 gram molekulės) dujų temperatūra nesikeičia. Taigi ir visų dujų kinetinė energija yra vienoda, kai jų temperatūra yra vienoda. Padalykime abi lygties (75,1) puses iš molekulių skaičiaus molyje N . $\frac{M}{N} = m$ yra atskiros molekulės masė; $\frac{R}{N} = k$ yra Bolcmano konstanta: $k = \frac{R}{N} = \frac{8,313 \cdot 10^7 \text{ erg}}{6,023 \cdot 10^{23} \text{ laip}} = 1,38 \cdot 10^{-16} \frac{\text{erg}}{\text{laip}}$. Tokiu būdu, bet kurių dujų molekulių vidutinę slenkamojo judėjimo kinetinę energiją taip išreiškiame:

$$\frac{1}{2} mc^2 = \frac{3}{2} kT. \quad (75,2)$$

Išskaidę kvadratinį greitį c dedamosiomis, gausime:

$$\frac{1}{2} m(c_x^2 + c_y^2 + c_z^2) = \frac{3}{2} kT.$$

Kadangi dujų molekulių judėjimas yra visiškai chaotiškas, tai jos lekia visomis kryptimis, kurių kiekviena bus lygiai vienodai tikima ir nė viena iš jų normaliose sąlygose nebus kuo ypatingu išskirta iš visų kitų. Todėl ir greičio dedamųjų c_x , c_y ir c_z įvairios reikšmės, kurios kitės tarp $c=0$ ir $c=c_d$ (didžiausios reikšmės) šiomis trimis kryptimis x , y , z , pasitaikys vienodai dažnai, ir šių krypčių greičio kvadrato vidurkiai turės būti lygūs:

$$c_x^2 = c_y^2 = c_z^2 = \frac{c^2}{3}.$$

Tuomet ir

$$\frac{1}{2} m c_x^2 = \frac{1}{2} m c_y^2 = \frac{1}{2} m c_z^2. \quad (75,3)$$

Molekulės slenkamojo judėjimo vidutinę kinetinę energiją galima įsivaizduoti esančią sudėtą iš trijų lygių dalių. Laisvos molekulės judėjimas nusakomas trimis vienas nuo kito nepriklausomais parametrais, šiuo atveju trimis greičio dedamosiomis; kitaip tariant, laisvai judanti molekulė turi tris laisvės laipsnius (§ 6). Ir kiekvienam laisvės laipsniui tenka skirti vienodas kinetinės energijos kiekis, lygus $\frac{1}{2} kT$. Tokiu būdu,

termodinaminėje pusiausvyroje šiluminė (molekulių kinetinė) energija yra padalyta lygiomis dalimis tarp visų laisvės laipsnių (arba nepriklausomų parametru).

Ši kinetinės energijos lygių dalių dėsni, kilusį iš Maksvelo greičių pasiskirstymo dėsni, vėliau Bolcmanas apibendrina į principą, parodydamas, kad lygių dalių dėsnis tinka ne vien tik kinetinei, bet visai energijai, ir ne tik dujų, bet ir bet kurios, kad ir kaip ji sudėtinga būtų, sistemos molekulėms bei atomams arba jonams.

Apskritai, dujų molekulės turi ne tik kinetinę (slinkimo), bet ir potencialinę rotacijos ir vibracijos energiją. Kai molekulės turi tik kinetinę ir potencialinę energiją, tai kiekvieną judėjimo laisvės laipsnį vidutiniškai atitinka $\frac{1}{2} kT$ kinetinės ir $\frac{1}{2} kT$ potencialinės energijos, taigi iš viso kT energija. Imkime vienatomes dujas. Atomai turi tik kinetinę (slinkimo) energiją, kuri vidutiniškai lygi $\frac{3}{2} kT$. Kadangi 1 gram molekulė turi iš viso N atomų, tai jos visa energija

$$E = \frac{3}{2} NkT = \frac{3}{2} RT,$$

taigi vienatomių dujų molekulinė šiluma, esant pastoviam tūriui,

$$C_V = \frac{dE}{dT} = \frac{3}{2} R \approx 2,98 \text{ cal mol}^{-1}.$$

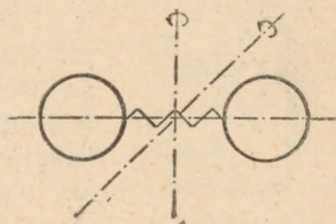
Bet idealių dujų molekulinį šilumą, esant pastoviam tūriui bei pastoviam slėgimui, C_V bei C_p skirtumas yra lygus universalienei dujų konstantai R (86,5). Todėl

$$C_p = \frac{3}{2} R + R = \frac{5}{2} R \approx 4,96 \text{ cal mol}^{-1}$$

ir

$$\frac{C_p}{C_V} = 1,66.$$

Dviatomių dujų molekulės sudaro du tarp savęs surišti atomai (193 pav.). Tokia sistema gali ne tik slinkti erdvėje, bet ir sukstis aplink dvi viena antrai statmenas ir einančias pro sistemos svorio centrą ašis; be to, atomai gali virpėti išilgai jungiančios atomų centrų linijos. Tokia molekulė turi žymiai didesnę judėjimo laisvės laipsnių skaičių. Jos energija yra sudėta iš slinkimo E_s , sukimosi, arba rotacijos, E_r , ir vibracijos E_v energijos, o jei atomai yra sužadinti, tai ir iš elektronų sužadavimo energijos. Jei laikysime,



193 pav.

kad molekulė tegali slinkti ir sukstis aplink 2 ašis, tada jos judėjimas turi 5 laisvės laipsnius, ir ji turi energiją $E = \frac{5}{2} kT$.

Dviatomių dujų 1 grammolekulės molekulinė šiluma

$$C_V = \frac{dE}{dT} = \frac{5}{2} R \approx 4,96 \text{ cal/mol},$$

$$C_p = \frac{7}{2} R \approx 6,93 \text{ cal/mol},$$

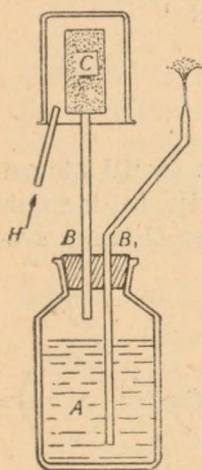
$$\frac{C_p}{C_V} = 1,41.$$

Dujų molekulinės šilumos matavimai vidutinėse temperatūrose tik iš dalies patvirtina šias molekulinės kinetinės dujų teorijos išvadas.

Molekulinė kinetinė dujų teorija pajėgia išaiškinti visą eilę dujoms būdingų pernešimo reiškinių, k. a., dujų difuziją, vidinę trintį, šiluminį laidumą ir kt. Susipažinkime su jais smulkiau.

✓ 1. Skysčių ir dujų difuzija. Įpilkime į indą koncentruoto vario sulfato tirpalo, o ant viršaus užpilkime gryno vandens. Iš pradžių abu skysčiai atsiriboja griežtu skiriamuoju paviršium. Bet po kiek laiko griežta riba tarp abiejų skysčių pradeda nykti. Nors ir sunkesnis vario sulfato tirpalas palengva kyla aukštin.

nudažydamas mėlynai viršutinius vandens sluoksnius, vanduo sunkiasi žemyn. Ilgainiui abu skysčiai susimaišo, sudarydami visur vienodos koncentracijos mišinį. Šį skysčių savaimingą maišymąsi vadiname *difuzija*.



194 pav.

Dujos savaimė maišosi greičiau už skysčius. Jų difuziją stebime šiuo būdu. Į butelį *A* įpilame vandens (194 pav.), užkemšame jį kamščiu su dviem stikliniais vamzdžiais *B* ir *B₁*. Pirmojo (*B*) vamzdžio viršutiniame gale pritvirtintas akytas molinis indas *C*. Pastarasis apvožiamas indu. Į tarpusienį tarp *C* ir to indo leidžiama vandenilio. Jau po trumpo laiko pro vamzdį *B₁* iškyla vandens fontanas, nes vandenilis, difunduodamas greičiau už orą, padidina inde *A* slėgimą.

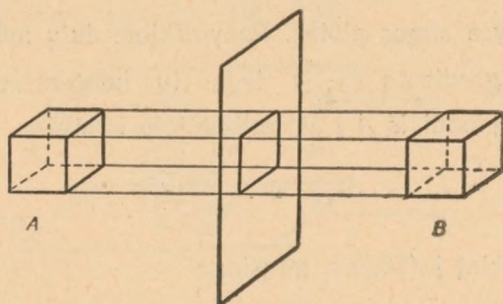
Difuzijos būdu perneštas pro plotą ΔS per laiką Δt dujų kiekis ΔM yra proporcingas ΔS , Δt ir dujų koncentracijos n gradientui (jų koncentracijos pakitimui 1 cm nuotolyje) $\frac{\Delta n}{\Delta x}$ ir taip išreiškiamas:

$$\Delta M = -D \frac{\Delta n}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t; \quad (76,1)$$

čia D yra difuzijos koeficientas, kurio skaitinė reikšmė parodo pernešamą pro ploto vienetą (1 cm²) per laiko vienetą (1s), esant koncentracijos gradientui vienetui $\left(\frac{\Delta n}{\Delta x} = 1\right)$, dujų masę. Dujų difuzijos tyrimai parodė, kad difuzijos koeficientas, esant vidutiniams slėgimams, yra atvirkščiai proporcingas slėgimui.

ir priklauso nuo dujų temperatūros ir molekulinio svorio. Temperatūrai kylant, difuzija stiprėja, didesnio molekulinio svorio dujos difunduoja lėčiau, kaip mažesnio.

Paimkime du kubo pavidalo dujų tūrius A ir B (195 pav.), nutolusius nuo pertvaros per dujų molekulių laisvojo kelio vidutinį ilgį l . Pertvaroje yra kubo sienelės ploto dydžio ir jai



195 pav.

lygiagretė anga. Dujų molekulių skaičius kube A yra $n_A = n_1 l_k^3$, o kube B — $n_B = n_2 l_k^3$, čia l_k yra kubo briaunos ilgis, n_1 ir n_2 — atitinkamai molekulių koncentracija (molekulių skaičius 1 cm^3) kubuose. Molekulės juda visiškai chaotiškai, taigi iš visų kubuose esančių molekulių n_A ir n_B , apskritai, ašies x kryptimi tam tikru akimirksniu juda $\frac{1}{3}n_A$ ir $\frac{1}{3}n_B$ molekulių, o tos ašies teigiama arba neigiama kryptim $\frac{1}{6}n_A$ ir $\frac{1}{6}n_B$. Visos abiejų tūrių molekulės nulekia iki pertvaros nesusidurdamos; jos pralekia pro pertvaros angą per laiką $\delta t = \frac{l_k}{\bar{c}}$, kur $\bar{c}$ yra molekulių vidutinis šiluminio judėjimo greitis. Todėl per laiko vienetą (1 s) teigiama ašies x kryptimi pralėks molekulių skaičius

$$\Delta n_A = \frac{n_A}{6\delta t} = \frac{n_A \bar{c}}{6l_k},$$

o neigiama kryptim

$$\Delta n_B = \frac{n_B}{6\delta t} = \frac{n_B \bar{c}}{6l_k}. \quad (76,2)$$

Jei dujų molekulių koncentracija vietose A ir B nevienoda, sakyme $n_1 > n_2$, tai pro angą pralėks teigiamos ašies x kryptimi didesnis, o neigiamos — mažesnis molekulių skaičius; ir pralė-

kusių per laiką Δt abiem kryptim molekulių skaičių skirtumas bus taip išreikštas:

$$\begin{aligned}\Delta n &= (\Delta n_A - \Delta n_B) \cdot \Delta t = \frac{1}{6} \bar{c} (n_A - n_B) \cdot \Delta t = \\ &= \frac{1}{6} \bar{c} l_k^2 (n_1 - n_2) \cdot \Delta t = \frac{1}{6} \bar{c} (n_1 - n_2) \cdot \Delta S \cdot \Delta t, \quad (76,3a)\end{aligned}$$

kur $l_k^2 = \Delta S$ yra angos plotas. Pažymėkime dujų molekulių koncentracijos gradientą $\frac{\Delta n}{\Delta x}$; tada jų koncentracijos kitimą $(n_1 - n_2)$, pereinant iš A į B , galime taip išreikšti:

$$n_1 - n_2 = \frac{\Delta n}{\Delta x} 2l.$$

Įstatę šį reiškinių į (76,3a), gausime:

$$\Delta n = \frac{1}{3} \bar{c} l \frac{\Delta n}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t. \quad (76,3)$$

Palyginę lygtį (76,3) su (76,1), gauname, kad

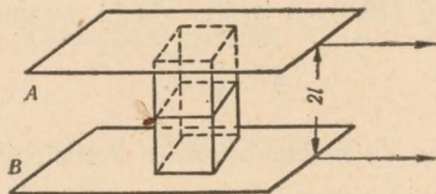
$$D = -\frac{1}{3} \bar{c} l. \quad (76,4)$$

Tokiu būdu dujų difuzijos koeficientas yra proporcingas molekulių šiluminio judėjimo vidutiniam greičiui $\bar{c}$ ir jų laisvojo kelio vidutiniam ilgiui l . Pagal lygtis (71,2) $\bar{c} \sim \sqrt{\frac{T}{M}}$; taigi $D \sim \sqrt{\frac{T}{M}}$. Molekulių laisvojo kelio vidutinis ilgis l atvirkščiai proporcingas dujų koncentracijai n (73,5), reiškia, ir jų slėgimui p ; taigi $D \sim \frac{1}{p}$, ką patvirtina ir eksperimentiniai tyrimai. Bet tokia dujų difuzijos koeficiento priklausomybė nuo slėgimo pastebima, tik esant vidutiniams dujų slėgimams. Prareitintose dujose dujų slėgimo įtaka difuzijai silpnėja ir visai išnyksta (§ 78).

✓ 2. **Dujų vidinė trintis.** Kai dujų arba skysčių sluoksniai slenka vienas kito atžvilgiu, tai tarp jų pasireiškia trinties jėga F , kuri išreiškiama taip (§ 49):

$$F = \eta \frac{\Delta v}{\Delta x} \cdot \Delta S, \quad (76,5)$$

čia $\frac{\Delta v}{\Delta x}$ yra greičio gradientas (greičio pakitimas 1 cm nuotolyje), ΔS — sluoksnių plotas, η — vidinės trinties koeficientas. Vidinės trinties kilmę molekulinė kinetinė dujų teorija aiškina taip; molekulės, lėkdamos iš greitesnio sluoksnio į lėtesnį, perneša didesnį judėjimo kiekį, kaip atvirkščia kryptim, o judėjimo kiekio pakitimas sukelia jėgą, lėtinančią greitesnį ir greitinančią lėtesnį dujų sluoksnį, taigi trintį.



196 pav.

Paimkime dujos du sluoksnius A ir B (196 pav.), nutolusius per $2l$, čia l — vidutinis molekulių laisvojo kelio ilgis; tegu viršutinis sluoksnis slenka ašies x kryptimi greičiu v_1 , o apatinis — v_2 ir $v_1 > v_2$; molekulių koncentracija abiejuose sluoksniuose vienoda ir lygi n . Pro plotą ΔS per laiką Δt abiem kryptim pralėks toks pat molekulių skaičius Δn :

$$\Delta n = \Delta n_A = \Delta n_B = \frac{1}{6} n \bar{v} \cdot \Delta t = \frac{1}{6} n \bar{v} \cdot \Delta S \cdot \Delta t.$$

Bet kadangi pereinančių iš sluoksnio A molekulių greitis v_1 yra didesnis už sluoksnio B molekulių greitį v_2 , tai pirmąją kryptim pernešamas didesnis judėjimo kiekis, kaip antrąją. Perneštų judėjimo kiekių abiem, statmenom sluoksnių slinkimo kryptim, skirtumas ΔK taip išreiškiamas:

$$\Delta K = \frac{1}{6} \bar{v} n m (v_1 - v_2) \cdot \Delta S \cdot \Delta t. \quad (76,6)$$

Sluoksnių greičių skirtumą $v_1 - v_2$ galime taip išreikšti, jei greičio gradientą pažymėsime $\Delta v / \Delta z$:

$$v_1 - v_2 = \frac{\Delta v}{\Delta z} 2l.$$

Tai įstatę į lygtį (76,6), gauname:

$$\Delta K = \frac{1}{3} \bar{v} n m l \left(\frac{\Delta v}{\Delta z} \right) \cdot \Delta S \cdot \Delta t. \quad (76,7)$$

Iš čia trinties jėga (judėjimo kiekio pakitimas per laiko vieneta)

$$F = \frac{\Delta K}{\Delta t} = \frac{1}{3} \bar{c} m n l \left(\frac{\Delta v}{\Delta z} \right) \cdot \Delta S$$

arba

$$F = \frac{1}{3} \bar{p} \bar{c} l \left(\frac{\Delta v}{\Delta z} \right) \cdot \Delta S, \quad (76,8)$$

nes $nm = p$.

Palyginę lygtį (76,8) su lygtimi (76,5), surandame:

$$\eta = \frac{1}{3} \bar{p} \bar{c} l. \quad (76,9)$$

Taip išreiškiamas dujų vidaus trinties koeficientas. Kadangi $\bar{c}$ nepriklauso nuo dujų slėgimo, bet $p \sim \rho$, o $l \sim \frac{1}{p}$, tai η turi nepriklausyti nuo slėgimo. Tyrimai visai patvirtino šią išvadą, kol slėgimas nėra mažas (§ 78).

✓ 3. Dujų šiluminis laidumas. Pagaliau molekulinė kinetinė dujų teorija išaiškina ir dujų šiluminį laidumą.

Tyrimas rodo, kad, esant temperatūros skirtumui, dujose pernešamas žemesnės temperatūros kryptimi šilumos kiekis ΔQ priklauso nuo temperatūros gradiento $\frac{\Delta T}{\Delta x}$ ir yra lygus:

$$\Delta Q = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \cdot \Delta t, \quad (76,10)$$

čia λ yra dujų šiluminio laidumo koeficientas. Dujų šiluminį laidumą molekulinė kinetinė dujų teorija aiškina taip: aukštesnės (T) temperatūros sluoksnio dujų molekulės, nulėkusios į žemesnės (T_0) temperatūros sluoksnį, perneša didesnę energijos kiekį, kaip žemesnės temperatūros sluoksnio, perlekiančios į aukštesnės temperatūros sluoksnį. Samprotaudami panašiai, kaip samprotaudavome, aiškindami difuziją, surasime, kad perneštų abiem kryptim energijų skirtumą ΔQ galima taip išreikšti:

$$\Delta Q = \frac{1}{6} \bar{c} n \cdot \frac{i}{2} k (T_1 - T_0) \cdot \Delta S \cdot \Delta t,$$

kur i yra molekulių judėjimo laisvės laipsnių skaičius, n — molekulių koncentracija, k — Bolcmano konstanta. Išreiškę $T_1 - T_0$

dydžiu $\frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot 2l$, čia $\frac{\Delta T}{\Delta x}$ yra temperatūros gradientas, gauname:

$$\Delta Q = \frac{1}{3} \bar{n} \bar{c} l \frac{i}{2} k \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \Delta S \cdot \Delta t. \quad (76,11)$$

Palyginę lygtis (76,11) ir (76,10), matome, kad

$$\lambda = \frac{1}{3} \bar{n} \bar{c} l \frac{i}{2} k. \quad (76,12)$$

Šį λ reiškimą galime taip pakeisti. Kadangi $k = \frac{R}{N}$ (69,7), tai (§ 75)

$$\frac{i}{2} k = \frac{i}{2} \frac{R}{N} = C_V \frac{1}{N},$$

čia C_V yra dujų molinė šiluma, esant pastoviam tūriui. Taigi

$$\lambda = \frac{1}{3} \bar{n} \bar{c} l C_V.$$

Bet $\frac{n}{N} = \frac{\rho}{M}$, čia ρ — dujų tankis, M — jų gram molekulės masė; taigi

$$\frac{n}{N} C_V = \rho \frac{C_V}{M} = c_V,$$

kur c_V yra dujų specifinė šiluma, esant pastoviam tūriui. Taigi

$$\lambda = \frac{1}{3} \bar{c} l \rho c_V. \quad (76,13)$$

Dujų šiluminio laidumo koeficientas λ , kaip ir jų vidinės trinties koeficientas η , nepriklauso nuo jų slėgimo, kol slėgimai yra labai maži.

Iš D , η ir λ reiškinius įeina l ; todėl, išmatavę šiuos tris koeficientus, galime išskaičiuoti molekulių laisvojo kelio vidutinį ilgį l , o iš (73,2) ir molekulių efektyvų diametrą σ . Pastarasis išskaičiuotas iš D , η ir λ , turi kiek skirtingas reikšmes, nes teorijos yra apytikrės. Iš lygčių (76,13) ir (76,9) santykio gauname:

$$\frac{\lambda}{\eta} = c_V. \quad (76,14)$$

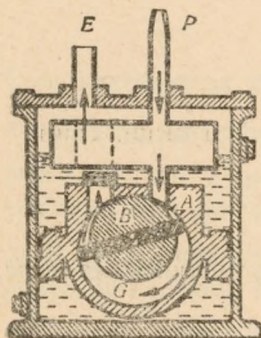
Bet tikrumoje $\frac{\lambda}{\eta} = K c_V$, čia K yra tam tikras daugiklis, priklausantis nuo dujų prigimties.

✓ § 77. BUDAI DUJOMS PRARĖTINTI IR MAŽIEMS SLĖGIMAMS MATUOTI

Orą arba kitas dujas prarėtiname vakuumo siurbliais, kurie labai plačiai naudojami fizikos ir kitų mokslų tyrimo laboratorijose ir gamybos įmonėse.

Prarėtintų dujų ertmę gausime, išstūmę orą arba kurias kitas dujas kietu arba skystu kūnu. Taip išstūmę gyvsidabriu orą iš barometrinio vamzdžio, gauname jau prarėtintų dujų ertmę — Toričelio tuštumą. Stūmokliniuose siurbliuose orą arba dujas

išstumia kietas kūnas — stūmoklis. Pirmąjį stūmoklinį siurblį padirbo dar 1635 m. O. Gerikė.



197 pav.

Šiuo laiku laboratorijose dažniausiai naudojami sukamieji aliejiniai siurbliai. 197 pav. matome Gedės siurblio schemą. Apskritame siurblio inde *A* sukasi ant ašies užmontas ekscentrinis stūmoklis *B*. Stūmoklyje yra įtaisyti du kaištukai, kuriuos plieninė spyruoklė spaudžia į siurblio sienelę. Sukantis stūmokliui strėlės nurodyta kryptimi, sujungta su indu ertmė *P* didėja, ir iš indo yra čiulpiamas oras. O ertmėje *G* oras suslegiamas ir pro *E* išvaromas lauk. Šis, kaip ir kiekvienas stūmoklinis siurblys, gali būti naudojamas ne tik orui retinti, bet ir slėgti. Aliejiniais oro siurbliais galime prarėtinti orą iki 0,2 mm Hg slėgimo. Nuosekliai sujungti du siurbliai gali žymiai daugiau prarėtinti orą. Aliejiniai sukamieji siurbliai dažniausiai naudojami priešvakuumui (tokiam prarėtinimui, kad galėtų veikti sujungti su jais aukšto vakuumo siurbliai) sudaryti.

Nedideliems oro prarėtinimams gauti laboratorijoje labai plačiai naudojamas jau § 48 aprašytas vandens siurblys, jungiamas prie vandentiekio tinklo. Vanduo bėga vamzdžiu, kuris gale kūgiškai siaurėja. Susiaurėjusi toje vietoje vandens srovė vėliau įbėga vėl į storesnį vamzdį ir iš jo nubėga į kriauklę. Siaurėjant vandens srovei, jai einant iš viršutiniojo vamzdžio, joje slėgimas žymiai sumažėja. Todėl vandens srovė čiulpia orą ir nuneša jį kartu su savim. Šoniniu vamzdeliu siurblys prijungiamas prie indo, kuriame norima prarėtinti orą. Van-

dens srovės siurblyje visuomet bus prisotinti vandens garai, todėl juo negalėsime gauti didesnio praretinimo, kaip prisotintų vandens garų slėgimas (10–20 mm Hg kambario temperatūroje). Vandens srovės siurblys dažniausiai jungiamas prie rotacinių siurblių geresniam priešvakuumui gauti.

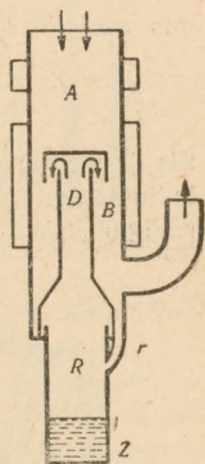
Dideliems praretinimams gauti dažniausiai naudojami gyvsidabrio arba aliejiniai difuziniai siurbliai, jie praretina dujas iki 10^{-4} – 10^{-5} mm Hg slėgimo ir daugiau.

198 pav. parodoma paprasčiausios konstrukcijos stiklinio difuzinio siurblio schema. Apatinėn siurblio dalin įpilama gyvsidabrio arba aliejaus ir šildoma: susidariusi garų srovė garolaidžiu *R* pereina angą *D* į indą *B*, kuris sujungtas su vakuumine ertme. Jo sąsmaukoje garų srovė sudaro savos rūšies pertvarą, atskiriančią aukšto vakuumo ertmę *A*, kuri sujungta su indu, nuo vidutinio vakuumo ertmės *B*, sujungtos su priešvakuuminio siurblio.

Dujų molekulės iš ertmės *A* per susiaurintą žiedinę angą difunduoja į ertmę *B*, kadangi vidinėje garų srovės dalyje nėra dujų. Ertmėje *B* (kondensoriuje) gyvsidabrio arba aliejaus garai kondensuojasi ant vandens vėsinaimų siurblio sienelių ir nubėga vamzdeliu *r* atgal į indą *Z*. Apatinėje vamzdelio *r* dalyje sifoninis kamštis atskiria aukšto vakuumo sritį *A* nuo kaitinamojo indo *Z*. O išsiskyrusios iš gyvsidabrio arba aliejaus garų srovės dujos išsiurbiamos į priešvakuuminę ertmę.

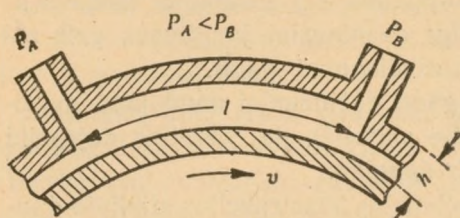
Difuziniai siurbliai konstruojami įvairiai; aukštesniam vakuumui gauti jie sujungiami nuosekliai, sudarydami kelių laiptų siurblius. Kad difuziniai siurbliai galėtų veikti, jiems reikalingas priešvakuumas iki 0,1 mm Hg. Siekiant didesnio vakuumo, gyvsidabrio ir aliejaus garų bei dujų likučiai pašalinami, adsorbuojant juos įkaitinta ir iki skysto oro temperatūros atvėsinta medžio arba kokoso riešuto anglim. Anglis ypatingai gerai adsorbuoja dujas, o be to, jos iššaldomos skysto oro temperatūroje.

Labai aukštam vakuumui gauti naudojami ir molekuliniai siurbliai. Jų veikimas pagrįstas tuo reiškiniu, kad praretintų dujų molekulės, susismogusios su greit judančiu paviršium, įgauna



198 pav.

papildomą greitį paviršiaus judėjimo kryptim. Ties judančiu paviršium molekulos slenka jo judėjimo kryptim (199 pav.), sudarydamos slėgimų skirtumą



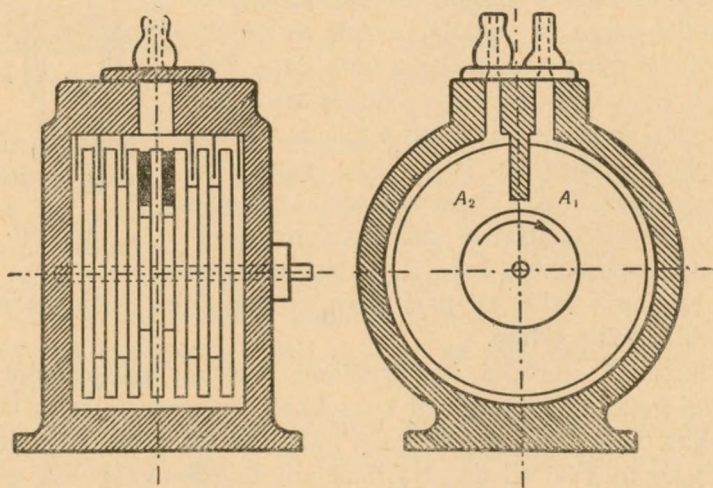
199 pav.

$P_B - P_A$. Pastarasis yra tiesiog proporcingas perimetro, kur molekulės liečiasi su judamu paviršiumi, ilgiui l , dujų vidinės trinties koeficientui η , paviršiaus judėjimo greičiui v ir atvirkščiai proporcingas

nuotolio h tarp judamo ir nejudamo paviršių kvadratui:

$$P_B - P_A = \frac{6l\eta v}{h^2}. \quad (77,1)$$

Sis dėsniumas pasireiškia tik aukštame vakuume, kada molekulių smūgių skaičius su paviršiais yra daug kartų didesnis už smūgių skaičių tarp pačių molekulių. Dujas praretinus, pastarasis



200 pav.

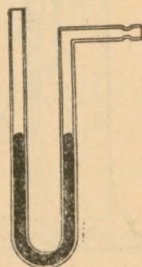
žymiai sumažėja; o esant dideliame praretinimui, tokie smūgiai nebepasitaiko.

Molekulinis siurblys sudarytas iš besisukančio rotoriaus (200 pav.), patalpinto į cilindrinį lygių sienelių statorių. Rotoriaus paviršiuje ištekinta keletas žiedinių griovelių, jie viduryje

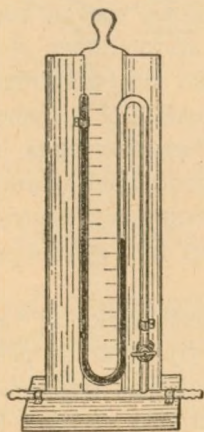
gilesni (iki 5 mm), o kraštuose negilūs. Dantytą pertvarėlę, kurios dantukai įeina į rotoriaus griovelius, paskirsto vidinę statoriaus dalį į dvi dalis A_1 ir A_2 . Rotorius sukasi labai greit, apsisukdamas 10—20 tūkstančių kartų per minutę. Rotoriui sukantis strėlės nurodyta kryptimi, dujų molekulės iš ertmės A_1 grioveliais slenka į ertmę A_2 ir iš čia ištraukiamos į priešvakuumą.

Molekuliniiais siurbliais galima pasiekti praretinimus iki 10^{-6} — 10^{-7} mm Hg. Jie geresni tuo, kad sudarytame aukštame vakuume visai nėra garų. Bet jiems reikalingas geras (iki 10^{-2} mm Hg) priešvakuumas; be to, tarpas tarp rotoriaus ir statoriaus paviršių turi būti labai mažas (apie 0,1 mm), kad galėtų atskirti aukšto vakuumo ertmę nuo priešvakuumo ertmės.

Mažai praretintų bei suslėgtų dujų slėgimą matuojame gyvsidabriniais bei metaliniais manometrais. Gyvsidabrinį manometrą sudaro *U* pavidalo vamzdelis (201 pav.), kurio viena šaka prijungiamą prie dujų indo. Mažesniems už atmosferą slėgimams matuoti skirtų manometrų antroji šaka yra atvira (atvirieji manometrai), o kai matuojami didesni kaip atmosfera slėgimai — antroji šaka yra uždara (uždarieji manometrai). Atviruose manometruose matuojamąjį slėgimą nustatome iš gyvsidabrio (arba ir kitokio manometruose naudojamo skysčio) paviršių aukščių skirtumo. Uždaruose manometruose vienoje šakoje turime uždarytą 1 atmosferos slėgimo tam tikrą oro tūrį. Slėgimui padidėjus, šio oro tūris sumažėja. Matuojamąjį slėgimą čia skaičiuojame pagal Boilio—Marioto dėsni.



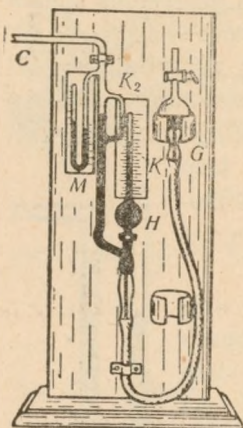
201 pav.



202 pav.

Mažiesiems (5—50 mm Hg) slėgimams matuoti naudojami sutrumpinti gyvsidabriniai manometrai (202 pav.). Labai mažus slėgimus laboratorijose dažniausiai matuojame Makleodo manometru. Jo vamzdis *C* prijungiamas prie indo, kurio dujų slėgimą matuojame (203 pav.). *M* sudaro trumputį manometrą. Kai matuojamasis indas yra beveik tuščias, tai šio manometro abiejose šakose gyvsidabris laikosi vienodai aukštai.

Prie K_2 jungiamasis vamzdis C išsišakoja. Atšakotą alkūnėlę sudaro siaurutis kapiliarinis vamzdelis. Toks yra ir vamzdelis K_1 , viršuje uždaras, o žemiau rutulio H susijungiąs su jungiamuoju vamzdžiu. Pastarojo apatinis galas storu guminiu vamzdžiu susijungiamas su rutuliniu indų G , kuris pripilamas gyvsidabrio.



203 pav.

Nuleidus indą G žemyn, pvz., padėjus jį ant žemutinės lentynėlės, manometrą užpildo jėgės iš matuojamojo indo oras. Pakėlus indą G aukštyn, pakyla ir gyvsidabris manometre. Susirinkęs rutulyje H oras atskiriamas, suvaromas į vamzdį K_1 ir suslegiamas. Jo slėgimą susekame iš gyvsidabrio paviršių aukščių skirtumo vamzdyje K_1 ir greta esančioje alkūnėlėje. Kai žinome rutulio H ir kapiliaro K_1 tūrių santykius, tai, Boilio—Marioto dėsnį taikydami, galime išskaičiuoti oro slėgimą matuojamame inde. Šios rūšies prietaisais galime matuoti iki 10^{-5} mm Hg slėgimus.

Labai mažiems slėgimams matuoti naudojami elektriniai ir elektroniniai vakuumetrai, kurie esti įvairių rūšių.

Piranio šiluminio vakuumetro veikimas pagrįstas tuo, kad, esant labai mažiems dujų slėgimams (aukštam vakuumui), šiluminis laidumas tiesiog proporcingas slėgimui. Piranio vakuumetrą sudaro indelis su metaliniu siūleliu, kuris kaitinamas elektros srovės. Bėgant tam tikro stiprumo elektros srovei, siūlelis įkaista, ir jo temperatūra priklauso nuo atiduodamos dujoms šilumos kiekio. Pastarasis yra proporcingas dujų slėgimui. Apie siūlelio temperatūrą sprendžiame iš jo elektrinio laidumo. Kadangi dujų šiluminis laidumas yra tiesiog proporcingas jų specifinei šilumai ir atvirkščiai proporcingas kvadratinei šakniai iš jų molekulinio svorio (76,13), tai šiluminio vakuumetro jautrumas priklauso nuo dujų prigimtės. Todėl jis turi būti graduojamas kiekvienoms dujoms atskirai.

Mažiems slėgimams matuoti naudojame ir termoelektrinį vakuumetrą. Termoelektrinį vakuumetrą sudaro prijungiamas prie vakuuminio įrenginio stiklinis indelis, į kurį įlydomas termoelementas. Jį sudaro dvi skirtingų metalų kryžmiškai sudėtos ir sulydytos lietimosi vietoje A plonos vielėlės (204 pav.). Termo-

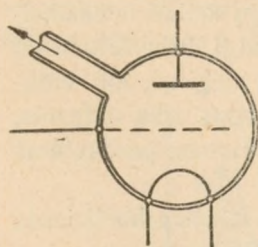
elementas elektriškai kaitinamas. Jo temperatūra, taigi ir termoelektrovaros jėga (o taip pat termoelektrinė srovė) priklauso nuo šilumos atidavimo dujų molekulėms, taigi nuo jų slėgimo. Šiais vakuumetrais išmatuojame slėgimus 10^{-1} – 10^{-3} mm Hg.

Jonizacinių vakuumetų veikimas remiasi jonizacijos efektu. Dujoms jonizuojantis, molekulės suskyla į teigiamus jonus ir elektronus. Iš teigiamų jonų srovės stiprumo tam tikromis aplinkybėmis galime spręsti apie molekulių koncentraciją, taigi ir dujų likučių slėgimą.

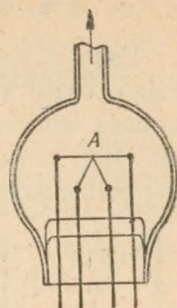
Dujų jonizacija gali vykti savaiminiai, pvz., veikiant sudarytam stipriam elektriniam laukui, arba nesavaiminiai, kai dujos jonizuojamos kurio pašalinio veiksnio, pvz., radioaktyvios medžiagos.

Savaiminės jonizacijos manometruose elektrinė įtampa sudaroma tarp dviejų elektrodų, tarp kurių susidaro rusenantis išsielektrinimas dujose. Iš elektros srovės stiprumo sprendžiama apie dujų slėgimą.

Nesavaiminės jonizacijos vakuumetruose dujas jonizuoja arba įkaitinto katodo emituoti elektronai, arba radioaktyvi medžiaga (pvz., α -spindulių šaltinis). Apie dujų slėgimą taip pat sprendžiame iš jonizacijos srovės stiprumo, nes jis priklauso nuo jonizuotų molekulių skaičiaus, taigi, apskritai, nuo dujų molekulių koncentracijos jonizacijos erdmėje. Jonizacinį vakuumetrą sudaro triodas (205 pav.), kurio indelis prijungiamas prie vakuuminės aparatūros. Triodas įjungiamas į tam tikrą elektrinio maitinimo ir matavimo schemą.



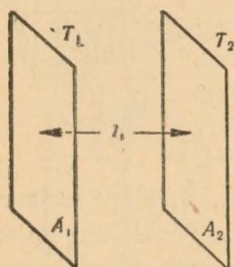
205 pav.



204 pav.

Alfatroniniuose manometruose dujų likučių jonizatorius yra alfa, beta arba gama spindulių šaltinis, pavyzdžiui, radis. Paprastai silpnos jonizacijos srovės yra stiprinamos ir matuojamos galvanometru arba elektrometru. Jonizaciniais vakuumetrais matuojami nuo 10^{-3} iki 10^{-6} mm Hg slėgimai.

Esant labai mažiems dujų slėgimams, dujų savybės pakinta. Jeigu, esant vidutiniams slėgimams, dujų šiluminio laidumo ir vidinės trinties koeficientai nepriklauso nuo jų slėgimo (§ 76), tai labai praretintų dujų šie koeficientai priklauso nuo slėgimo. Šią priklausomybę galime paaiškinti taip. Dvi lygiagrečios plokš-



206 pav.

telės A_1 ir A_2 (206 pav.), nutolusios per l_1 viena nuo antros, turi skirtingą temperatūrą T_1 ir T_2 ($T_1 > T_2$). Esančių tarp plokštelių dujų molekulės šiluminio laidumo būdu perneša šilumą iš A_1 į A_2 . Kol molekulių vidutinis laisvojo kelio ilgis l yra mažas, palyginus su l_1 , vieno dujų sluoksnio molekulės perduoda kinetinę energiją gretimam, ir taip šiluma laidumo būdu pereina iš vienos plokštelės į antrą. Laidumas nepriklauso nuo dujų slėgimo. Bet, retinant dujas, ilgėja l , ir kai jis pasidaro didesnis už l_1 , kinetinės energijos perdavimo mechanizmas pakinta. Susismogusi su plokšte A_1 ir įgavusi kinetinę energiją, atitinkančią temperatūrą T_1 , molekulė be smūgio pasiekia plokštelę A_2 ir, su ja susismogusi, atiduoda jai dalį savo kinetinės energijos. Po to ji vėl be smūgio pasiekia plokštelę A_1 ir, susismogusi su ja, papildo savo kinetinę energiją. Dujų slėgimui mažėjant, mažėja ir molekulių koncentracija, bet jų kelias nepasikeičia; todėl dujų šiluminis laidumas mažėja. Taigi dujų šiluminio laidumo koeficientas pradeda priklausyti nuo slėgimo, kai vidutinis molekulių laisvojo kelio l ilgis pasidaro lygus arba didesnis, kaip nuotolis l_1 tarp kūnų, tarp kurių vyksta šilumos perdavimas tarpininkaujant dujomis.

Visai panašiai aiškinama ir dujų vidinės trinties koeficiento priklausomybė nuo slėgimo, esant mažiems slėgimams.

Apskritai, ir dujų šiluminis laidumas, ir jų vidinė trintis pradeda priklausyti nuo slėgimo tada, kai vidutinis molekulių laisvojo kelio ilgis l pasidaro didesnis už nuotolį kūnų arba sluoksnių, tarp kurių pasireiškia šiluminis laidumas arba vidinė trintis. Jeigu tą nuotolį padaryti labai mažą, tai, esant ir vidutiniams slėgimams, jis pasidarys mažesnis už molekulių laisvojo kelio ilgį, taigi ir šiomis sąlygomis pasireikš minėtoji priklausomybė.

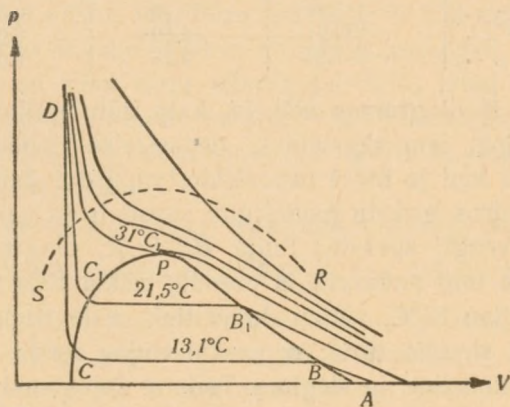
Labai praretintų dujų būvį vadiname *ultrapraretintu būviu*; jis skiriasi nuo dujų būvio, esant paprastiems slėgimams. Ultrapraretintame dujų būvyje daug aiškiau išryškėja molekulinės kinetinės dujų struktūros požymiai.

Praretintų dujų šiluminio laidumo priklausomybę nuo slėgimo panaudojame praktiškai, gamindami termosus, diurus ir kitus mažo šiluminio laidumo indus. Jie turi dvigubas sienes; dujų slėgimas ir nuotolis tarp sienelių parenkamas toks, kad molekulių vidutinis laisvojo kelio ilgis būtų didesnis už nuotolį tarp sienelių. Tuomet šiluminis laidumas bus tuo mažesnis, kuo oras tarp sienelių bus daugiau praretintas. Norint sumažinti šilumos perdavimą spinduliavimu, paprastai šių indų sienelių vidinė pusė aptraukiama veidrodiniu metaliniu sluoksniu.

✓ § 79. REALIOS DUJOS; JŲ BŪVIO (VAN-DER-VALSO) LYGTIS

Ryšį tarp idealių dujų tūrio ir slėgimo, kai temperatūra pastovi, nusako Boilio—Marioto, o jei temperatūra kinta, jungtinis Boilio—Marioto ir Gei-Liusako dėsnis (§ 69). Bet jau Boilis pastebėjo, kad tie dėsniai griežčiau tinka tik aukštesnės temperatūros dujoms, esant nedideliems slėgimams. Taigi tik tose sąlygose idealių dujų būvio lygtis (69,6) nusako realių dujų būvį.

Realių dujų būvį įvairiose sąlygose eksperimentiškai tyrė Renjo, Endriju, Mendelejevas ir kt. ir nustatė, kad realių dujų būvis skiriasi nuo idealių dujų būvio. Ypatingą reikšmę turi izotermės (pV kreivės), grafiškai vaizduojančios dujų izoterminį kitimą (207 pav.). Pasekime CO_2 $13,1^\circ\text{C}$ temperatūros izotermę



207 pav.

iš dešinės į kairę. Kreivės dalyje AB , turį mažinant, slėgimas didėja ir taške B jis siekia 49 atmosferas. Toliau kreivės BC dalis eina lygiagrečiai ašiai V , vadinasi, tūriui mažėjant, slėgimas nekinta; taške B prasideda dujų skystėjimas (kondensacija); turį mažinant, vis daugiau CO_2 dujų virsta skysčiu. Taške C visas CO_2 suskystėja. Toliau turį mažinant, kreivės CD dalis beveik stačiai eina aukštyn, nes skysčiai yra mažai tesuslegiami. $21,5^\circ\text{C}$ temperatūros izotermė turi panašią išvaizdą, tik jos gulsčioji dalis yra trumpesnė. Temperatūrai kylant, izotermių (kreivių) gulsčioji dalis vis trumpėja, kol pagaliau 31°C izotermėje taškai B ir C susilieja į vieną. 31°C temperatūrą vadiname CO_2 *kritine temperatūra*. Aukštesnių, kaip kritinė, temperatūrų izotermės neb turi gulsčiosios dalies; slėgimą didinant, CO_2 tūris mažėja ir pasidaro lygus skysčio tūriui. Šiuo atveju nebegalime pastebėti, kaip CO_2 suskystėja. Tokiu būdu, kai CO_2 temperatūra yra aukštesnė už jo kritinę temperatūrą (31°C), ir didžiausiu slėgimu negalime jo suskystinti. Kiekvienos dujos turi savo kritinę temperatūrą T_k . Kritinės temperatūros dujoms suskystinti reikalingas slėgimas p_k vadinamas *kritiniu slėgimu*, o atitinkas tą slėgimą dujų tankis ρ_k *kritiniu tankiu*. Pastarasis yra lygus skysčio tankiui. Toliau lentelėje surašyti kai kurių dujų kritiniai dydžiai.

5 lentelė. Kai kurių dujų kritiniai dydžiai

Dujos	T_k $^\circ\text{C}$ skalėje	p_k at	ρ_k g/cm^3
O_2	—118,82	49,71	0,4299
N_2	—147,49	33,49	0,31310
H_2	—239,91	12,80	0,0310
HC	—267,84	2,26	0,066

Pagaliau iš diagramos aiškėja, kaip būtų galima CO_2 taip suskystinti, jog, jam skystėjant, nepasireikštų netolydinumas, kitaip tariant, kad jo masė nepasisirstytų į dvi dalis, atskirtas viena nuo antros griežtu paviršium: skystį ir jo garus (dujas). Tik reikia išvengti apvestos linija BB_1PC_1C diagramos srities. O tai galima taip padaryti: iš pradžių reikia CO_2 temperatūrą pakelti aukščiau 31°C , vėliau dujas tiek suslėgti, kad jų tūris sumažėtų iki skysčio tūrio; o paskui dujas reikia atvėsinti ir atitinkamai sumažinti jų slėgimą. Tuomet dujos suskystėja tolydinai. Aukščiau nusakytą procesą vaizduoja kreivė RS .

Realių dujų būviui nusakyti Van-der-Valsas yra išvedęs tokią lygtį:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT; \quad (79,1)$$

čia a ir b yra (bent apytiksliai) nepriklausančios nuo slėgimo, tūrio ir temperatūros, kiekvienoms dujoms kitokios, konstantos.

Kol dujos yra labai praretintos, veikiančios tarp dujų molekulių traukos (kohezijos) jėgos yra mažos. Dujų koncentracijai didėjant, šios jėgos stiprėja ir sumažina dujų pastangas plėstis, vadinasi, mažina jų slėgimą. Todėl pastarąjį tenka pataisyti. Molekulių traukos jėgos veikimas pasinaikina dujų viduje, o jų paviršiuje jis taip pasireiškia, tarytum paviršiaus molekulės būtų traukiamos į vidų. Taigi dujų tūris yra toks, tarytum veikiantis dujas iš išorės slėgimas p būtų padidėjęs dydžiu a . Iš vienos pusės a yra proporcingas esančių paviršiaus ploto vienetui, o tai reiškia proporcingas esančių dujų tūrio vienetui, molekulių skaičiui: taigi a turi būti atvirkščiai proporcingas dujų tūriui V . Antra vertus, slėgimas turi būti proporcingas traukiančiųjų molekulių skaičiui, taigi vėl esančių tūrio vienetui molekulių skaičiui, vadinasi, antrą kartą atvirkščiai proporcingas V . Tokiu būdu, a yra atvirkščiai proporcingas V^2 ; jei proporcingumo koeficientą pažymėsime α , tai $\alpha = \frac{a}{V^2}$, α yra nekintamas dydis. Esant dideliems praretinimams — $\frac{a}{V^2}$ yra mažas dydis.

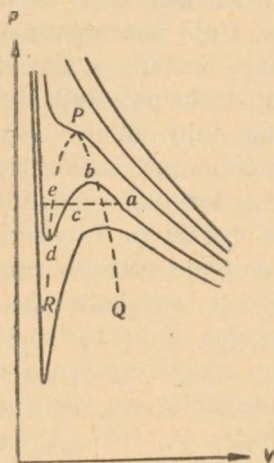
Be to, realių dujų molekulė nėra geometrinis taškas, bet turi savo tūrį, taigi užima tam tikrą erdvės dalį. Kol dujų tūriai yra dideli, šio savo molekulių tūrio galime ir nepaisyti, nes jis bus, palyginus jį su visu dujų užimtuoju tūriu, labai mažas. Bet sumažinus dujų tūrį, reikia jau atsižvelgti į molekulių savąjį tūrį; tada dujų užimtą tūrį reikia sumažinti dydžiu b , proporcingu molekulių savajam tūriui.

Van-der-Valso lygtis turi ypatingą reikšmę, nes ji nusako ne tik dujų, bet ir skysčių būvį. Jei $\frac{a}{V^2}$ yra didelis, palyginus su p , tai, padidinus p , V mažai tepasikeičia. Vadinasi, kada molekulių traukos jėga yra didelė, žymi ir molekulių sąveikos pataisa; tada kūnas yra mažai suslegiamas, kuo ir yra būdingi skysčiai.

Panagrinėkime Van-der-Valso lygtį smulkiau. Ją galime taip išreikšti:

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}. \quad (79,2)$$

Tai yra trečiojo laipsnio lygtis V atžvilgiu; taigi vienai slėgimo reikšmei p gauname tris tūrio V reikšmes. Ne visais atvejais visos trys lygties šaknys bus realios; kai kurios jų gali būti



208 pav.

menamos. Šią lygtį grafiškai vaizduojančios kreivės (208 pav.) yra panašios į Endriju empirines dujų būvio kreives (izotermes). Bet jos skiriasi nuo pastarųjų tuo, kad jos neturi tiesiosios dalies; pastarąją pakeičia išlinkusi, turinti maksimumą ir minimumą taškuose d ir b , kreivės dalis. Kreivės dalis bd rodo, kad, tūriui mažėjant, mažėja ir slėgimas. Toks medžiagos būvis nerealizuojamas. Kreivės dalis ab vaizduoja persotintų garų, o ed — perkaitintų skysčių būvius, kurie yra sudaromi tik ypatingomis sąlygomis. Apskritai, kreivės dalies $abcde$ vaizduojami medžiagos būviai yra nepastovioje pusiausvyroje ir arba visiškai nesudaromi, arba sudaromi tik tam

tikromis sąlygomis ir lengvai pereina į pastovios pusiausvyros būvius. Pati lygtis nerodo, kur prasideda ir pasibaigia dujų skystėjimas arba skysčio garavimas, kitaip tariant, neparodo, kur reikia išvesti empirinės kreivės tiesiąją dalį. Tik termodinaminiai samprotavimai rodo, kad tiesiąją dalį reikia taip išvesti, kad plotai abc ir cde būtų lygūs. Mat, bet kurios, perėjusios pakitimų $abcdec$ ciklą, medžiagos atliktas darbas yra lygus nuliui, jei kitimų metu temperatūra pasilieka pastovi. Bet atliktas darbas grafiškai išreiškiamas kitimų ciklą vaizduojančios kreivės ribojamu plotu (§ 85); taigi, algebrinė plotų $abca$ ir $cdec$ suma turi būti lygi nuliui, vadinasi, plotas $abca$ turi būti lygus plotui $cdec$.

Taškai b (maks.) ir d (minim.) surandami, išvestinę $\frac{dp}{dV}$ prilyginus nuliui:

$$\frac{dp}{dV} = -\frac{RT}{(V-b)^2} + \frac{2a}{V^3} = 0; \quad (79,3)$$

iš čia

$$T = \frac{2a(V-b)^2}{RV^3}. \quad (79,4)$$

Tik žemesnių temperatūrų izotermės turi taškus b (maks.) ir d (minim.). Temperatūrai kylant, izotermių taškai b ir d artėja ir pagaliau tam tikroje temperatūroje T_1 susilieja į vieną tašką P . Aukštesnių kaip T_1 temperatūrų izotermės maksimumo ir minimumo taškų neturi. Taigi taškas P yra tapatingas kritiniam taškui. Pro jį eina kritinė izotermė.

Įstatę T reikšmę iš (79,4) į (79,2), gauname einančios per taškus b ir d kreivės RPQ lygtį:

$$p = \frac{a(V-2b)}{V^3}. \quad (79,5)$$

Ši kreivė turi maksimumą taške P . Jį surandame, išdiferencijavę lygtį (79,5) pagal V ir prilyginę nuliui:

$$\frac{dp}{dV} = \frac{a}{V^3} - \frac{3a(V-2b)}{V^4} = 0;$$

iš čia kritinis tūris

$$V_k = 3b. \quad (79,6)$$

Įstatę V_k reikšmę į lygtis (79,4) ir (79,5), gauname kritinį slėgimą p_k ir kritinę temperatūrą T_k :

$$p_k = \frac{a}{27b^2} \quad (79,7)$$

ir

$$T_k = \frac{8a}{27Rb}. \quad (79,8)$$

Šios paskutinės 3 lygtys (79,6,7 ir 8) nusako ryšį tarp dujų kritinių dydžių ir Van-der-Valso lygčių konstantų.

Konstantas a ir b galime surasti įvairiais būdais. Jas galime išskaičiuoti iš lygčių (79,2) ir (79,3), nustatę eksperimentiškai $\frac{dp}{dV}$, esant pastoviai temperatūrai. Arba, kai žinomi p_k , V_k ir T_k , konstantas a ir b galime išskaičiuoti iš lygčių (79,6,7 ir 8). Iš pastarųjų lygčių gauname:

$$a = \frac{27 R^2 T_k^2}{64 p_k}$$

ir

$$b = \frac{R}{8} \frac{T_k}{p_k}. \quad (79,9)$$

Reikia pastebėti, kad šis būdas nėra tikslus, nes arti kritinių temperatūrų Van-der-Valso lygtis nusako tik apytiksliai dujų būvį. Bet tai neturi didelės reikšmės, nes ir dydžiai a ir b nėra griežtos konstantos, bet priklauso nuo temperatūros ir tūrio.

√ § 80. ATITINKAMIEJI BŪVIAI. KITOKIOS DUJŲ BŪVIO LYGTYS

Pažymėkime: $\frac{p}{p_k} = \pi$; $\frac{T}{T_k} = \Theta$ ir $\frac{V}{V_k} = \varphi$, taigi $p = \pi p_k$, $T = \Theta T_k$ ir $V = \varphi V_k$. Įstatę į lygtį (79,1) šias p , T ir V reikšmes, o kritinius dydžius p_k , T_k ir V_k išreiškę konstantomis a ir b , gausime tokią lygtį:

$$\left(\pi + \frac{3}{\varphi^2}\right) \left(\varphi - \frac{1}{3}\right) = \frac{8}{3} \Theta. \quad (80,1)$$

Dydžius π , Θ ir φ vadiname atitinkamai *redukuotu slėgimu*, *temperatūra* ir *tūriu*, o (80,1) lygtį — *redukuota lygtimi*. Pastaroje nėra jokių nuo dujų prigimties priklausančių konstantų. Todėl jos tinka visoms dujoms. Toji lygtis rodo, kad, jei skirtingų medžiagų (dujų) bet kurie du redukuoti dydžiai yra atitinkamai lygūs, tai yra lygūs ir tretieji; jei, pvz., dujų redukuoti slėgimai ir temperatūros yra atitinkamai lygios, tai ir redukuoti tūriai bus lygūs. Tai išreiškia vadinamą *atitinkamųjų būvių dėsnį*. Pagaliau bendriausia redukuotos lygties (80,1) forma yra tokia:

$$\pi = f(\Theta, \varphi). \quad (80,2)$$

Apskritai imant, Van-der-Valso lygtis realių dujų būvį nusako žymiai geriau už idealių dujų būvio lygtį (69,6). Bet ir jos išvados kai kuriais atvejais nesutampa su empiriniais duomenimis. Jau minėjome, kad Van-der-Valso izotermė skiriasi nuo empirinių Endriju izotermių. Parinkdami atskiriems atvejams konstantas a ir b , galime pasiekti ir visiškai gero sutapimo tarp šios lygties ir eksperimentinių duomenų; taigi, atrodo, kad šie parametrai turi būti atskirai nustatomi bet kuriai temperatūrai. Bet Van-der-Valso lygties teorija laiko jas konstantomis. Iš lygčių (79,6, 7 ir 8) gauname:

$$p_k V_k = \frac{3}{8} RT_k$$

arba

$$\frac{RT_k}{p_k V_k} = \frac{8}{3}. \quad (80,3)$$

Dydį $\frac{RT_k}{p_k V_k}$ vadiname *kritiniu koeficientu*. Jis turi būti lygus $\frac{8}{3}$ ir nepriklausyti nuo dujų prigimtės. Bet iš tikrųjų įvairių dujų jis yra skirtingas ir kinta tarp 3,27 ir 4,99. Atrodo, jis priklauso nuo dujų molekulinės struktūros. Ir pagaliau iš Van-der-Valso lygties išvedama, kad $V_k = 3b$, bet empiriškai rasta, kad $V_k = 2b$.

Buvo bandyta Van-der-Valso lygtį taisyti, įvedant naujas tinkamai parinktas empirines konstantas. Taip Bertlo yra pasiūlęs tokias realių dujų būvio lygtis:

$$\left(p + \frac{a_1}{V^2 T}\right)(V - b) = RT; \quad (80,4)$$

čia a konstanta yra pakeista $\frac{a_1}{T}$; tas daugiau atitinka ir teorines išvadas, nes a turi priklausyti nuo temperatūros. Bet ši lygtis blogai tinka temperatūrose, artimose kritinei temperatūrai. Klauzijas davė tokią lygtį:

$$\left(p + \frac{a_1}{T(V + c)^2}\right)(V - b) = RT. \quad (80,5)$$

Ji skiriasi nuo Bertlo lygčių nedidele konstanta c . Ši lygtis gerai tinka, esant dideliems slėgimams, bet netinka, kai dujų slėgimas yra mažas.

Pagaliam Kamerling-Ones, tyręs dujų būvį labai žemose temperatūrose, nustatė, kad bet kurioje temperatūroje dujų būvį galime išreikšti šia empirine lygtimi:

$$pV = A + Bp + Cp^2 + Dp^3 + \dots \quad (80,6)$$

kur $A, B, C, D, \dots$ koeficientai priklauso nuo temperatūros ir, p laipsniui didėjant, greit mažėja. A yra lygus RT . Ypatingą reikšmę turi koeficientas B . Būdamas žemose temperatūrose neigiamas, jis, temperatūrai kylant, didėja; tam tikroje temperatūroje pasidaro lygus nuliui, o toliau temperatūrai kylant, lieka teigiamas. Visų dujų koeficiento B kitimo kryptis yra tokia pat. Jei

pasitenkintume tik dviem nariais ir visus likusius atmestume, gautume:

$$pV = RT + Bp,$$

iš čia

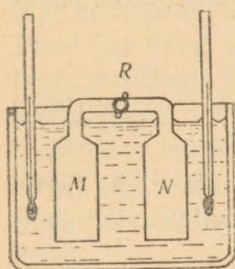
$$\frac{d(pV)}{dp} = B.$$

Kai $B=0$, $\frac{d(pV)}{dp} = 0$. Taigi temperatūroje, kurioje $B=0$, Boilio—Marioto dėsnis tinka, esant bet kuriems slėgimams. Šią temperatūrą vadiname *Boilio tašku*.

Visiškai tiksliai dujų būviui nusakyti imama iki 25 lygties narių; bet tam tikrame temperatūrų tarpe ir mažesnis jų skaičius jau tinkamai nusako jų būvį.

✓ § 81. DŽAULIO-TOMSONO TYRIMAS

Tik idealios dujos visiškai tiksliai laikosi Boilio—Marioto dėsnio; jų būviui nusakyti griežtai tinka lygtis $pV = RT$. Realioms dujoms ji netinka, nes tarp jų molekulių pasireiškia sąveikos jėgos, ypač didesnėse dujų koncentracijose, o pačios molekulės užima tam tikrą tūrį. Gei-Liusakas pirmas bandė nustatyti, ar išsiplėsdamos dujos atlieka vidinį darbą, nugalėdamos molekulių traukos jėgas. Jis stebėjo dujų temperatūros kitimą, kai jos suslėgtos viename inde plečiasi į antrą, tuščią indą. Vėliau panašius tyrimus atliko Džaulis. Jis įmerkė kalorimetran du vamzdžiu sujungtus indus M ir N (209 pav.). Inde M buvo uždarytos suslėgtos dujos, o indas N tuščias. Jeigu, dujoms plečiantis į tuštumą, neatliekama jokie vidinio darbo, tai kalorimetro vandens temperatūra turi nepasikeisti. Ir tikrai, Džaulis nepastebėjo jokio pakitimo net ir tada, kada aparatūros dalis M , N ir R įdėjo į tris atskirus kalorimetrus. Nors kiekvieno kalorimetro vandens temperatūra ir pakito, bet visų šilumos kitimų algebrinė suma pasiliko lygi nuliui. Iš čia buvo padaryta išvada, kad, besiplėsdamos į tuštumą, dujos neatlieka jokio vidinio darbo, vadinasi, jų vidinė energija nepriklauso nuo tūrio. Dujų vidinę energiją pažymėkime U , tūrį V , tai, dujų temperatūrai nekintant,

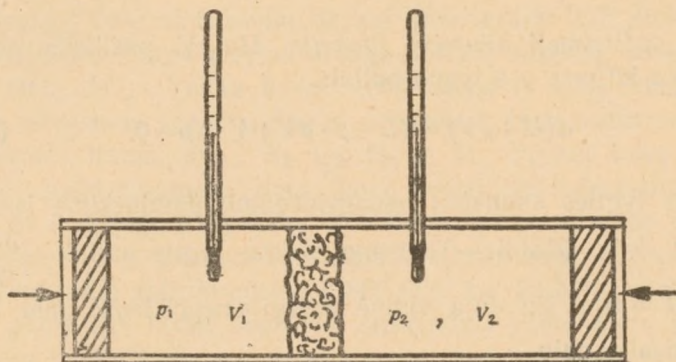


209 pav.

liekama jokie vidinio darbo, tai kalorimetro vandens temperatūra turi nepasikeisti. Ir tikrai, Džaulis nepastebėjo jokio pakitimo net ir tada, kada aparatūros dalis M , N ir R įdėjo į tris atskirus kalorimetrus. Nors kiekvieno kalorimetro vandens temperatūra ir pakito, bet visų šilumos kitimų algebrinė suma pasiliko lygi nuliui. Iš čia buvo padaryta išvada, kad, besiplėsdamos į tuštumą, dujos neatlieka jokio vidinio darbo, vadinasi, jų vidinė energija nepriklauso nuo tūrio. Dujų vidinę energiją pažymėkime U , tūrį V , tai, dujų temperatūrai nekintant,

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0. \quad (81,1)$$

Bet Gei-Liusakas ir Džaulis galėjo ir nepastebėti nedidelių dujų temperatūros pasikeitimų, kadangi jų aparatūros šilumos talpumai buvo dideli. Kad galutinai įsitikintų, Džaulis ir Tomsonas 1852 m. atliko akyto kamščio tyrimą. Šilumą blogai leidžiančios medžiagos vamzdį jie užkišo akytu šilko kamščiu



210 pav.

(210 pav.) ir iš abiejų jo pusių įdėjo kaip tik vamzdžio skerspiūvio ploto stūmoklius ir termometrus. Prieš tyrimą vienas, pvz., dešinysis, stūmoklis buvo pristumtas prie kamščio, o kairysis padėtas atokiau nuo kamščio. Tarp stūmoklių yra uždarytos dujos, kurių tūris yra V_1 ir slėgimas — p_1 . Stumkime kairįjį stūmoklį kiek didesniu kaip p_1 slėgimu; tada jis, slinkdamas prie kamščio, varys pro jį dujas, kurios praėjusios stums dešinįjį stūmoklį. Dujoms praėjus pro kamštį, kairysis stūmoklis atsидuria ties kamščiu, o dešinysis nuslenka į tokią vietą, kad dujų tūris, atitinkąs p_2 slėgimą, būtų lygus V_2 .

Tyrimas parodė, kad praėjusių pro kamštį dujų temperatūra kinta, ir šis kitimas yra proporcingas abiejų kamščio pusių slėgimų skirtumui. Kambario temperatūroje oras, O_2 , N_2 vėsta, ir temperatūros kitimas siekia iki $0,25^\circ C$, esant 1 at slėgimų skirtumui; CO_2 vėsta net $0,75^\circ C$; H_2 šyla; jo temperatūros kitimas yra nedidelis ir siekia $0,025^\circ C$. Apskritai, temperatūros kitimas priklauso nuo pačių dujų temperatūros ir, pastarajai kylant, mažėja.

Varant dujas pro kamštį, joms suteikiamas darbas $p_1 V_1$, o jos, besiplėsdamos dešinėje kamščio pusėje, atlieka darbą $p_2 V_2$.

Dujų vidinę energiją prieš tyrimą pažymėkime U_1 , o tyrimą atlikus — U_2 ; jos pakitimas

$$U_2 - U_1 = p_1 V_1 - p_2 V_2$$

arba

$$U_1 + p_1 V_1 = U_2 + p_2 V_2. \quad (81,2)$$

Taigi vadinamoji *šiluminė funkcija* $U + pV$ pasilieka pastovi arba jos kitimas yra lygus nuliui:

$$d(U + pV) = dU + p \cdot dV + V \cdot dp = 0. \quad (81,3)$$

Šios lygties smulkiau nėnagrinėdami, paminėkime išvadas. Idealių dujų Džaulio—Tomsono efektas lygus nuliui ($\frac{\partial T}{\partial p} = 0$ arba $dT = 0$); šių dujų vidinė energija nepriklauso nuo tūrio, taigi idealių dujų

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0.$$

Apskritai, bet kurių dujų būvis, taigi ir jų vidinė energija U , priklauso nuo dviejų parametrų: tūrio V ir absoliutinės temperatūros T , atseit, $U = f(V, T)$. Bet idealių dujų vidinė energija nepriklauso nuo tūrio; tokiu būdu jų energija yra tik jų absoliutinės temperatūros funkcija, $U = f(T)$.

Realių dujų, kurių būvį nusako Van-der-Valso lygtis (79,1), Džaulio—Tomsono efektas gali būti teigiamas arba neigiamas, taigi jos besiplėsdamos gali šilti arba vėsti. Efekto ženklas priklauso nuo dujų temperatūros. Aukštesiose temperatūrose jis yra teigiamas, žemose — neigiamas. Pereinant vadinamąją dujų *inversijos temperatūrą*, efekto ženklas pakinta. Inversijos temperatūra T_i išreiškiama taip: $T_i = \frac{2a}{Rb}$, čia a ir b yra realių dujų būvio lygčių parametrai, R — universalinė dujų konstanta. Vieton a ir b įstatę dujų kritinę temperatūrą T_k (79,8), gauname toki T_i reiškinį: $T_i = \frac{27}{4} T_k$.

Džaulio—Tomsono efektas parodo, kiek tos bei kitos dujos yra artimos idealioms dujoms. Šį efektą sąlygoja du veiksniai: dujų nesilaikymas Džaulio—Tomsono dėsnio [$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0$] ir jų nesilai-

kymas Boilio-Marioto dėsnio ($pV = \text{const}$). Ir tik inversijos temperatūroje, kurią vadiname Boilio tašku, bet kurių realių dujų būvis griežtai atitinka idealių dujų būvį.

✓ § 82. DUJŲ SKYSTINIMAS

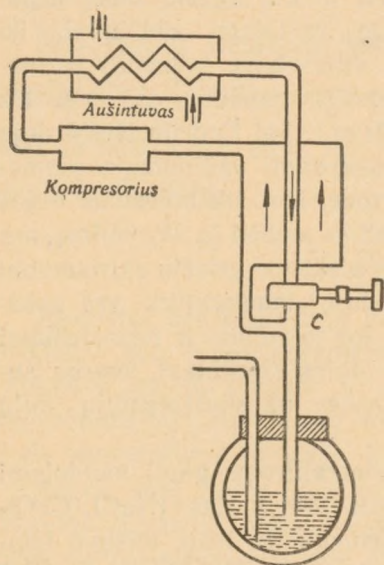
Pirmieji dujų skystinimo darbai buvo atlikti XIX šimtmečio pradžioje. Jau Faradėjus, pavartojęs didesnę slėgimą, suskystino CO_2 , NH_3 , SO_2 . Vėliau buvo suskystintos ir kitos sunkesnės dujos, atvėsinus jas ir suslėgus žemesnėje temperatūroje. Bet lengvesnės dujos, pvz., N_2 , O_2 , H_2 ir kt., ilgesnį laiką nepasidavė suskystinamos, nors buvo vartojami didžiuliai, iki 3000 at slėgimai. Kurį laiką šios dujos buvo laikomos permanentinėmis, t. y. pastoviomis, nesuskystinamomis, dujomis. Tik XIX šimtmečio antroje pusėje (1869 m.), kai Endrijų ištyrė dujų būvį, paaiškėjo, kodėl nepavyko suskystinti vadinamųjų permanentinių dujų. Endrijų tyrimai parodė, kad tik atvėsinus dujas žemiau jų kritinės temperatūros, galima stebėti jų skystėjimą, nes tik tada skystoji ir dujinė fazės bus atskirtos griežtu skiriamuoju paviršium. Priešingu atveju, kai dujų temperatūra yra aukštesnė už kritinę, didinant slėgimą, jos tolydiniai ir nepastebimai pereina į skystą būvį. Tokiu būdu, dujas skystinant, svarbu sudaryti žemas temperatūras, žemesnes už skystinamųjų dujų kritinę temperatūrą.

Nedaug žemesnėms už 0°C temperatūroms gauti naudojami šaldomieji mišiniai (§ 99). Sumaišius kai kurias (NaCl , CaCl_2 ir kt.) druskas su sniegu arba susmulkintu ledu, mišinio temperatūra nukrinta iki sistemos eutektikos (kriohidrinės) temperatūros, nes tik toje temperatūroje sistema yra pusiausvyroje. Sniego ir NaCl mišinio eutektikos temperatūra yra lygi $-21,2^\circ\text{C}$, sniego ir CaCl_2 — -55°C .

Dar žemesnės temperatūros gaunamos jau kitais būdais. Kad išgarintume skystį, jam reikia suteikti šilumos, kurią jis absorbuoja. Jeigu skystis garuoja negaudamas jos iš išorės, tai jis vėsta ir tuo daugiau, kuo greičiau vyksta garavimas, pvz., kada skystis garinamas sumažinus slėgimą. Kad būtų galima pasiekti galimai žemesnę temperatūrą, naudojamas vadinamasis *laiptinis metodas*. Iš pradžių šaldomuoju mišiniu (arba garinant, sumažinus slėgimą, stipriai garuojančius skysčius) lengvai skystėjančios dujos atvėsinaamos žemiau jų kritinės temperatūros ir

suskystinamos. Garinamos, sumažinus slėgimą, jos vėsina jau sunkiau skystėjančias dujas. Pastarosios, atvėsintos žemiau jų kritinės temperatūros, suskystinamos ir vėl garinamos ir t. t. Tinkamai parinkus dujų eilę buvo suskystintos beveik visos dujos, išskyrus He. Pasiekę žemas temperatūras, Keijetė ir Piktė (1877 m.) suskystino orą, taigi suskystino N_2 ir O_2 , vėliau (1895 m.) Oļševskis ir Vrublevskis suskystino H_2 .

1898 m. žemoms temperatūroms gauti ir dujoms skystinti panaudotas Džaulio—Tomsono efektas (§ 81). Pats efektas yra labai nedidelis; pvz., suslėgtas iki 50 at ir plėsdamasis iki 1 at

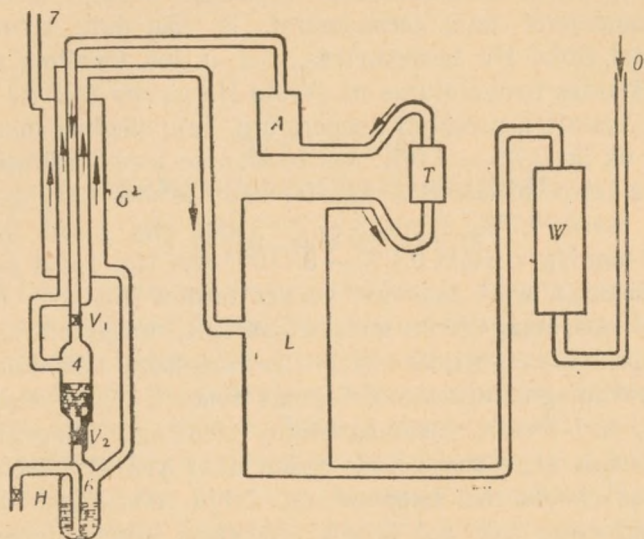


211 pav.

20°C temperatūros oras atvėsta iki 11,7°C. Bet jį galima padidinti, naudojant regeneratyvinį metodą. Šio metodo esmė glūdi štai kur. Dujų dalis, išsiplėtusi ir atvėsusi, vėsina likusią dar neišsiplėtusią dujų dalį. Pastaroji išsiplėtusi jau daugiau atvėsta. Šį metodą schemiškai vaizduoja 211 pav. Suslėgtos ir aušintuve atvėsusios dujos, praeidamos pro čiaupą C, plečiasi ir vėsta, o vėliau, kompresoriaus suslėgtos, eina į aušintuvą ir vėl kartoja tą patį kelią, kol pagaliau atvėsta žemiau kritinės temperatūros ir suskystėja. Šiuo principu vei-

kia įvairios (Lindės, Kamerling-Ones ir kt.) sistemos, pramonėje plačiai naudojamos dideliems dujų kiekiams skystinti. Pirmasis tokią mašiną yra sukonstravęs Lindė. 212 pav. vaizduoja oro skystinimo mašinos schemą. Pro vamzdį O einaš ir bokšte W išvalytas nuo CO_2 oras patenka į kompresorių L, kur jis suslegiamas iki 200 at. Toliau, praėjęs džiovinimo įrenginį T ir aušintuvo A atvėsintas, praeina pro vožtuvą V_1 , staigiai išsiplėčia ir atvėsta. Suskystėjusi oro dalis susirenka inde (4), o atvėsęs nesuskystėjęs oras vėl eina į kompresorių ir, tekėdamas priešinga kryptim, pakeliui vėsina naujai pritekantį orą. Skystas oras nu-

bėga pro vožtuvą V_2 į indą (6), iš kur išpilamas, atidarius čiaupą H . Išgaravęs skystas oras, praeidamas G priešinga kryptim, atvėsina mašinoje tekančią orą ir pro vamzdį (7) išeina lauk.



212 pav.

Šį metodą taikydamas 1908 m. Kamerling-Ones suskystino ir He, o 1926 m. buvo gautas ir kietas He. Skysto He virimo temperatūra $4,2^{\circ}\text{K}$. Garinant He, sumažinus jo garų slėgimą, jo temperatūra krinta iki $0,6^{\circ}\text{K}$. Šioje temperatūroje skystame He pradeda darytis kieto He kristalai. Kitos suskystintos dujos sukieta jau aukštesnėje temperatūroje.

Dar žemesnėms temperatūroms gauti naudojamas magnetinis metodas. Buvo pastebėta, kad skysto He temperatūroje kai kurios paramagnetinės medžiagos, pvz., gadolinio sulfatas, cerio etilsulfatas ir kt., stipriai magnetiškai prisisotina. Buvo patirta, kad, adiabatiškai išmagnetinant, jos vėsta; jų vidinės energijos dalis sunaudojama išmagnetinimo darbui atlikti. Paprastose (kambario) temperatūrose išmagnetinimo darbas ir stipriausiuose magnetiniuose laukuose yra labai mažas ir tesudaro apie 10^{-5} šiluminio judėjimo energijos dalį. Bet temperatūrai žemėjant ir įmagnetinimui stiprėjant, išmagnetinimo darbas didėja, o atomų šiluminio judėjimo energija mažėja; skysto He temperatūroje šių abiejų energijų dydžiai susilygina. Todėl visai nepastebimas

paprastose temperatūrose vėsimo efektas išmagnetinant pasidaro ryškus žemose temperatūrose.

Pagaliau tenka bent trumpai paminėti, kokių būdu matuojamos labai žemos temperatūros. Žemesnėms temperatūroms matuoti naudojami dujų termometrai; iš visų dujų termometrų geriausiai tinka He termometras. Bet ir juo tegalima matuoti tik aukštesnes temperatūras už skysto He virimo ($4,2^{\circ}\text{K}$) temperatūrą. Apskritai, nustatyti temperatūrą, dujų slėgimą matuojant, galima tik iki $0,7^{\circ} - 0,6^{\circ}\text{K}$, nes žemesnėse temperatūrose slėgimas yra labai mažas. Išskaičiuota, kad He prisotintų garų slėgimas, esant $0,7^{\circ}\text{K}$, lygus $3,2 \cdot 10^{-3}$ mm Hg, esant $0,3^{\circ}\text{K}$ — $7 \cdot 10^{-10}$ mm Hg, o esant $0,1^{\circ}\text{K}$ — $3 \cdot 10^{-13}$ mm Hg. Todėl garų slėgimo metodas labai žemoms temperatūroms matuoti netinka. Žemiausioms, magnetiniu metodu gautoms, temperatūroms matuoti taikomas magnetinis būdas. Jas nustatome, taikydami idealioms paramagnetinėms medžiagoms tinkantį Kiuri dėsnį. Jis tvirtina, kad idealių paramagnetinių medžiagų įmagnetinimas (t. y. susidarantis magnetinis momentas) yra atvirkščiai proporcingas absoliutinei temperatūrai. Jeigu, medžiagai atvėsus, ji įsimagnetina tiek pat stipriai 10 kartų silpnesniam magnetiniame lauke, tai jos temperatūra yra 10 kartų žemesnė už pradinę.

Žemos temperatūros turi didelę reikšmę įvairiuose moksliniuose tyrimuose ir gamyboje. Žemose temperatūrose pakinta medžiagų įvairios savybės; pvz., specifinė šiluma sumažėja, elektinis laidumas didėja ir kt. Skysto oro temperatūroje kietas gyvsidabris yra plastinis ir jį galima kalti, guma darosi trapi kaip stiklas, švino viela — elastinga. $2,19^{\circ}\text{K}$ ir žemesnės temperatūros skystas He yra dviejose fazėse (He I ir He II). He II pasižymi labai dideliu šiluminiu laidumu ir takumu, jis yra superlaidus ir supertakus. Jame garso bangos sklinda žymiai didesniu greičiu. Kadangi azoto virimo temperatūra ($-195,8^{\circ}\text{C}$) yra žemesnė už deguonies ($-183,0^{\circ}\text{C}$), tai azotas smarkiau garuoja; todėl pastovėjęs kurį laiką skystas oras turi daugiau deguonies. Silpnai žėruojantis šipulėlis, įkištas į skystą orą, šviesiai įsidega, nors temperatūra ir labai žema. Skystu oru iššaldomi vakuumo aparatuose oro likučiai ir tokiu būdu gaunamas aukštas vakuumas.

XIII SKYRIUS

TERMODINAMIKOS PAGRINDAI

✓ § 83. SILUMOS PRIGIMTIS

Dar labai senais priešistoriniais laikais žmogus atrado būdą ugniai gauti, trinant du medžio gabalus vieną į antrą. Nors šis ugnies gavimo būdas aiškiai nurodė tikrąją jos prigimtį, bet iš pradžių nebuvo į tai atkreipta tinkamo dėmesio. Stebint įvairius kūnų šilimo reiškinius, buvo padaryta išvada, kad šiluma yra savotiška nieko nesverianti, visur įsiskverbianti ir turinti dar eilę kitokių menamų savybių substancija, pavadinta *flogistonu*.

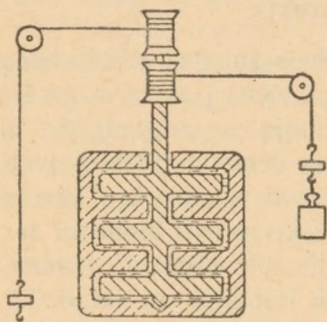
Sukurtoji Stalio flogistono hipotezė išsilaikė net iki XVIII šimtmečio pabaigos. Bet jau pirmoje to šimtmečio pusėje pradėta abejoti flogistonu. Jau M. Lomonosovas teigė, kad šiluma kylanti iš mažiausių (elementarinių) dalelių, iš kurių sudėti kūnai, judėjimo. Pirmuosius eksperimentinius tyrimus šilumos prigimčiai pažinti yra atlikę Rumfordas ir Devis XVIII šimtmečio pabaigoje. Rumfordas pastebėjo, kad gręžiami metalo gabalai įšyla. Matavimais nustatęs, kad sukuriamas šilumos kiekis yra proporcingas judėjimui, jis aiškino, kad šiluma gaunama judėjimui nykstant, taigi, kad ji yra tam tikra judėjimo rūšis. O Devis parodė, kad, trinant du ledo gabalus, galima juos suskystinti. Flogistono hipotezė bandė šiuos reiškinius aiškinti vientisos ir susmulkintos medžiagos nevienodu šiluminiu talpumu, tvirtindama, kad susmulkintos medžiagos, pvz., metalo drožlių, šiluminis talpumas esąs mažesnis kaip tos medžiagos vientiso gabalo. Tačiau jau anksčiau Blekas, nustatęs, kad vienodose apystovose vanduo šyla lėčiau už tokios pat masės ledą, įtikinamai parodė, kad vandens šiluminis talpumas yra žymiai didesnis kaip ledo.

Bet šie visi reikšmingi darbai liko pamiršti. Ir tik 40 metų praslinkus buvo pradėti nauji šioje srityje teoriniai ir eksperi-

mentiniai darbai, kurie aiškiai įrodė, kad tarp šilumos ir kurios kitos rūšies energijos yra pastovus santykis, vadinasi, kad šiluma yra tam tikros rūšies energija. Pažymėtini yra Džaulio, R. Mejerio, Helmholtco ir kt. darbai.

Mechaninės energijos ir šilumos santykį, vadinamą *mechaniniu šilumos ekvivalentu*, pirmas eksperimentiškai nustatė Džaulis. Savo klasikinį eksperimentą jis pradėjo 1840 m. Šis eksperimentas turi didelę reikšmę šilumos prigimčiai pažinti.

Džaulio kalorimetras turi pertvaras, tarp kurių sukasi sujungti su einančia pro kalorimetrą ašim sparneliai (213 pav.).



213 pav.

Pastaruosius suka krisdami žemyn pakabinti ant apsuktų apie kalorimetro ašį ir permetstų per skridinius virvių kroviniai. Besisukančių sparnelių išjudintą vandenį sulaiko kalorimetro pertvaros; vandens išjudinimo darbas dėl trinties virsta šiluma. Pažymėkime kalorimetro vandens masę M , jo indo masę m , kalorimetro medžiagos specifinę šilumą c , vandens specifinę šilumą c_v , pradinę kalorimetro ir vandens

temperatūrą t_1 , galinę — t_2 . Tuomet sukurtas šilumos kiekis

$$Q = (Mc_v + mc)(t_2 - t_1). \quad (83,1)$$

Krisdami iš h metrų aukščio P kp svorio kroviniai atlieka $2hP$ kpm darbo. Šio darbo dalis, panaudota kalorimetro sparneliams sukti, virsta šiluma. Kitą darbo dalį sudaro krovinio kinetinė energija ir, tik kroviniams atsitrenkus į grindis, ji virsta šiluma, bet pastaroji kalorimetran nepatenka. Krisdami žemyn kroviniai įgyja tam tikrą pastovų greitį v ; tokį pat greitį jie įgytų, laisvai krisdami iš aukščio h_1 , kur $h_1 = \frac{v^2}{2g}$. Taigi suteiktą kalorimetru darbą skaičiuojant, kritimo aukštį h reikia sumažinti dydžiu h_1 . Kroviniams nukritus n kartų, kalorimetru suteikiamas iš viso $2P(h - h_1)n$ kpm darbas. Be to, reikia padaryti dar ir kitas pataisas: darbo dalis suvartojama besisukančių aparatūros dalių (skrysių, ašies) trinčiai nugalėti. Ši darbo dalis surandama taip: virvės pervyniojamos taip, kad vienam

kroviniui kylant aukštyn, antras kristų žemyn; ir nustatoma, koks priedelis p kp reikia pridėti, kad, kai kalorimetras tuščias, kroviniai slinktų greičiu v . Tuomet darbas trinčiai nugalėti yra lygus nph kpm. Krintant kroviniams žemyn, virvės išsitempia, o kai jie pasiekia grindis, jos vėl susitraukia ir kiek pasuka sparnelius ir padaro darbą A_1 . Be to, darbo dalis virsta garsine energija. Pastaroji, kaip ir eilė kitų pataisų, yra labai maža; jos galima ir nepaisyti. Tokiu būdu virtęs šiluma kalorimetre mechaninis darbas

$$W = [2nP(h - h_1) - nph + A_1] \text{ kpm.} \quad (83,2)$$

Tuomet mechaninis šilumos ekvivalentas I , kuris išreiškia 1 kcal sukurtą mechaninio darbo kiekį (išmatuotą kilopondometrais), yra lygus:

$$I = \frac{2Pn(h - h_1) - nph - A_1}{(Mc_v + mc)(t_2 - t_1)} \frac{\text{kpm}}{\text{kcal}}. \quad (83,3)$$

Mechaninis šilumos ekvivalentas buvo nustatytas įvairiausiais būdais; jo reikšmė yra lygi $427 \frac{\text{kpm}}{\text{kcal}}$, esant 15°C , ir $430 \frac{\text{kpm}}{\text{kcal}}$, esant 0°C temperatūrai. Šilumos mechaniniam ekvivalentui atvirkščias dydis yra *mechaninio darbo šiluminis ekvivalentas*, kuris parodo, kiek reikia kalorijų šilumos, kad gautume 1 kpm darbo; jis yra lygus $\frac{1 \text{ kcal}}{427 \text{ kpm}}$.

Bet kurio kūno šilumos ištekliai yra to kūno sudedamųjų dalelių judėjimas. Kietuose kūnuose (kristaluose) jonai arba atomai virpa aplink tam tikrą pusiausvyros vietą; skysčiuose ir dujose molekulės slankioja bei sukasi aplink ašį. Kūnų šilumą ir sudaro jonų arba atomų virpėjimų, o molekulių — slinkimo, virpėjimo bei sukimosi energija. Todėl kūnų sudedamųjų dalelių judėjimą vadiname *šiluminiu*, arba *terminiu*, *judėjimu*. Aukštesnėse temperatūrose judėjimo greitis didėja, taigi didėja šiluminio judėjimo energija. Žemose temperatūrose šiluminis judėjimas žymiai aptilsta, kūno šiluminė energija sumažėja.

✓ § 84. TERMODINAMINĖ SISTEMA. TERMODINAMINIS PROCESAS

Atskirų kūnų arba jų sistemų šiluminį būvį fizikoje nagrinėjome dvejopu būdu. Statistinėje fizikoje šiam klausimui spręsti naudojamas *statistinis būdas* remiasi medžiagos molekulinės

kinetinės teorijos vaizdiniu, jog kūnai yra sudėti iš labai didelio skaičiaus judančių dalelių (molekulių arba atomų); ir jų energetiniam būviui nusakyti naudojami statistiniai dėsningumai, kurie tinka tik sudėtoms iš labai didelio skaičiaus dalelių sistemoms. Bet kūnų šiluminiam būviui nagrinėti fizikoje naudojamas ir antras — *termodinaminis būdas*. Nustatę eksperimentiškai bet kurio kūno arba kūnų sistemos atskirų dalių temperatūros kitimo bei šilumos laidumo dėsningumus, juos išreiškiame matematiškai, visai nekreipdami dėmesio, kaip pernešama šiluma iš vienos kūno dalies į kitą, nesusidarydami sau jokio šiluminių reiškinių mechanizmo vaizdinio. Taigi termodinaminis šiluminių reiškinių tyrimo būdas turi fenomenologinį pobūdį. Reikia pabrėžti, kad minėti abu šiluminių reiškinių tyrimo būdai yra labai svarbūs šiluminiam kūnų sistemų būviui aiškinti.

Nagrinėdami kūnų šiluminio būvio pasikeitimus, paprastai tiriamąjį kūną arba kūnų sistemą išskiriame iš visų aplinkinių kūnų. Tokie iš visos aplinkos išskirti kūnai sudaro *termodinaminę sistemą*. Bet kurios termodinaminės sistemos būvį nusako jos masė, cheminė sudėtis, temperatūra, slėgimas, tūris ir kiti dydžiai. Kitimams vykstant, paprastai gali keistis arba visi sistemos būvį nusakantieji dydžiai, arba tik kai kurie iš jų. Iš visų galimų sistemos kitimų pasirinksime tokius, kuriems vykstant kinta tik jos tūris, slėgimas ir temperatūra, o visi kiti būdingi sistemos dydžiai pasilieka nekintami. Tokios sistemos termodinaminį būvį nusako trys termodinaminiai kintamieji, arba parametrai: tūris V , slėgimas p ir temperatūra T . Iš jų tik du yra visiškai nepriklausomi, o trečias priklauso nuo pirmųjų dviejų, taigi trečiasis dydis yra pirmųjų dviejų funkcija. Jei, pvz., tokie nepriklausomieji kintamieji yra V ir T , tada p yra šių dviejų funkcija, $p=f(V,T)$. Bet lygiai taip pat gali būti $V=f(p,T)$, arba $T=f(V,p)$. Šią lygtį vadiname *sistemos termodinaminio būvio lygtimi*. Paprastai ją išreiškiame bendriausia forma: $F(p,V,T)=0$. O pačios funkcijos forma tėra žinoma tik kai kuriais paprasčiausiais atvejais.

Sistemos termodinaminio būvio lygtis taikytina tik tada, kada sistema yra pusiausvyroje, vadinasi, kada visų sistemos dalių slėgimas bei temperatūra yra pastovūs ir griežtai nusakyti. Bet termodinamika nagrinėja sistemos termodinaminio būvio pasikeitimus, įvairiai keičiant sistemos sąlygas. Pvz., sistemą šildant arba

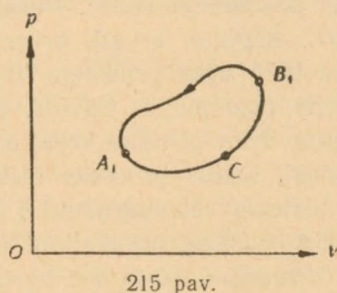
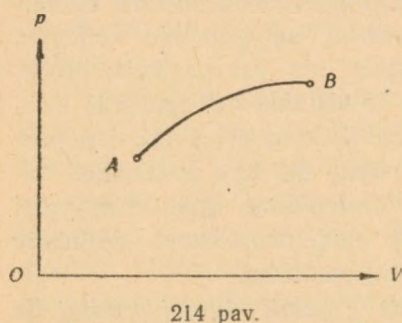
slegiant, kinta jos tūris, slėgimas ir temperatūra. Šiam pasikeitimui vykstant, sistemos skirtingose dalyse gali susidaryti nevienodas slėgimas arba jos gali turėti skirtingą temperatūrą, vadinasi, tada šie dydžiai nebebus griežtai nusakyti. Kad galima būtų taikyti termodinaminio būvio lygtį ir pasikeitimams, reikia, kad tie pasikeitimai, termodinamikoje paprastai vadinami *procesais*, vyktų taip, kad sistemos įvairių dalių temperatūra ir slėgimas tesiskirtų be galo mažai, taigi, kad procesai vyktų be galo lėtai. Idealiu atveju turėsime tada, kai, procesui vykstant, išorinis slėgimas be galo mažai tesiskiria nuo sistemos vidinio slėgimo, šilumos šaltinio temperatūra — nuo sistemos temperatūros. Tada procesas vyks taip, kad sistemos pusiausvyra nebus suardyta, o pats procesas, arba pakitimas, susidės iš ištisos pusiausvyrų eilės. Pakeitus procesą sąlygojančio veiksnio, pvz., slėgimo, kryptį, proceso kryptis taip pat pasikeis; procesas tada vyks priešinga kryptim. Ir sistema vėl įgaus iš eilės visus tuos pačius būvius, kokiuose ji buvo prieš tai, kai procesas vyko pirmine kryptim, tik būvių eilė bus atvirkščia. Vadinasi, tokius procesus kiekvienu akimirksniu galime apgręžti ir sistemą vėl sugrąžinti į pradinį būvį, nepaliekant aplinkoje jokių pėdsakų, nesukeliant joje jokių pakitimų.

Procesus, kurie bet kuriuo būdu grąžinti atgal į pradinį išeities būvį nepalieka aplinkoje (gamtoje) jokių pakitimų, vadiname grįžtamaisiais procesais. Imkime pavyzdį. Iškreipta iš pusiausvyros vietos svyruoklė svyruoja; dėl oro bei atramos vietų trinties jos svyravimo amplitudė visą laiką mažėja, ir pagaliau svyruoklė visai sustoja svyravusi. Ideali svyruoklė, vieną kartą išjudinta, svyruotų tuštumoje visą laiką ir per svyravimo periodą du kartus iš eilės įgautų lygiai tokius pačius būvius, tik atvirkščia tvarka. Šiuo atveju turėtume grįžtamą procesą. Realiai svyruoklei svyruojant, būviai nebepasikartoja visiškai tiksliai: svyruoklės energijos dalis suvartojama trinties jėgoms nugalėti; ji virsta šiluma. Jų svyravimo kryptčiai pakitus ši šiluma nevirsta vėl pirminės rūšies energija. Kadangi trinties jėgos veikia visą laiką, tai visą laiką svyruoklės mechaninė energija virsta šilumine; svyruoklės svyravimo amplitudė visą laiką mažėja. Norėdami palaikyti svyravimo amplitudę tokia pat, turėtume svyruoklei teikti visą laiką energijos. Taigi

visi procesai, kuriems vykstant veikia trinties jėgos, yra ne-grįžtami.

Visus gamtoje savaime vykstančius procesus visuomet lydi trintis, todėl visi gamtoje vykstantys procesai yra negrįžtami. Apskritai, grįžtamų procesų iš tikrųjų neturime; nors jie yra tik realių procesų idealūs atvejai, vienok jie turi didelę reikšmę kaip teorinė priemonė procesams nagrinėti, nes daugelyje atvejų gautosios išvados, nors ir ne visai griežtai, nusako ir realius procesus.

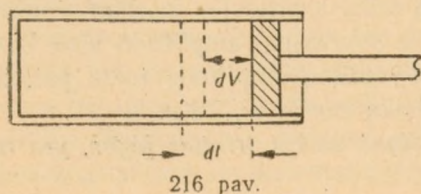
Bet kurį grįžtamą procesą galime pavaizduoti grafiškai. Nepriklausomais kintamaisiais pasirinkime tūrį ir slėgimą. Stačiakampių koordinatų gulsčioje ašyje sužymėkime tūrį V , o stačiojoje — atitinkančius tuos tūrių slėgimus p (214 pav.). Kiekvieną sistemos būvį atitiks tam tikras plokštumos (p, V) taškas.



Sistemos termodinaminio būvio (dydžių p ir V) kitimą grafiškai pavaizduoja diagramoje (p, V) atitinkama kreivė AB , vadinama *procesu linija*. Tegu procesas vyksta taip, kad sistema, perėjusi visą būvių eilę, pagaliau sugrįžta vėl į savo pradinį būvį. Tokį procesą grafiškai vaizduoja uždara kreivė A_1B_1C (215 pav.). Tokius procesus vadiname *cikliniais procesais*.

✓ § 85. SISTEMOS ENERGIJA. PIRMASIS TERMODINAMIKOS DESNIS

Patalpinkime dujas į cilindrinį indą (216 pav.), kuriame slankioja be trinties ir neturįs svorio stūmoklis. Išorinis slėgimas

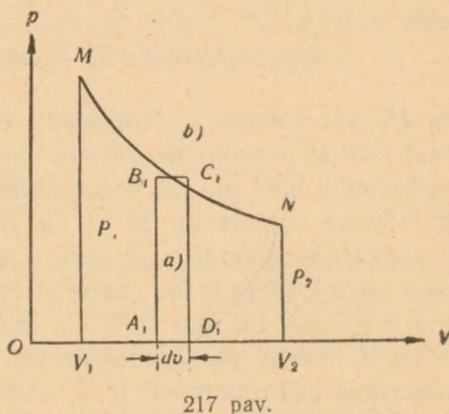


lygus p . Padidėjus dujų tūriui nykstantai mažėjančiu dydžiu dV , stūmoklis paslinks nykstantai mažėjančiu nuotoliu dl . Jei cilindro skerspjūvio plotas yra S ,

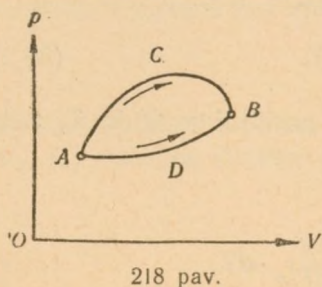
tai $dV = S \cdot dl$. Slegianti stūmoklį jėga yra lygi pS . Pastumdamos stūmoklį dl nuotoliu, dujos atlieka darbą $dW = Sp \cdot dl = p \cdot dV$. Tegu dujų tūris pakis baigtiniu dydžiu $V_2 - V_1$, čia V_1 žymi pradinį, V_2 — galinį dujų tūrį; tada sistemos atliktas darbas

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV. \quad (85,1)$$

Darbą išreiškiantį integralą galėsime išskaičiuoti tik tada, kai žinosime p priklausomybės nuo V pobūdį, kitaip tariant, kai bus žinoma funkcija $p(V)$. Padidinkime diagramoje (p, V) tūrį mažu dydžiu ΔV . Jei p nepakinta, tai grafiškai išreikštas $dW = p \cdot \Delta V$ yra lygus keturkampio plotui. Taigi atliktą sistemos darbą galime išreikšti plotu. Kai p kinta, tai V pakitus nykstamai mažėjančiu dydžiu dV , ir p pakitės nykstamai mažėjančiu dydžiu dp . Šiuo atveju sistemos atliktąjį darbą $dW = p \cdot dV$ galime išreikšti elementarinio keturkampio $A_1B_1C_1D_1$ plotu (217 pav.).



Keičiantis tūriui nuo V_1 iki V_2 , slėgimas taip pat keičiasi, ir jo kitimą grafiškai vaizduoja proceso linija MN . Vadinas, $\int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV$ skaitinė reikšmė yra lygi V ašies, ordinačių p_1 ir p_2 (atitinkančių V_1 ir V_2 reikšmes) ir kreivės MN uždaryto ploto $V_1MN V_2$ skaitinei reikšmei. Taigi ir šiuo atveju atliktąjį darbą galime išreikšti plotu.



Iš energijos išsilaikymo principo išeina, kad sistemos energija bet kuriuo metu priklauso tik nuo tos sistemos tuolaikinio būvio, taigi priklauso nuo jos temperatūros, tūrio, slėgimo, įelektravimo ir visos eilės kitų veiksmų, bet visai nepri-

klausio nuo to, kokiū būdu sistema įgavo šį būvį. Jeigu jos energija priklausytų nuo to, kaip ji diagramos tašką A , atitinkantį (218 pav.) pradinį būvį, pakeitė į tašką B , atitinkantį galinį būvį, tai ji, pakeisdama būvius proceso linijos ACB vaizduojamu būdu, gautų arba nustotų daugiau energijos, kaip pakeisdama juos proceso linijos ADB vaizduojamu būdu. Tada, atliekant ciklinį procesą $ACBDA$ tinkama kryptim, galima būtų didinti sistemos energiją, nesuteikiant jai jokio darbo. Tokiu būdu, sistemos energijos pakitimas priklausio tik nuo jos pradinio ir galinio būvių; o visa energija U yra vienareikšmė kintamųjų būvio dydžių funkcija:

$$U=f(p, T, V, m, \dots)$$

arba

$$U=f(p, T, V, m, \dots) + U_0,$$

čia U_0 yra konstanta, išreiškianti energiją sistemos, kai ji yra visai laisvai parinktame nulinės energijos būvyje. Sistemos termodinaminį būvį nusako trys kintamieji: p , V ir T ; sistemos masę laikome nekintama. Iš jų du yra visai nepriklausomi, trečias priklauso nuo kitų dviejų. Kintant sistemos termodinaminiam būviui, kinta ir jos energija. Bet šiuo atveju sistemos energija priklauso tik nuo anksčiau minėtų trijų kintamųjų p , V ir T , kurie nusako jos termodinaminį būvį. Nepriklausomais kintamaisiais pasirinkime V ir T ; tada sistemos energija

$$U=f(V, T) + U_0. \quad (85,2)$$

Suteikime sistemai šilumos kiekį dQ . Tada sistemos energija padidės dydžiu dU ; be to, keičiantis tūriui, sistema atliks darbą dW , nugalėdama išorinį slėgimą. Sistemos atliktą darbą laikykime neigiamu. Pagal energijos principą

$$dQ = dU + dW$$

arba

$$dQ = dU + p \cdot dV. \quad (85,3)$$

Jei nepriklausomaisiais kintamaisiais parinksime V ir T , tada

$$U=f(V, T)$$

ir

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \cdot dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \cdot dT.$$

Tokiu būdu,

$$dQ = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T \cdot dV + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \cdot dT + p \cdot dV. \quad (85,4)$$

Ši lygtis išreiškia *pirmąjį termodinamikos dėsni*, arba *energijos išsilaikymo principą*, taikomą šiluminiam reiškiniams.

✓ § 86. PIRMOJO TERMODINAMIKOS DĖSNIO TAIKYMAS IDEALIOMS DUJOMS

Pagal kinetinę dujų teoriją idealių dujų vidinę energiją U sudaro dujų molekulių kinetinė energija, kuri proporcinga dujų absoliutinei temperatūrai T . Ši kinetinės dujų teorijos tvirtinimą paremia ir Džaulio—Tomsono tyrimas (§ 81). Tokiu būdu, idealių dujų vidinė energija priklauso tik nuo temperatūros:

$$U = f(T)$$

ir

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0. \quad (86,1)$$

$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$ išreiškia dujų vidinės energijos pakitimą, pasikeitus jų temperatūrai 1°C , kai tūris nekinta, taigi, kai jos neatlieka jokio darbo. Kitaip tariant, $\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$ yra dujų specifinė šiluma C_V , esant pastoviam tūriui: $\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = C_V$. Taikydami pirmąjį termodinamikos dėsni (85,4) idealių dujų sistemai, gausime šią lygtį:

$$dQ = C_V \cdot dT + p \cdot dV.$$

Pritaikykime šią lygtį įvairiems grįžtamiems procesams.

✓ 1. *Izoterminis procesas*. *Izoterminiu procesu* laikome tokį, kada proceso metu sistemos temperatūra pasilieka pastovi. Vykstant izoterminiam procesui, $dT=0$; tuomet

$$dQ = p \cdot dV.$$

Imkime baigtinį procesą. Jei sistemos tūris pakinta nuo V_1 iki V_2 , tai sistemos šilumos pakitimas

$$Q = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV. \quad (86,2)$$

Iš idealių dujų būvio lygties (69,6) randame:

$$p = \frac{RT}{V}.$$

Istatę tai į lygtį (86,2), gauname, kad

$$Q = \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT}{V} \cdot dV = RT \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (86,3)$$

Tokiu būdu, idealių dujų atliekamas darbas, joms grįžtamai plečiantis ir padidėjus jų tūriui nuo V_1 iki V_2 , yra lygus $RT \ln \frac{V_2}{V_1}$; ir atvirkščiai, tiek darbo reikia nudurbti, suslegiant dujas, kad jų tūris sumažėtų nuo V_2 iki V_1 . Šis darbas yra didžiausias. Visais kitais atvejais, kai procesas vyksta negrįžtamai, šis darbas bus visada mažesnis.

Esant pastoviai temperatūrai, $p_1 V_1 = p_2 V_2$ ir $\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}$. Idealių dujų darbą ir taip galime išreikšti:

$$Q = RT \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (86,4)$$

2. Izobarinis procesas. Išdiferencijuokime išreiškiančią pirmąjį termodinamikos dėsnį lygtį, laikydami slėgimą p pastoviu. Tada gausime šią lygtį:

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_p = C_V + p \frac{dV}{dT};$$

taigi sistemai suteikta šiluma šiuo atveju suvartojama iš dalies jos vidinei energijai padidinti, iš dalies — darbui atlikti, nugalint išorinį slėgimą.

Idealių dujų 1 gram molekulės būvį nusako Klapeirono lygtis $pV = RT$; iš šios lygties $p \left(\frac{dV}{dT}\right)_p = R$. Tokiu būdu,

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_p = C_V + R.$$

$\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_p = C_p$ išreiškia idealių dujų molinę šilumą, esant pastoviam slėgimui. Taigi pastaroji lygtis rodo, kad idealių dujų mo-

linių šilumų C_p ir C_v skirtumas yra lygus dujų universalinei konstantai R :

$$C_p - C_v = R. \quad (86,5)$$

✓ 3. Izochorinis procesas. Kada sistemos tūris pasilieka pastovus, $V = \text{const}$,

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_V = C_v,$$

taigi suteikta sistemai šiluma suvartojama jos vidinei energijai padidinti.

✓ 4. Adiabatinis procesas. Imkime visiškai atskirtą nuo aplinkos sistemą; ji negali nei paimiti iš aplinkos, nei jai atiduoti šilumos. Vyksta tokioje sistemoje procesai vadinami *adiabatiniais procesais*. Taigi šiems procesams vykstant, $dQ = 0$. Idealių dujų sistemoje vykstantį nykstamai mažą adiabatinių procesą nusakys ši lygtis (85,4):

$$C_v \cdot dT + p \cdot dV = 0$$

arba

$$p \cdot dV = -C_v \cdot dT.$$

Baigtinį procesą, kai sistemos tūris kinta nuo V_1 iki V_2 , o jos temperatūra nuo T_1 iki T_2 , nusakys tokia lygtis:

$$\int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = - \int_{T_1}^{T_2} C_v \cdot dT. \quad (86,6)$$

Bet $p = \frac{RT}{V}$ ir $-C_v \cdot dT = \frac{RT}{V} \cdot dV$; tokiu būdu,

$$-\frac{dT}{T} = \frac{R}{C_v} \cdot \frac{dV}{V} = \frac{C_p - C_v}{C_v} \cdot \frac{dV}{V},$$

nes C_v išreiškia dujų molinę šilumą. Pažymėkime $\frac{C_p}{C_v}$ santykį γ . Pastarąją lygtį suintegravę nuo T_1 iki T_2 bei V_1 iki V_2 , gauname:

$$-\ln \frac{T_2}{T_1} = (\gamma - 1) \ln \frac{V_2}{V_1},$$

iš čia

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}. \quad (86,7a)$$

Taigi adiabatiniam procesui vykstant,

$$TV^{\gamma-1} = \text{const.} \quad (86,7)$$

Si lygtis išreiškia ryšį tarp dujų tūrio ir temperatūros, jas adiatiškai suslegiant arba išplečiant. Esant dujų temperatūrai T_1 , $p_1 V_1 = RT_1$, o esant temperatūrai T_2 , $p_2 V_2 = RT_2$; iš pastarųjų lygčių $T_1 = \frac{p_1 V_1}{R}$ ir $T_2 = \frac{p_2 V_2}{R}$. Įstatę šias T_1 ir T_2 reikšmes į lygtį (86,7a), gausime:

$$p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma}$$

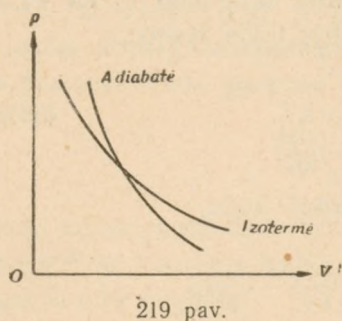
arba, apskritai,

$$p V^{\gamma} = \text{const.} \quad (86,8)$$

Tai yra Puasono lygtis, kuri sieja dujų tūrį ir jų slėgimą, vykstant adiabatiniam procesui. Panašiu būdu surandame ir ryšį tarp dujų slėgimo ir temperatūros:

$$p_1^{\gamma-1} T_1^{\gamma} = p_2^{\gamma-1} T_2^{\gamma}. \quad (86,9)$$

Vykstant izoterminiam procesui, idealių dujų tūrį ir slėgimą sieja lygtis $pV = \text{const.}$, o vykstant adiabatiniam $pV^{\gamma} = \text{const.}$



Grafiškai pavaizduotos tos lygtys parodo (219 pav.), kad dujų adiabatės kyla staigiau už izotermes.

5. Agregatinio būvio kitimas. Kintant agregatiniam būviui, pvz., skystėjant arba garuojant, sistemos temperatūra pasilieka pastovi, nors sistema ir šildoma; taigi šiuo atveju $dT=0$. Agregati-

nio būvio kitimą nusako tokia lygtis (85,4):

$$dQ = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \cdot dV + p \cdot dV.$$

Turint baigtinį procesą, tenka šią lygtį integruoti:

$$Q = \int_{V_1}^{V_2} \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \cdot dV + \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV.$$

Kai sistemos tūris pakinta iš V_1 į V_2 , esant slėgimui p pastoviam, tai

$$Q = \int_{V_1}^{V_2} \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \cdot dV + p (V_2 - V_1). \quad (86,10)$$

Imkime medžiagos 1 gramą. Tada Q išreiškia skystėjimo arba garavimo specifinę šilumą. Ją išreiškia du nariai: $\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \cdot dV$ nusako sistemos vidinės energijos pakitimą, taigi jos vidinę specifinę šilumą; $p(V_2 - V_1)$ reiškia atliktąjį darbą, kintant sistemos tūriui.

Pasikeičiant kietam būviui į skystą arba atvirkščiai, sistemos tūris nedaug tepakinta. Todėl šiuo atveju atliktasis darbas $p(V_2 - V_1)$ yra visai mažas. Tūris daugiau pakinta, kai sistema iš skysto būvio pereina į dujinį būvį. Šiuo atveju atliktojo darbo kiekis yra žymiai didesnis.

✓ § 87. ANTRASIS TERMODINAMIKOS DĖSNIS. KARNO CIKLAS

Pirmasis termodinamikos dėsnis sako, kad, vykstant bet kuriam procesui, uždaro, t. y. visiškai izoliuotos nuo aplinkos, sistemos energija pasilieka pastovi. Bet šis dėsnis visai nenurodo, kuria kryptim vyksta tas bei kitas procesas. Imkime uždara sistemą, kurią sudaro du nevienodos temperatūros vienas antrą liečią kūnai. Pirmasis termodinamikos dėsnis tvirtina, kad šių kūnų energija visą laiką pasilieka pastovi. Bet šis dėsnis visai nenurodo, ar vyks toje sistemoje bet kuris procesas ir kuria kryptim jis vyks. Pagal pirmąjį termodinamikos dėsnį šiluma gali eiti iš šiltesnio į šaltesnį kūną, bet gali ji eiti ir atvirkščia kryptimi, iš šaltesnio į šiltesnį kūną. Šis dėsnis tik tereikalauja, kad sistemos energija visą laiką būtų pastovi.

Ilgametis patyrimas rodo, kad, kai du skirtingos temperatūros kūnai liečia vienas antrą, šiluma visada eina iš šiltesnio kūno į šaltesnį, kol pagaliau temperatūra susivienodina; o kai jie vienas antro neličia, yra vienas nuo kito atskirti, tai šiltesnis kūnas spinduliavimo būdu perduoda šilumą šaltesniam. Ir iki šiol nėra pastebėta, kad savaime vyktų atvirkščios krypties procesas, vadinasi, kad savaime šiluma pereitų iš šaltesnio

į šiltesnį kūną arba kad savaime susidarytų temperatūros skirtumas. Taigi šilumos laidumo bei spinduliavimo procesai yra negrįžtami. Klauzijas šį ilgametį žmonijos patyrimą paskelbė principu, kuris tvirtina:

savaime šiluma negali pereiti iš šaltesnio į šiltesnį kūną taip, kad nepasiliktų jų aplinkoje nuolatinių pakitimų. Šis principas vadinamas *Klauzijaus principu*.

Įsivaizduokime sau tokią šiluminę mašiną, kuri šilumą paverčia mechaniniu darbu ir kuri taip veikia, kad, jai dirbant, aplinkoje nepasilieka jokių pakitimų; vadinasi, visi dalyvaują šiame procese kūnai vėl atgauna savo pradinį būvį. Tada galėtume apgręžti bet kurį negrįžtamą procesą; pvz., tokia mašina iš žemesnės temperatūros kūno paimtų laidumo keliu kai kurį šilumos kiekį, jį paverstų mechanine energija, o pastarąją trinties pagalba pavertusi šiluma, atiduotų aukštesnės temperatūros kūnui; ir tada aplinkoje nepasiliktų jokių pasikeitimų. Šis procesas tolygus šilumos perėjimui savaime iš šaltesnio kūno į šiltesnį. Tokiu būdu, Klauzijaus principas tvirtina, kad negalima padirbti tokios šiluminės mašinos arba, kitais žodžiais, kad visus gamtos procesus, kuriems vykstant šiluma paverčiama mechanine energija arba darbu, visada lydi pasilieka gamtoje ir kiti pakitimai. Ir tikrai, šiluminėse mašinose, kurios šilumą verčia darbu, be šio proceso, vyksta ir kiti jį lydintieji procesai; pvz., garo mašina tik dalį paimtos šilumos paverčia mechaniniu darbu, o likusią jos dalį grąžina žemos temperatūros šaldytuvui. Arba, jei besiplėsdamos dujos atlieka darbą, tai jos ne tik atvėsta, bet ir pakeičia savo tūrį.

Pirmasis S. Karno teoriškai ištyrė procesus, vykstančius idealiose šiluminėse mašinose, kurios šilumą paverčia darbu. Tokių mašinų prototipas yra šiluminė garo mašina. Susipažinkime arčiau su jos fizikiniu principu. Kiekviena šiluminė mašina turi šias tris pagrindines dalis: du skirtingų temperatūrų šilumos šaltinius, cilindrą su stūmokliu ir darbinę medžiagą. Aukštesnės (šiluminio šaltinio) temperatūros darbinė medžiaga (vandens garai bei dujos) plėsdamasi stumia stūmoklį ir dirba darbą, paversdama paimtos iš to šaltinio šilumos dalį mechaniniu darbu; o likusią paimtos šilumos dalį atiduoda žemesnės temperatūros šaltiniui-šaldytuvui. Besiplėsdamos dujos atlieka tada didžiausią darbą, kai jos plečiasi grįžtamai (86,4).

Taigi ir šiluminė mašina atliks tada didžiausią darbą, kada joje vyks tik grįžtamieji procesai, o visi negrįžtamieji procesai, pvz., trintis, šiluminis spinduliavimas, laidumas ir kt., bus pašalinti. Praktiškai tokią mašiną padirbti neįmanoma, bet teoriškai visada galime sugalvoti tokią idealią šiluminę mašiną.

Išnagrinėjęs veikimą idealios šiluminės mašinos, kurioje vyksta tik grįžtamieji procesai, Karno įrodė, kad jos našumo koeficientas priklauso tik nuo šilumos šaltinių temperatūrų skirtumo, bet visai nepriklauso nuo mašinos konstrukcijos bei darbinės medžiagos savybių.

Šiluminės mašinos našumo koeficientas išreiškiamas pavers-to mechaniniu darbu šilumos kiekio santykiu su paimtuoju iš aukštesnės temperatūros šilumos šaltinio šilumos kiekiu.

Pažymėkime šiluminės mašinos našumo koeficientą η , jos paimtąjį iš aukštesnės temperatūros šilumos šaltinio šilumos kiekį Q_1 , o atiduotąjį žemesnės temperatūros šaltiniui šilumos kiekį Q_2 , tai

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \quad (87,1)$$

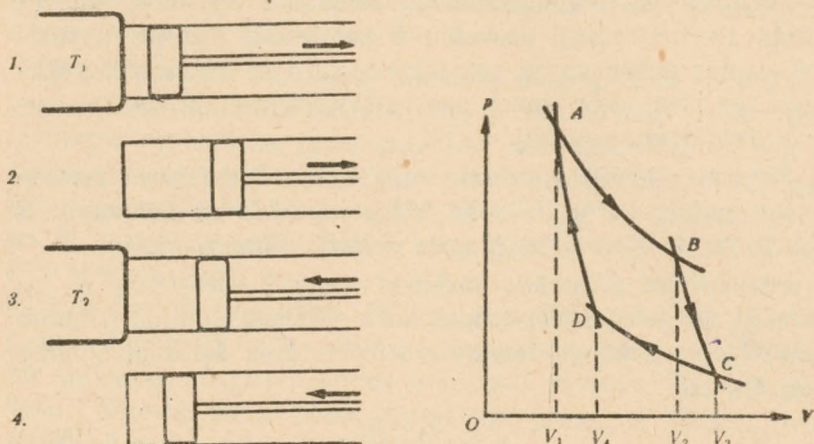
Karno ideali šiluminė mašina susideda iš absoliučiai nelaidžių šilumai sienų ir idealiai laidaus dugno cilindro su stūmokliu, pripildyto idealių dujų, dviejų skirtingų temperatūrų ir be galo didelės talpos šiluminių šaltinių. Pagal reikalą cilindro dugną galime apdengti visiškai nelaidžiu šilumai dangčiu; tada visas cilindras yra idealiai izoliuotas nuo aplinkos. Su šia mašina atliekamas toks grįžtamų procesų ciklas.

1. Dangtį numovę, cilindrą pridedame prie aukštesnės (T_1) temperatūros šilumos šaltinio. Tada darbinė medžiaga plečiasi be galo lėtai ir izotermiškai, kol jos pradinis tūris V_1 padidėja iki V_2 . Procesas vyksta tiek lėtai, kad darbinės medžiagos slėgimas be galo mažai skiriasi nuo išorinio slėgimo ir jos temperatūra tik be galo mažai tesiskiria nuo šaltinio temperatūros. Grįžtamai plėsdamasi darbinė medžiaga iš šilumos šaltinio paima šilumos kiekį Q_1 ir atlieka darbą W_1 (86,3):

$$W_1 = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Šį procesą diagramoje (p, V) grafiškai pavaizduoja izotermė AB , o atliktąjį darbą W_1 išreiškia plotas V_1ABV_2 (220 pav.).

2. Nutoliname cilindą nuo šilumos šaltinio, užmauname dangtį ir leidžiame darbinei medžiagai toliau plėstis be galo lėtai adiabatiskai tiek, kad jos tūris padidėtų iki V_3 . Darbinė



220 pav.

medžiaga plečiasi grįžtamai. Jos temperatūra nukrinta iki T_2 . Procesą vaizduoja adiabatė BC . Plėsdamasi darbinė medžiaga atlieka darbą W_2 , kurį išreiškia plotas V_2BCV_3 (86,6):

$$W_2 = \int_{V_2}^{V_3} p \cdot dV = - \int_{T_1}^{T_2} C_V \cdot dT.$$

3. Numovę cilindro dangtį ir pridėję cilindą prie žemesnės (T_2) temperatūros šilumos šaltinio, slegiame darbinę medžiagą be galo lėtai taip, kad proceso metu jos temperatūra ir slėgis be galo mažai skirtųsi nuo šaltinio temperatūros ir išorinio slėgio. Procesas vyksta grįžtamai; jį vaizduoja izotermė CD . Šilumos šaltiniui atiduodamas šilumos kiekis Q_2 , o darbinei medžiagai suteikiamas darbas W_3 , kurį išreiškia plotas V_3CDV_4 :

$$W_3 = \int_{V_3}^{V_4} p \cdot dV = RT \ln \frac{V_4}{V_3}.$$

4. Pagaliau cilindrą nutoliname nuo šilumos šaltinio, užmauname dangtį ir darbinę medžiagą suslegiame grįžtamai ir adiabatiškai tiek, kad jos tūris sumažėtų iki jos pradinio tūrio V_1 , o jos temperatūra pakiltų iki jos pradinės temperatūros T_1 ; taigi darbinę medžiagą įgauna vėl pradinį būvį. Šį procesą grafiškai vaizduoja adiabatė DA . Darbinei medžiagai suteiktą darbą W_4 išreiškia plotas V_4DAV_1 :

$$W_4 = \int_{V_4}^{V_1} p \cdot dV = - \int_{T_2}^{T_1} C_V dT.$$

Praėjusi visą kitimų eilę, darbinę medžiagą vėl grįžta į pradinį būvį; taigi atlikome grįžtamą ciklinį procesą. To proceso išdava: iš aukštesnės temperatūros (T_1) šaltinio paimitos šilumos Q_1 dalis liko paversta mechaniniu darbu, o kita jos dalis Q_2 buvo grąžinta žemesnės temperatūros (T_2) šilumos šaltiniui. Tokiu būdu šilumą verčiant darbu, aplinkoje visada pasilieka tam tikrų pėdsakų: kai kuris paimitas iš aukštesnės temperatūros šaltinio šilumos kiekis perkeliamas į žemesnės temperatūros šaltinį.

Darbinės medžiagos atliktasis darbas

$$\begin{aligned} W &= W_1 + W_2 + W_3 + W_4 = \\ &= RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \int_{T_1}^{T_2} C_V \cdot dT + RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} - \int_{T_2}^{T_1} C_V \cdot dT = \\ &= RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} + RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}. \end{aligned}$$

Iš adiabatinio proceso lygties $TV^{\gamma-1} = \text{const}$ (86,7) turime:

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}$$

ir

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1},$$

taigi

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4} = C \text{ ir } \ln \frac{V_2}{V_1} = \ln \frac{V_3}{V_4} = \ln C.$$

Tokiu būdu,

$$W = R(T_1 - T_2) \ln C.$$

Šį darbą nusako paskirų ciklo procesų atliktus darbus reiškiančių plotų algebrinė suma:

$$V_1ABV_2 + V_2BCV_3 + V_3CDV_4 + V_4DAV_1 = ABCD.$$

Tokiu būdu, idealios Karno šiluminės mašinos našumo koeficientas

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{R(T_1 - T_2) \ln C}{RT_1 \ln C} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (87,2)$$

Praktinėse šiluminėse mašinose visada turime reikalo su negrįžtamais procesais; pvz., šilumos dalis pereina laidumo arba spinduliavimo būdu, mašinos judančiose dalyse pasireiškia trintys. Tokių šiluminių mašinų našumo koeficientas yra mažesnis. Taigi, bendrai imant,

$$\eta \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (87,3)$$

Iš visų šiluminių mašinų grįžtamai dirbančios mašinos turi vienodą ir didžiausią našumo koeficientą. Sakykime, turime dvi šiluminės mašinas; viena iš jų dirba negrįžtamai, antra — grįžtamai. Tegu pirmoji mašina turi didesnę našumo koeficientą už antrąją. Sujunkime abi mašinas vieną po kitos šiuo būdu: iš aukštesnės temperatūros (T_1) šaltinio pirmoji mašina paima šilumos kiekį Q_1 , dalį jos paverčia darbu W_1 , kuris tiekiamas antrajai mašinai, o likusią šilumos dalį Q_2 grąžina žemesnės temperatūros (T_2) šaltiniui. Antroji mašina veikia atvirkščia kryptimi ir yra šaldytuvas: ji iš žemesnės temperatūros (T_2) šaltinio paima šilumos kiekį Q_2^1 , sunaudoja suteikiamą jai pirmosios mašinos darbą W_1 ir aukštesnės temperatūros (T_1) šaltiniui atiduoda šilumos kiekį Q_1 , kurį paėmė pirmoji mašina. Kadangi pirmosios mašinos našumo koeficientą laikome didesniu už antrosios mašinos, tai $Q_1 - Q_2 > Q_1 - Q_2^1$, arba $Q_1^1 > Q_2$. Tokiu būdu, antroji mašina paima iš žemesnės temperatūros šaltinio daugiau šilumos, kaip kad pirmoji mašina jai atiduoda. Vadinasi, toks mašinų junginys iš žemesnės temperatūros šaltinio paima šilumos kiekį $Q_1^1 - Q_2$ ir jį visą paverčia darbu, nes aukštesnės temperatūros šaltinio šilumos kiekis nepasikeičia. Turėdami tokių mašinų junginį, galime bet kurio šaltinio šilumą paversti mechaniniu darbu, nepalikdami aplinkoje jokių pėdsakų. Tai, žinoma, neprieštarauja I termodinamikos dėsniui, bet

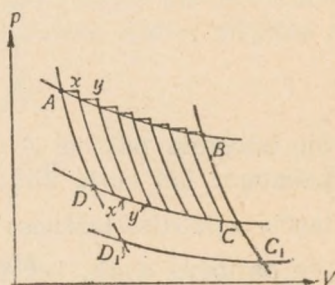
nesutinka su II, kuris tvirtina, kad toks įrenginys negalimas. Iš čia išeina, kad dirbanti grįžtamai mašina turi didžiausią našumo koeficientą.

Panašiu būdu galima išvesti, kad turinčių skirtingas darbinės medžiagas ir grįžtamai dirbančių masinių masinų našumo koeficientai yra vienodi.

√ § 88. ENTROPIJA

Norėdamas II termodinamikos dėsnį taip suformuluoti, kad juo galima būtų nusakyti bet kurio fizikinio ar cheminio proceso kryptį, Klauzijus susidomėjo pačios darbinės medžiagos termodinaminio būvio kitimu, vykstant grįžtamam cikliniam procesui.

Laikykime, kad iš pradžių darbinė medžiaga yra tašką A atitinkančiame būvyje (221 pav.). Suteikus energijos, jos pradinis būvis pakinta į tašką B atitinkantį būvį. Bet kurios sistemos energijos pasikeitimas priklauso tik nuo sistemos pradinio ir galinio būvių, bet visai nepriklauso nuo to, koku keliu ji pereina iš pradinio į galinį būvį. To negalime pasakyti apie sistemos šilumos pakitimą, kadangi $dQ =$



221 pav.

$dU + dW$ (85,3). Vadinasi, pereinant skirtingais būdais iš pradinio būvio A į galinį būvį B (tai grafiškai pavaizduos išvestos per A ir B skirtingos kreivės), bus gauti skirtingi šilumos pakitimai dQ ir nevienodi darbo kiekiai dW .

Išveskime per taškus A ir B dvi adiabatas AD ir BC ir temperatūros T_0 izotermę, kertančią adiabatas taškuose D ir C . Padalykime plotą $ABCD$ į didelį skaičių elementarinių dviejų izotermių ir dviejų adiabatių apribotų plotų $ADxx'$, $xx'yy'$ ir t. t.

Atlikime Karno elementarinius ciklus. Kai iš aukštesnės temperatūros (T) versmės paimamas šilumos kiekis dQ , o žemesnės temperatūros (T_0) versmei atiduodamas šilumos kiekis dq , tai

$$\frac{dQ - dq}{dQ} = \frac{T - T_0}{T}, \text{ arba } 1 - \frac{dq}{dQ} = 1 - \frac{T_0}{T}; \quad (88,1)$$

iš čia

$$\frac{dQ}{T} = \frac{dq}{T_0}, \text{ arba } \frac{dQ}{T} - \frac{dq}{T_0} = 0.$$

Visus elementarinius ciklus sudėję, gausime:

$$\sum \frac{dQ}{T} = \sum \frac{dq}{T_0} = \frac{1}{T_0} \sum dq. \quad (88,2)$$

Sistemos būvio kitimą, pereinant iš atitinkančio tašką A būvio į atitinkantį tašką B būvį, vaizduoja laužtinė linija $Axy...$. Kai elementariniai ciklai yra be galo maži, tada $\sum \frac{dQ}{T}$ pakinta į $\int \frac{dQ}{T}$, ir laužtinė linija ribcje virsta kreive AB . Kaip bešvestume laužtinę, taigi ir kreivę AB , visada

$$\int_A^B \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T_0} \sum dq.$$

Šio integralo reikšmė A visai nepakis, jei vieton izotermės DC paimtume bet kurią kitą temperatūros T_0' izotermę D_1C_1 , kertančią adiabatos taškuose D_1 ir C_1 . Tai pačiai adiabatei $\frac{dQ}{T}$ yra pastovus dydis, bet pereinant į kitą adiabatę kinta. Nes, vykstant Karno cikliniam procesui CDC_1D_1 tarp izotermių CD ir C_1D_1 ,

$$\frac{1}{T_0'} \sum dq' = \frac{1}{T_0} \sum dq.$$

Vieton taškų A ir B (o taip pat vieton C ir D) galime imti bet kuriuos kitus adiabačių AD ir BC taškus, nes procesui adiabatiskai vykstant, $dQ=0$, taigi ir

$$\int \frac{dQ}{T} = 0.$$

Tokiu būdu, kintant būviui iš taško A vaizduojamo būvio į taško B vaizduojamą, $\frac{dQ}{T}$ reikšmė priklauso tik nuo pradinio ir galinio sistemos būvio, bet visiškai nepriklauso nuo būvio keitimosi būdo. Pažymėkime $\frac{dQ}{T} = dS$. Tada

$$\int \frac{dQ}{T} = \int dS.$$

Dydį $\frac{dQ}{T}$ Klauzijas pavadino *entropija*. Jis yra būdingas sistemos dydis, kaip ir jos energija, tūris, slėgimas ir kt.

Kai sistema yra taško A vaizduojamame būvyje, jos entropija yra S_A , o esant taško B vaizduojamame būvyje — S_B , tada

$$\int_A^B \frac{dQ}{T} = \int_A^B dS = S_B - S_A. \quad (88,3)$$

Termodinaminės sistemos visos entropijos negalime surasti, bet tik galime nustatyti jos pakitimą, vykstant tam bei kitam procesui. Pastarąjį nustatome, suradę $\int \frac{dQ}{T}$ reikšmę, pereinant sistemai iš pradinio būvio į galinį. Jei, pvz., dujos plečiasi izotermiškai ir atlieka darbą $p \cdot dV$, nugalėdamos išorinį slėgimą p , tai

$$dQ = dU + p \cdot dV,$$

taigi

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{dU + p \cdot dV}{T}$$

ir

$$S = \int \frac{dU + p \cdot dV}{T}. \quad (88,4)$$

Kadangi dU ir dV yra proporcingi masei, tai ir entropija bus taip pat jai proporcinga. Masės vieneto entropiją pažymėkime s , tada m gramų masės entropija $S = ms$. Kai sistema sudėta iš skirtingų dalių, kurių masės yra $m_1, m_2, m_3, \dots$, o tų dalių masės vieneto entropija atitinkamai $s_1, s_2, s_3, \dots$, tai visos sistemos entropija

$$S = m_1 s_1 + m_2 s_2 + m_3 s_3 + \dots \quad (88,5)$$

Taigi entropija yra sudedamas dydis.

Sudėto iš grįžtamų procesų ciklo entropija

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0.$$

Vadinasi, tokių procesų ciklo

$$\int \frac{dQ}{T} = 0. \quad (88,6)$$

Po grįžtamų procesų ciklo sistemos entropija pasilieka nepakitusi.

Dabar imkime susidedantį iš grįžtamų ir negrįžtamų procesų ciklą. Pvz., idealios temperatūros T ir tūrio V_1 dujos iš pradžių plečiasi vakuuman; taip besiplėsdamos jos neatlieka jokio darbo, ir jų temperatūra nepasikeičia. Vėliau tos dujos izotermiškai ir grįžtamai slegiamos iki pradžios tūrio V_1 ; šiuo atveju atliekamas darbas, ir sukurtoji šiluma atiduodama temperatūros T šilumos šaltiniui. Pirmasis procesas yra negrįžtamas, o antrasis grįžtamas. Visam ciklui

$$\int \frac{dQ}{T} < 0$$

arba

$$\int_A^B \frac{dQ}{T} + \int_B^A \frac{dQ}{T} < 0,$$

kur A ir B yra vaizduojantieji atskirų ciklo dalių pradinius ir galinius būvius taškai. Kadangi antroji ciklo dalis vyksta grįžtamai, tai

$$\int_B^{A_1} \frac{dQ}{T} = S_A - S_B,$$

taigi

$$\int_A^B \frac{dQ}{T} + S_A - S_B < 0$$

arba

$$S_B - S_A > \int_A^B \frac{dQ}{T}. \quad (88,7)$$

Visuose negrįžtamuose procesuose šiluma pereina žemesnės temperatūros kryptim. Integralo nariai, išreiškiantieji gaunamą šilumą, visada bus didesni už tuos integralo narius, kurie nusako

atiduodamą šilumą. Todėl $\int_A^B \frac{dQ}{T}$ bus visada teigiamas (arba bus

lygus nuliui), bet jis negali būti neigiamas. Mūsų paimtuojų atveju

$$\int_A^B \frac{dQ}{T} > 0$$

ir

$$S_B - S_A > 0. \quad (88,8)$$

Tokiu būdu, vykstant negrįžtamam procesui, sistemos entropija didėja.

Visus gamtoje savaime vykstančius procesus lydi arba trintis, arba spinduliavimas. Šie procesai yra negrįžtami. Taigi II termodinamikos dėsnį galime ir taip išreikšti:

visuose gamtoje savaime vykstančiuose procesuose entropija didėja.

Įvedę entropijos sąvoką, pirmąjį termodinamikos dėsnį išreiškiančią lygtį (85,3) galime taip parašyti:

$$dQ = T \cdot dS = dU + p \cdot dV. \quad (88,9)$$

Ši lygtis išreiškia sujungtą pirmąjį ir antrąjį termodinamikos dėsnius. Adiabatiniame procese $dQ = T \cdot dS = 0$; išorinis darbas atliekamas sistemos vidinės energijos sąskaita; idealios dujos atvėsta. Todėl

grįžtamasis adiabatinis procesas yra izentropinis.

Paprastai termodinaminė sistema yra sudėta iš labai didelio sudedamųjų dalelių (atomų, molekulių arba jonų) skaičiaus. Pvz., dujos sudėtos iš labai didelio molekulių skaičiaus. Kad galėtume nusakyti jų mechaninį būvį tam tikru akimirksniu, turėtume žinoti kiekvienos molekulės vietą ir greitį tuo akimirksniu. Tačiau, esant joms chaotiškame būvyje, jų makroskopinėms savybėms nusakyti užtenka žinoti, koks molekulių skaičius iš jų visų yra tam tikroje erdvės dalyje ir kokiame tarpe yra jų greičiai; taigi, sistemos makroskopinį būvį nusako pačių dalelių pasiskirstymas erdvėje, o jų greičius — tarpai (intervalai).

Kiekvienas pasiskirstymas gali būti pasiektas daugeliu būdų, nes įvairiai susigrupuojant atskiroms dalelėms susidaro toks pat būvis. Pvz., 10 dalelių pasiskirstymas dviejose erdmėse, vienoje (A) — 4, o antroje (B) — 6, gali būti sudarytas daugeliu būdų. Sunumeruokime daleles nuo 1 iki 10 numeriais. Esant sistemai chaotiškame būvyje, skirtingų numerių dalelės vaidina pasiskirstyme vienodą vaidmenį, bet, įvairiai pasiskirs-

čiosios erdmės bei intervaluose, sudaro to paties būvio atskirus kompleksus. Erdmėje (A) gali būti šių numerių dalelės: arba 1, 2, 3, 4, arba 1, 2, 3, 5, arba 2, 3, 4, 5, arba 2, 3, 4, 6 ir t. t. Kiekvienas toks pasiskirstymas sudarys būvio (A) — 4, (B) — 6 atskirą kompleksą. Tokiu būdu, kiekvienas būvis bus nusakytas tam tikro kompleksų skaičiaus. Bet kurio būvio kompleksų skaičių vadiname to būvio *statistine tikimybe*. Kuo būvio kompleksų skaičius yra didesnis, tuo tas būvis yra patikimesnis.

Antra vertus, visi procesai gamtoje savaime vyksta tąja linkme, kad entropija didėtų. Taigi turi būti ryšys tarp sistemos entropijos S ir jos būvio statistinės tikimybės W . Teorinėje termodinamikoje tas ryšys taip išreiškiamas:

$$S = k \ln W, \quad (88,10)$$

čia k yra Bolcmano konstanta, $k = 1,38 \cdot 10^{-16}$ erg laip⁻¹. Tokiu būdu,

sistemos entropija yra proporcinga jos būvio statistinės tikimybės natūriniam logaritmui.

Dabar entropijos sąvoka darosi vaizdingesnė. Termodinaminius klausimus nagrinėjant statistškai, svarbiausias uždavinys yra išskaičiuoti statistinę sistemos būvio tikimybę.

Įvedus sistemos būvio statistinės tikimybės sąvoką, termodinamikos išvadų griežto ir be sąlygų dėsningumo pobūdis nyksta; išvados darosi daugiau taisyklėmis, tinkančiomis daugeliui atvejų, bet turinčiomis ir išimtis. Pabandykime išsiaiškinti, kiek daug pasikeičia II termodinamikos dėsnio nuskaityta procesų linkmė, aiškinant entropiją statistškai. Imkime skaitinį pavyzdį. Turime du nevienodos temperatūros kūnus; pirmojo temperatūra yra $T_1 = 300^\circ\text{K}$, antrojo — $T_2 = 301^\circ\text{K}$. Tam tikromis sąlygomis per kai kurį laiką iš šiltesnio kūno į šaltesnį pereina 1 erg šilumos. Entropijos pakitimas ΔS bus lygus:

$$\Delta S = \frac{1}{300} - \frac{1}{301} = \frac{1}{9} \cdot 10^{-4} \text{ erg laip}^{-1}.$$

Bet $\Delta S = k \ln \frac{W_2}{W_1}$, iš kur $W_2 = W_1 e^{\frac{\Delta S}{k}}$; čia W_1 ir W_2 yra pradinio ir galinio, šilumai perėjus, būvių statistinės tikimybės. Įstatę skaitines reikšmes, gauname:

$$W_2 = W_1 e^{\frac{10^{-4}}{9 \cdot 1,38 \cdot 10^{-16}}} = W_1 e^{\frac{100}{12} \cdot 10^{10}}$$

ir

$$z = \frac{W_2}{W_1} > 1000^{10^{10}}.$$

Taigi galinio būvio tikimybė yra z (labai daug) kartų didesnė už pradinio. W_1 išreiškia pradinio, o W_2 — galinio būvio kompleksų skaičių. Kompleksus galime laikyti nepriklausomais. Palankių įvykių skaičius, kad šiluma pereis iš šiltesnio kūno į šaltesnį, yra lygus kompleksų skaičiui W_2 , o kad pasiliks pradinis būvis nepakitęs — W_1 . Tada matematinė įvykio tikimybė, kuri yra lygi palankių įvykių skaičiaus santykiui su visu įvykių skaičiumi, bus lygi pirmuoju atveju w_2 :

$$w_2 = \frac{W_2}{W_1 + W_2} = \left(1 + \frac{W_1}{W_2}\right)^{-1} \approx 1 - \frac{W_1}{W_2} \approx 1;$$

antruoju atveju

$$w_1 = \frac{W_1}{W_1 + W_2} \approx \frac{1}{1000^{10^{10}}}.$$

Taigi iš $1000^{10^{10}}$ atvejų tik vienu 1 erg šilumos nepereis iš šiltesnio kūno į šaltesnį. Tikimybė yra tiek maža, kad per tūkstančių tūkstančius metų tas įvykis nebus pastebėtas. Bet, jeigu pereinantį šilumos kiekį sumažinsime iki $\Delta Q = 12 \cdot 10^{-12}$ erg, tai pirmuoju atveju tikimybė $w_2 = \frac{2.7}{3.7}$ ir antruoju $w_1 = \frac{1}{3.7}$. Taigi iš 37 atvejų tik 27 atvejus šiluma pereis iš šiltesnio kūno į šaltesnį, o 10 atvejų — nepereis, priešingai II termodinamikos dėsniui. Taigi, procesų nukrypimas nuo termodinamikos dėsnių nusakomos linkmės tuo mažesnis, kuo pasireiškia didesni energijos kiekiai. Atominiuose bei molekulinuose procesuose tokie nukrypimai visai patikimi.

Karno ciklas parodo, kad, kai ideali šiluminė mašina dirba temperatūrų T_1 ir T_0 tarpe ir iš aukštesnės temperatūros šilumos šaltinio paima šilumos kiekį Q , tai ji šilumos kiekį $Q\left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right)$ paverčia mechaniniu darbu, o kiekį $Q \frac{T_0}{T_1}$ grąžina atgal žemesnės temperatūros šilumos šaltiniui. Šilumos kiekis $Q\left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right)$ yra šiuo atveju vertingas mechaninio darbo atžvilgiu, o kiekis $Q \frac{T_0}{T_1}$, kai T_0 yra šiluminės mašinos šaldytuvo temperatūra, lieka šiuo atveju bevertis. Antra vertus, kai šilumos kiekis Q lai-

dumo keliu pereina iš temperatūros T_2 kūno į temperatūros T_3 kūną, tai mechaninio darbo atžvilgiu lieka bevertis šilumos kiekis $Q\left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_2}\right) T_0$. Bet $Q\left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_2}\right)$ yra entropijos padidėjimas, kai šilumos kiekis Q laidumo keliu pereina iš temperatūros T_2 į temperatūros T_3 kūną. Taigi, padauginę entropiją iš žemiausios darbo temperatūros, gauname nebepaverčiamos mechaniniu darbu, arba — išsklaidytos, energijos padidėjimą. Tokiu būdu, entropija yra proporcinga išsklaidytai energijai. Ir entropijos didėjimas savaime gamtoje vykstančiuose procesuose parodo, kad, tokiems procesams vykstant, didėja išsklaidytos energijos kiekis, kitaip tariant, didėja mechaninio darbo atžvilgiu bevertės energijos kiekis.

Taip suprasdami entropijos didėjimo principą gamtoje savaime vykstančiuose procesuose ir taikydami jį visam Kosmosui, galėtume padaryti išvadą, kad gamtoje visi procesai vyksta temperatūrinių, arba šiluminių, potencialų išsilyginimo kryptim, taigi, kad artėja Kosmoso «šiluminė mirtis» arba kad Kosmosas pereina į sustingimo būvį. Tačiau II termodinamikos dėsnis tinka tik uždarai sistemai; jo išreiškiamą patirtis teapima tik labai mažą begalinio ir beribio Kosmoso dalelę — mūsų Žemę, kurioje sąlygos ir galimūmai, palyginus su beribio Kosmoso sąlygomis ir galimūmais, yra labai riboti. II termodinamikos dėsnis netinka ir labai mažoms sistemoms, mažiems dydžiams. Labai mažose erdmėse koloidinių dalelių arba molekulių koncentracija gali savaime didėti, ir tokių procesų tikimybė tuo didesnė, kuo dalelių skaičiai mažesni. O tai jau prieštarauja II termodinamikos dėsniui.

Kai kurie fizikos dėsniai ir fizikinės sąvokos iš esmės kinta, kai iš makropasaulio pereiname į mikropasaulį; tai rodo pastarųjų laikų fizikos mokslo vystymasis. Panašūs dalykai gali vykti ir pereinant iš makropasaulio į Kosmosą prie kosminio masto procesų, prie superfizikinių reiškinių. Todėl toks platus II termodinamikos dėsnio apibendrinimas veda prie klaidingų išvadų ir prieštaravimų.

✓ § 89. NERNSTO ŠILUMOS TEOREMA

Apskritai, vykstant sistemoje bet kuriam termodinaminiam procesui, šilumos pakitimas dQ taip išreiškiamas (85,3):

$$dQ = T \cdot dS = dU + p \cdot dV, \quad (89,1)$$

nes $dS = \frac{dQ}{T}$. Jei procesas vyks izotermiškai, tai jo metu atliktasis išorinis darbas bus lygus

$$p \cdot dV = -dU + T \cdot dS = -d(U - TS) = -dF,$$

jei $U - TS$ pažymėsime F . Taigi ne visas sistemos vidinės energijos U pakitęs kiekis dU , o tik jo dalis $d(U - TS) = dF$ virsta darbu. Todėl sistemos vidinės energijos dalį $F = U - TS$ vadiname jos *laisvąja*, o TS — *surištąja energija*. Taigi sistemos vidinė energija susideda iš laisvos ir surištiosios energijos:

$$U = F + TS. \quad (89,2)$$

Kai procesas vyksta izotermiškai ir grįžtamai, $dS = 0$, ir atliktas išorinis darbas yra didžiausias ir lygus $p \cdot dV = -dF$; o surištiosios energijos pakitimo sąlygotas šilumos tonazas (išlaisvintas šilumos kiekis) lygus $dQ = T \cdot dS$. Savaime vykstančiuose procesuose F mažėja, o TS didėja, nes S didėja.

Esant $T = 0$, F turi būti lygus U . Tyrimai rodo, kad žemose, absoliutiniam nuliui artimose temperatūrose skirtumas tarp F ir U yra nedidelis. Nernstas laiko, kad, artėjant prie absoliutinio nulio, U ir F reikšmės asimptotiškai artėja viena prie antros ir, esant $T = 0$, susilygina, taigi, kad

$$\lim_{T \rightarrow 0} \frac{dU}{dT} = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{dF}{dT} = 0, \text{ kai } T \rightarrow 0. \quad (89,3)$$

Ši lygtis išreiškia Nernsto šilumos teoremą.

Šilumos teorema tinka tik kondensuotoms (kietoms ir skysčiams) sistemoms. Ar ji tinka ir dujinėms, tuo tarpu nėra nustatyta.

Nernsto šilumos teoremą galima ir taip nusakyti:

arti absoliutinio nulio visi procesai vyksta taip, kad jų entropija nekinta, t. y. visi procesai yra grįžtami:

$$\lim_{T \rightarrow 0} \Delta S = 0, \text{ kai } T \rightarrow 0. \quad (89,4)$$

Tai reiškia, kad, artėjant prie absoliutinio nulio, kūnų molekulinės struktūros sąlygotos savybės tekinta labai nežymiai. Jei šilumos teorema tiktų ir nekondensuotoms sistemoms, pvz., dujoms, tada arti absoliutinio nulio jų tūris ir slėgimas nebepriklausytų nuo temperatūros, taigi labai žemose temperatūrose išvestieji dujų sistemoms dėsniai nebetiktų. Turėtume dujų *išsigimimą*.

Nernsto šilumos teorema turi didelę reikšmę, sprendžiant fizikinės chemijos klausimus, todėl ją dažnai laiko *trečiuoju termodinamikos dėsniu*. Jį taip nusako:

jokiu procesu negalime pasiekti temperatūros absoliutinio nulio.

✓ § 90. ŠILUMINĖS MAŠINOS

Mechaniniai įrenginiai, kurie šiluminę energiją paverčia mechaniniu darbu, vadinami *šiluminėmis mašinomis*. Jos yra įvairių rūšių, tačiau visos jos dirba periodiškai, visose vyksta ciklinis procesas kaip ir Karno idealioje mašinoje (§ 87). Visose praktinėse šiluminėse mašinose pasireiškia trintis ir spinduliavimas, kurie daro procesus negrįžtamus. Todėl praktinių šiluminių mašinų našumo koeficientas yra žymiai mažesnis už idealios Karno mašinos našumo koeficientą (87,2). Norint gauti didesnę našumo koeficientą, reikia šiluminės mašinos šilumos šaltinių temperatūros T_1 ir T_2 taip parinkti, kad jų skirtumas būtų kuo didžiausias. Bet šaldytuvo temperatūrą T_2 beveik visada sąlygoja išorinė temperatūra, ir ji visuomet esti kiek didesnė už pastarąją. Todėl stengiamasi laikyti kiek galima aukštesnę temperatūrą T_1 . Garo mašinų ir turbinų katiluose garų slėgimas pakeliamas iki 200 at. Tada verdančio vandens garų temperatūra pasiekia 538°K. Jei šaldytuvo temperatūrą laikysime 313°K, tai tokios garo mašinos teorinis našumo koeficientas $\eta = \frac{225}{538} \approx 0,42$ arba 42%. Bet praktiškai tokio didelio našumo koeficiento nepasiekiamo; jis tesiekia 20—25%. Žymi tiekiamos garo mašinai energijos dalis atiduodama šaldytuvui; pastaraisiais laikais ji panaudojama įmonių ir gyvenamųjų namų apšildymui.

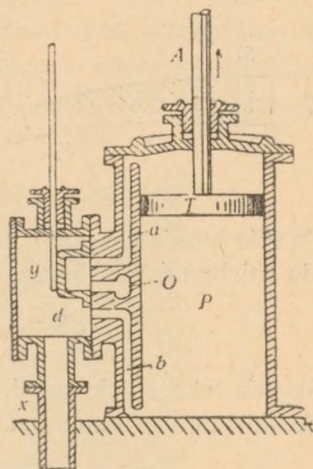
Darbine medžiaga šiluminėse mašinose panaudojami arba vandens garai (garo mašinose ir turbinose), arba kurui degant gaunamos dujos (vidaus degimo bei reaktyviniuose varikliuose). Abiejų rūšių — garo šiluminės mašinos ir vidaus degimo varikliai skiriasi ne tik savo mechanine konstrukcija, bet ir veikimu. Garo mašinose tikrosios energijos šaltinio — kuro (akmens anglies, malkų ir t. t.) šiluma suteikiama darbinei medžiagai — vandens garams. Ir tik jie tą energiją perduoda cilindro stūmokliui mechaninio darbo forma. O varikliuose energijos šaltinis — degamosios dujos tiesiogiai veikia cilindro stūmoklį arba sukelia atoveikį.

1. Garo mašinos

Garų mašinose aukštesnės temperatūros (T_1) šilumos šaltinis yra katilas, kuriame garinamas vanduo. Šiose mašinose šilumos šaltinio temperatūra $T_1 = 100^\circ\text{C}$. Siekiant didesnio našumo koeficiento, verdančio vandens garų temperatūra pakeliama, padidinus slėgimą (§ 97). Žemesnės temperatūros T_2 šilumos šaltinį sudaro šaldytuvai, kuriame atidirbęs vandens garai susikondensuoja, atiduodami garavimo šilumą.

Pagrindinę šiluminės mašinos dalį sudaro D . Vato išrastasis cilindras P (222 pav.), kurio viduje slankioja sandariai pritaisytas stūmoklis T . Stūmoklį slankioti cilindru verčia iš katilo

eina garai, kurie tai vienoje, tai antroje stūmoklio pusėje užpildo cilindą. 222 pav. pavaizduotame būvyje stūmoklis slenka aukštyn; iš katilo vamzdžiu x vandens garai veržiasi į skirstomąją dėžę d ir vamzdžiu b — į cilindą. Viršutinė cilindro dalis vamzdžiais a ir O (pastarasis pavaizduotas piūviu) susijungia su šaldytuvu, todėl, kondensuojantis garams, joje esančių garų slėgimas yra mažas. Ateinančių iš katilo į apatinę cilindro dalį garų slėgimas stumia stūmoklį aukštyn. Slinkdamas stūmoklis stumia kaištį y žemyn;



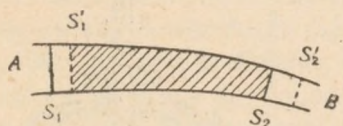
222 pav.

stūmokliui pasiekus cilindro viršų, pastarasis vamzdį b sujungia su O ir šaldytuvu; tuomet viršutinė cilindro dalis vamzdžiais a ir x susijungia su garo katilu. Garo slėgimas stūmoklis slenka žemyn. Toliau vyksmas kartojasi iš naujo. Jungianti stūmoklį su mechanine mašina jungtis A stūmoklio judėjimą perduoda mechaninių mašinų dalims. Paprastai dar prieš tai jungties slenkamasis judėjimas pakeičiamas sukamuoju judėjimu. Naujoviškose aukšto slėgimo garų mašinose atidirbęs cilindre garai varomi ne į šaldytuvą, bet eina į antrą, o kartais dar ir į trečią iš eilės cilindą; garų slėgimas cilindruose vis mažėja. Tokios mašinos cilindrai skirstomi į didelio ir mažo slėgimo cilindrus.

Šiluminių mašinų veikimą apgręžę, gauname šaldomasias mašinas. Šios mašinos šilumą taip pat paverčia mechaniniu darbu, bet jos naudojamos ne mechaniniam darbui gauti, o sistemai atvėsinti, atimant iš jos šilumą, iš kurios ir gaunamas darbas. Tokios mašinos yra Lindės arba Kapicos tipo mašinos dujoms skystinti (§ 82) arba ledui gaminti.

2. Garo turbinos

Visokių rūšių (vandens, garo ir kt.) turbinų veikimas remiasi judėjimo kiekio išsilaikymo dėsniu (§ 11). Tegu neklampus skystis teka stacionariai vamzdeliu AB (223 pav.) ir esąs



223 pav.

tarp skerspiūvių S_1 ir S_2 skystis per be galo trumpą laiką dt paslenka iki piūvių S_1^1 ir S_2^1 . Skysčio judėjimo kiekio pakitimą per laiką dt nusakys turiuose $S_1S_1^1$ ir $S_2S_2^1$ esančio skysčio judėjimo kiekio skirtumas. Kai skysčio tankis yra ρ , jo judėjimo greitis v_1 ir v_2 , tai judėjimo kiekio skirtumas bus lygus

$$\rho S_2 v_2 \cdot dt \cdot v_2 - \rho S_1 v_1 \cdot dt \cdot v_1. \quad (90,1)$$

Skystis teka stacionariai, todėl $\rho S_2 v_2 = \rho S_1 v_1$; taigi judėjimo kiekio skirtumą galime taip išreikšti:

$$\rho S_2 v_2 (v_2 - v_1) dt.$$

Išorinės jėgos impulsas yra lygus $F \cdot dt$. Prilyginę abu reiškinius, gausime:

$$\rho S_2 v_2 (v_2 - v_1) = F. \quad (90,2)$$

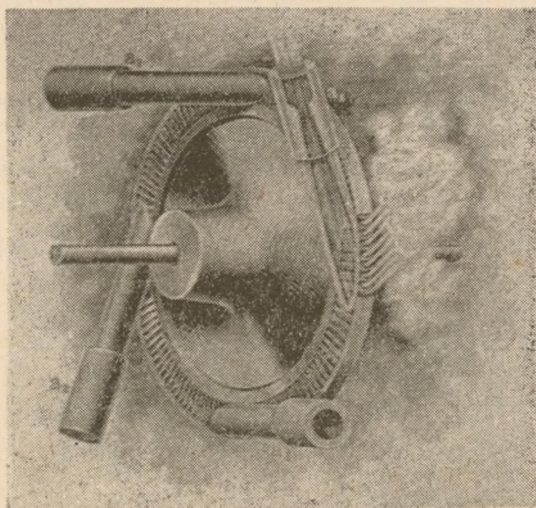
Pastaroji lygtis leidžia išskaičiuoti tekančio skysčio sukeltą jėgą. Indas, iš kurio bėga skystis, yra veikiamas skysčio jėgos, kuri nukreipta prieš skysčio srovę ir kuri yra lygi $\rho S_2 v_2^2$, šiuo atveju S_2 išreiškia angos plotą, o $v_1 = 0$. Jėga $F = \rho S_2 v_2^2$ nukreipta nuo indo sienelės į skystį. Pagal Niutono mechanikos trečiąjį (veiksmo ir atoveikio) dėsnį tokio pat dydžio jėga, tik priešinga kryptim, veikia indą, ir pastarasis turi judėti.

Vandens turbinose vandens, o garo turbinose garų srovė, atsimušusi į menteles, pakeičia judėjimo kryptį. Kai vandens

arba garų srovės kryptis pakinta į priešingą, $v_1 = -v_2$, tada veikianti mentelės jėga $F = \rho S_1 v_1 \cdot 2v_1 = 2\rho S_1 v_1^2$; taigi ji yra proporcinga srovės greičio kvadratui. Šią formulę išvedant, laikoma, kad mentelė, į kurią atsimuša vandens arba garų srovė, nejuda; jai judant, veikianti jėga yra proporcinga srovės reliatyvinio greičio kvadratui.

Turbinos vandens arba garų (dujų) srauto kinetinę energiją paverčia mechanine energija. Garo turbinose panaudojami didelio (iki 170 at) slėgimo perkaitinti (iki 550°C) vandens garai. Tokios turbinos išvysto didelį (maždaug 150000 kW) galingumą. Jų našumas siekia 42,5%; tokią sunaudotos vandens garinimui šilumos dalį jos paverčia elektrine energija.

Kiekviena turbina sudaryta iš darbinio rato (rotoriaus) ir vandens arba garų srautą nukreipiančios į rotoriaus menteles įrenginio (angų a_1 , a_2 , a_3 ir a_4) (224 pav.). Turbinų rotorius sukasi labai greitai, apsisukdamas iki 3000 kartų per minutę.



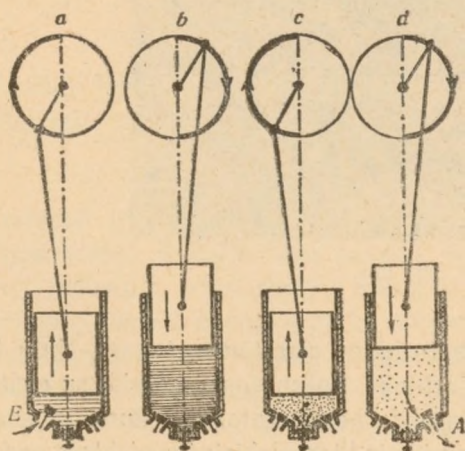
224 pav.

Pagal darbinę medžiagą turbina skirstomos į garo, dujų ir hidraulines, arba vandens, turbinas. Sujungtos tiesiogiai su elektros generatoriais jos sudaro turbogeneratorius, kurie plačiai naudojami šiluminėse elektrinėse ir hidroelektrinėse elektros energijai gauti.

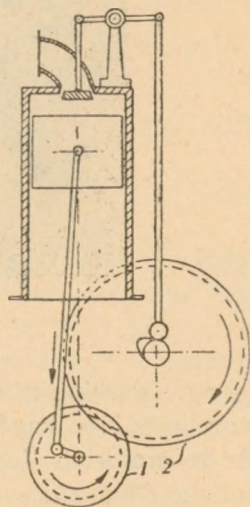
3. Vidaus degimo varikliai

Žymiai didesnį našumo koeficientą negu garo mašinos ir turbinos turi vidaus degimo varikliai. Jų cilindre sudega suslėgtos degamosios dujos (oro ir benzino garų mišinys). Degant aukštos temperatūros dujos staigiai plečiasi ir verčia slinkti stūmoklį. Vidaus degimo variklyje temperatūrų skirtumas yra didesnis, kaip garo mašinose, todėl jų teorinis bei praktinis našumo koeficientas yra didesnis.

Vidaus degimo variklius skirstome į dvi grupes: *keturių* ir *dviejų taktų variklius*. Keturių taktų variklių darbo ciklas susideda iš keturių dalių — taktų. Pirmame takte, slenkant stūmokliui aukštyn, pro įleidžiamąjį vožtuvėlį *E* cilindran įciulpiamas degamasis mišinys, kuris užpildo cilindrą (225 pav., *a*). Antrame takte, slenkant stūmokliui žemyn, degamasis mišinys suslegiamas (225 pav., *b*). Trečiame takte prašokanti elektros kibirkštėlė uždega suslėgtą mišinį. Sudegusios aukštoje temperatūroje dujos staigiai plečiasi ir varo stūmoklį aukštyn (225 pav., *c*). Ketvirtame takte atsidaro išleidžiamasis vožtuvėlis *A* (225 pav., *d*) ir stūmoklis, slinkdamas žemyn, pašalina sudegusias dujas iš cilindro. Toliau ciklas kartojasi iš naujo. Iš keturių ciklo taktų tik trečiame stūmokliui suteikiamas darbas. Kituose trijuose taktuose stūmoklio judesiui panaudojamas smagračio masės sukauptas trečiojo, darbingojo, takto darbas. Cilindro vožtuvėlius reikiamu



225 pav.



226 pav.

laiku atidaro ant atskiros ašies pamauti ekscentriniai skritulėliai. Ši ašis dantračių sistema sujungta su alkūniniu vėlenu ir yra pastarojo sukama (226 pav.).

Dviejų taktų varikliuose darbo ciklas susideda iš dviejų taktų ir atliekamas, slenkant stūmokliui cilindre pirmyn ir atgal. Tai įvyksta šiuo būdu. Tegu cilindre turime suslėgtą degamąjį mišinį; prašokus elektros kibirkštėlei, mišinys sudega, dujos besiplėšdamos stumia stūmoklį. Plėtimosi taktui baigiantis, atidaromas išleidžiamasis vožtuvas, dujų slėgimas sumažėja iki oro slėgimo. Akimirksniu vėliau atidaromas oro vožtuvas, pro kurį siurblio pučiama oro srovė išpučia sudegusias dujas. Toliau slenkant stūmokliui, atsidaro degamojo mišinio vožtuvas, pro kurį cilindran įeina mišinys. Stūmokliui einant atgal, visi trys vožtuvai vėl uždaromi ir mišinys suslegiamas cilindre. Toliau ciklas kartojasi iš naujo. Dviejų taktų cilindre degamasis mišinys įleidžiamas ir sudegusios dujos pašalinamos per suslėgimo ir plėtimosi taktų dalį, taigi per labai trumpą laiką. Todėl vožtuvų plotas turi būti pakankamai didelis. Juos sudaro žiediniai plyšiai cilindro sienelėje; atidaro ir uždaro juos pats stūmoklis.

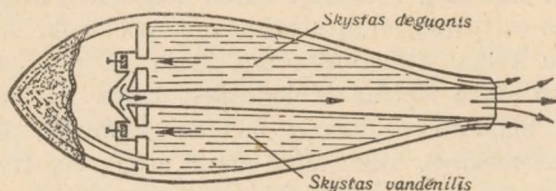
Cia kalbėtuose vidaus degimo varikliuose degimas vyksta, esant praktiškai pastoviam tūriui. Šiuo atveju kinta slėgimas. Dizelinuose varikliuose degimas vyksta, esant pastoviam slėgimui; tuo atveju kinta tūris. Šiuose varikliuose į cilindrą įsiurbiamas oras ir suslegiamas iki 40—50 at. Slegiamas oras įkaista. Vėliau oro srovė įpurškia į cilindrą skystą degamąją medžiagą (žibalą, naftą ir t. t.), kuri užsidega nuo įkaitusio cilindre oro ir sudega jame. Degimo metu stūmoklis slenka, oro bei degamųjų dujų tūris didėja, o slėgimas pasilieka pastovus. Pastovaus vidaus tūrio degimo varikliams reikalinga lengva, greit garuojanti degamoji medžiaga, pvz., aviaciniams varikliams — lengvosios benzin frakcijos. Dizelinio tipo varikliams tinka žibalas bei kiti sunkieji naftos produktai.

4. Reaktyviniai varikliai

Tekančios dujų srovės atoveikis (§ 90,2) sukelia reaktyvinio judėjimo varomąją jėgą, kuria remiasi reaktyvinių variklių veikimas. Reaktyviniai varikliai kuro cheminę (degimo) energiją paverčia dujų srovės kinetine energija, kuri, dujų srovei veržiantis pro reaktyvinę angą, pavirsta variklio traukos energija.

Reaktyvinio judėjimo bei raketinių ir reaktyvinių variklių konstruavimo klausimus plačiai tyrė kilęs iš Lietuvos Semenavičius, rusų mokslininkas Ciolkovskis ir kt. Tų tyrimų rezultatai sudaro šiuolaikinės reaktyvinės ir raketinės technikos pagrindą.

Reaktyvinį variklį sudaro cilindrinė kamera kurui deginti su reaktyvine anga. Degimo kameroje kuras sudega aukštoje temperatūroje. Susidariusios, kurui degant, didelio slėgimo dujos



227 pav.

veržiasi dideliu greičiu pro reaktyvinę angą iš kameros, sukeldamos atoveikio jėgą. Pastaroji priklauso nuo degamojo kuro kiekio kameroje.

Pagal veikimo būdą reaktyvinius variklius skirsto į *raketinius, reaktyvinius, turboreaktyvinius ir turbosraigtinius variklius*.

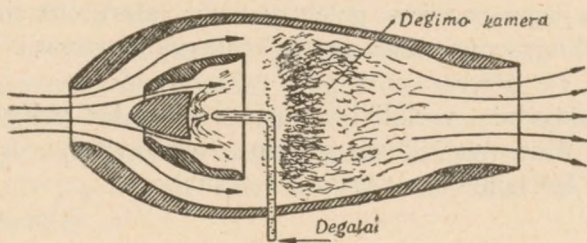
Raketiniuose varikliuose (227 pav.) varomoji jėga kyla, sleigiant dujoms kameros sienoje. Pagal judėjimo kiekio išsilaikymo dėsnį išlekiančių iš degimo kameros dujų judėjimo kiekis turi būti lygus variklio judėjimo kiekiui, tik priešingos krypties. Idealiuose sąlygose raketinio variklio ir dujų srovės bendrasis svorio centras turi pasilikti nejudamas. Kad raketa judėtų greitėdama, o esant trinčiai, kad ji judėtų tolygiai, iš jos visą laiką turi būti išmetamos dujos, taigi jos masė turi mažėti; išmetamųjų dujų masė turi sudaryti pačios raketos žymesnę dalį, tik tada raketa pajėgs judėti didesniu greičiu.

Varomos raketinių variklių raketos gali skrieti labai prareinto oro atmosferoje arba ir visai beorėje erdvėje. Išmesta stačiai aukštyje raketa greitai pasiekia aukštesnius atmosferos sluoksnius, kur ji pralekia ilgesnę savo kelio dalį, nesusidurdama su didesniu oro pasipriešinimu, ir įgyja didelį greitį.

Dabartiniu laiku raketos panaudojamos aukštiesiems oro atmosferos sluoksniams tirti. Į jas patalpinama automatiškai registruojanti aparatūra, kuri užrašo matuojamuosius dydžius, pvz., oro temperatūrą, slėgimą, kosminių spindulių, Saulės radia-

cijos stiprumą ir kt. Dideliems aukščiams pasiekti leidžiamos dviejų bei trijų pakopų raketos: paleista raketa, pasiekusi tam tikrą aukštį, išmeta antrą, kuri kyla toliau aukštyn. Tuo būdu buvo pasiekta aukštesnieji stratosferos ir jonosferos sluoksniai. Pagaliau tokiomis sudėtinėmis raketomis galima iškelti aukštyn ir paleisti skrieti aplink Žemę palydovą. 1957 m. spalio mėn. 4 d. pirmą kartą žmonijos istorijoje Tarybų Sąjungoje buvo paleistas pirmas dirbtinis Žemės palydovas. Paleidžiant pirmąjį dirbtinį Žemės palydovą ir vėliau sunkiuosius tarybinius palydovus buvo pasiektas pirmasis kosminis greitis — $8 \frac{\text{km}}{\text{s}}$. O 1959 m. sausio 2 d. Tarybų Sąjungoje buvo paleista pirmoji kosminė raketa Mėnulio kryptimi; jos paskutinė pakopa, pasiekusi antrąjį kosminį greitį — $11,2 \frac{\text{km}}{\text{s}}$, sausio 5 d. praskriejo pro Mėnulį ir, įveikdama Žemės ir Mėnulio traukos jėgas, išėjo į orbitą aplink Saulę, pasidarydama pirmąją pasaulyje dirbtinę planetą. Jos orbita guli tarp Žemės ir Marso orbitų, apybėgio laikas yra lygus 447 Žemės paroms. 1959 m. 12 rugsėjo Tarybų Sąjungoje buvo paleista Mėnulio kryptimi antroji kosminė raketa.

Šalia raketinių variklių šiuo metu plačiai panaudojami praktikoje ir oro reaktyviniai varikliai, kurių veikimas pagrįstas taip pat reaktyvinio judėjimo principu. Oro reaktyvinį variklį sudaro kamera su dviem angom, iš kurių priekinė siauresnė, o užpakalinė platesnė (228 pav.). Kamerasi slenkant, pro jos priekinę angą



228 pav.

oras įsiurbiamas vidun. Pro kameros šonuose esančius vamzdelius kameron įpurkščiama skysta degamoji medžiaga, kuri degdama įkaitina joje esantį orą. Pastarasis išmetamas iš kameros pro užpakalinę angą žymiai greičiau, nes jo tūris ir slėgimas padidėja. Kadangi oro masė pasilieka tokia pat (net šiek tiek pa-

didėja kurui sudegus), o jo greitis padidėja, tai oro srovė išneša kai kurį judėjimo kiekio perteklių. Todėl kameros sienelės veikia oro srovės kryptį priešinga kryptim nukreiptas atoveikis.

Oro reaktyviniai varikliai pagal savo veikimo būdą yra skirstomi į dvi grupes: nekompresinius ir kompresinius. Kad oro reaktyvinis variklis galėtų išvystyti traukos jėgą, turi pro degimo kamerą tekėti oro srovė. Ir kuo pastarosios greitis bus didesnis, tuo ir jos išnešamas judėjimo kiekio perteklius bus didesnis; taigi tokio variklio traukos jėga auga jo slinkimo greičiui didėjant. Kad oro reaktyviniai varikliai galėtų veikti ir neslinkdami arba aukštai praretintame ore, jie aprūpinami specialiais įrenginiais (kompresoriais) orui suslėgti ir į degimo kamerą siurbti. Kompresoriniai oro reaktyviniai varikliai skirstomi į motoreaktyvinius ir turboreaktyvinius. Motoreaktyviniuose varikliuose kompresoriams sukti panaudojami specialūs vidaus degimo varikliai, o turboreaktyviniuose — kompresorius suka dujų turbinos. Nekompresoriniai oro reaktyviniai varikliai skirstomi į nuolatinės ir pulsuojančios oro srovės variklius. Nuolatinės srovės oro reaktyviniuose varikliuose oras susislegia prieš variklio įeinamąją angą, o iš dalies pačioje angoje. Pulsuojančios oro srovės reaktyviniuose varikliuose specialus paskirstymo įrenginys (vožtuvas) gali atskirti degimo kamerą nuo įeinamosios ir reaktyvinės angos arba tik nuo įeinamosios. Todėl degimo ir dujų išmetimo procesas pasidaro netolydinis, t. y. traukos jėgą sudaro atskiri impulsai. Nors šios rūšies oro reaktyviniai varikliai yra sudėtingesni, bet dėl to jiems nereikia paleidžiamojo (startinio) įrenginio, kuris reikalingas nuolatinės srovės reaktyviniams varikliams paleisti.

Oro reaktyviniai varikliai yra paprastesni, bet pajėgia išvystyti žymiai didesnius lėktuvų greičius, todėl aviacijos technikoje jais dažnai keičiami vidaus degimo varikliai.

XIV SKYRIUS

SKYSCIAI

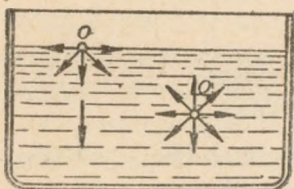
✓ § 91. SKYSCIŲ PAVIRŠIAUS SAVYBĖS. ✓ MOLEKULIŲ TRAUKOS SLĖGIMAS

Skysčių molekulės arba jų grupės nėra standžiai pririštos prie tam tikrų pusiausvyros vietų, bet jos gali daugiau arba mažiau laisvai slankioti, paslinkti bet kuria kryptim per kelis atominius arba molekulinis (atomo bei molekulės diametro dydžio) nuotolius. Taigi bet kurios dvi molekulės tik kurį trumpą laiką pasilieka viena antros veikimo sferoje. Tarp skysčio molekulių veikia traukos arba atstūmimo jėga priklausomai nuo jų savitarpio nuotolio.

Skysčio molekulių traukos jėgos sąlygoja ypatingą skysčio paviršiaus savybę — *paviršiaus įtempimą*. Ant vandens padėta adatėlė arba tankesnis metalinis tinklelis neskęsta, bet laikosi ant paviršiaus. Jei, pakreipę adatėlę, jos galą panardinsime vandenin, tada ji lyg pro pradurtą vandens paviršiuje skylutę nugrimis. Adatėlė ir tinklelis laikosi tik ant vandens paviršiaus; tą paviršių praplėšus, jie nugrimzta, svorio jėgos veikiami. Šie tyrimai parodo, kad vandens, ir apskritai skysčių, tik pats paviršius pasižymi ypatinga savybe. Ją ryškiau pastebime plonose skysčio plėvelėse, kurias galime gauti, įmerkę į muilo tirpalą iš vielos padarytą žiedelį, keturkampelį arba kitos kurios formos vielinę figūrėlę.

Įmerkime į muilo tirpalą iš vielos padarytą žiedelį; ištraukę pastebėsime, kad ji dengia plonytę muilo tirpalo plėvelę. Jei adatėlę pradursime ją bet kurioje vietoje, tai ji visa suplyšta ir susitraukia į kraštus, kaip susitraukia ištempta ant žiedelio ir pažeista plonytė elastinga guminė plėvelė. Ant ištemptos muilo plėvelės atsargiai padėkime siūlo kilpelę ir joje pradurkime plėvelę. Tuomet siūlo kilpelė išsilenkia į apskritimą. Reiškia, muilo plėvelė tempia siūlo kilpelę į visas puses vienoda jėga, kuri visai

nepriklauso nuo atskirų plėvelės dalių dydžio ir pavidalo. Šie tyrimai rodo, kad bet kurio skysčio paviršius yra įtemptas ir visuomet stengiasi susitraukti, t. y. užimti mažiausią plotą. Šią paviršiaus savybę vadiname skysčio paviršiaus įtempimu. Ji, kaip minėjome, sukelia skysčio molekulių traukos jėga. Šiai jėgai veikiant, bet kuri skysčio molekulė O (229 pav.) yra traukiama visų kitų aplinkinių molekulių, kurios yra molekulės veikimo sferoje



229 pav.

(šios sferos radiusas $r \approx 10^{-6}$ cm). Esančios už šios sferos ribų molekulės yra jau tiek toli, kad jų traukos jėga nebeveikia mūsų pasirinktosios molekulės O . Skysčio viduje esanti molekulė traukia iš visų pusių vienoda jėga visas aplinkines molekules, kurios yra jos veikimo sferoje. Antrą vertus ir ji yra aplinkinių molekulių traukiama į visas

puses vienoda jėga; todėl šių traukos jėgų veikimas pasinaikina. Tokioje pusiausvyroje yra visos skysčio molekulės, nutolusios nuo paviršiaus per molekulės veikimo sferos radiusą ir daugiau. Arčiau paviršiaus esančią molekulę veikia traukos jėgų atstojamoji, nukreipta į skysčio vidų, nes aplinkinės molekulės nebeužpildo visą jos veikimo sferą. Todėl šiuo atveju veikiančių pasirinktąją molekulę traukos jėgų atstojamoji nėra lygi nuliui, bet yra nukreipta į skysčio vidų. Molekulei artėjant prie paviršiaus, ši jėga didėja ir ji yra didžiausia, kai molekulė yra pačiame paviršiuje. Taigi visas paviršiaus skysčio molekules veikia nukreipta į skysčio vidų jėga. Einant gilyn į skystį, ši jėga staigiai mažėja; ji tepasireiškia tik labai ploname skysčio paviršiaus sluoksnyje, kurio storis yra lygus molekulės veikimo sferos radiusui. Šią jėgą vadiname molekulių *traukos*, arba *kohezijos*, *slėgimu*. Traukos slėgimas, kaip rodo netiesiogiai (garavimo šilumos ir kt.) matavimai, siekia tūkstančius atmosferų, pvz., vandens jis yra lygus apie 10.000 atmosferų.

Keldami molekulę iš skysčio vidaus į jo paviršių, turime nugalėti molekulių traukos slėgimą, taigi turime atlikti darbą, kuris sukaupiamas paviršiuje. Todėl skysčio paviršius turi tam tikrą potencialinę energiją, kuri yra tiesiog proporcinga paviršiaus plotui. Šią potencialinę energiją vadiname *paviršiaus energija*. Skysčio paviršių didindami, pvz., vandenį išpurkšdami smulkiais lašeliais, suteikiame skysčiui energijos, ir atvirkščiai, paviršiui

mažėjant, energija esti išlaisvinama. Apskritai, bet kuri sistema yra pastovioje pusiausvyroje, kai jos energija yra mažiausia. Ir skysčio paviršius bus tik tada pastovioje pusiausvyroje, kai jo energija bus mažiausia; todėl jis stengiasi susitraukti, įgauti mažiausią plotą.

Išorinei jėgai neveikiant, ir didesnė skysčio masė stengiasi įgauti tokią formą, kad esamą turį atitiktų kuo mažiausias paviršius. Iš visų to paties tūrio geometrinių kūnų mažiausią paviršių turi rutulys. Taigi išorinių jėgų neveikiamas skystis įgauna rutulio formą. Kad taip yra, galime įsitikinti šiuo būdu. Į vandens ir alkoholio mišinį, kurio tankis lygus aliejaus tankiui, įlašiname tam tikrą kiekį aliejaus. Pastarasis įgauna rutulio formą ir plūduriuoja mišinyje. Prakiškime pro tokį plūduriuojantį aliejaus rutulį virbalą ir įsukime jį. Tada aliejaus lašas įgauna sukimosi elipsoido formą. Įsukdami aliejaus rutulį, suteikiame jam energiją ir padidiname paviršių. Sukimo greičiui didėjant, aliejaus lašas vis daugiau ir daugiau susiploja, vėliau aliejaus masė sudaro žiedą, kuris pagaliau subyra į atskirus lašelius. Šis Plato atliktas ir jo vardu vadinamas tyrimas pavaizduoja besisukančių kūnų susiplojimą bei Saturno žiedų susidarymą.

Papiltas gyvsidabris subyra į mažus, judrius, sunkiai sugaunamus lašelius. Gyvsidabrio paviršiaus įtempimas yra didelis, todėl jo mažesni kiekiai, nors ir svorio jėgos veikiami, pajėgia susitraukti į rutulėlį.

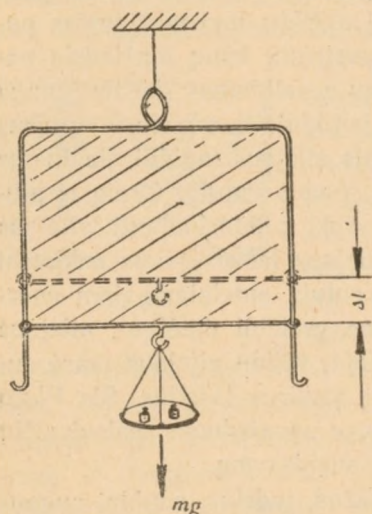
Patirta, kad garai lengviau susikondensuoja aplink didesnius kondensacijos branduolius, kaip aplink mažesnius. Apskritai, prisotinti garai kondensuojasi, juos šiek tiek persotinus, taigi kiek padidinus jų slėgimą. Koku laipsniu reikia persotinti garus, priklausau nuo kondensacijos branduolių dydžio. Žemiau nurodyta, kiek kartų turi būti padidintas prisotintų garų slėgimas, kad jie susikondensuotų aplink įvairaus dydžio kondensacijos branduolius:

1,001	karto,	kai	branduolių	radiusas	10^{-4}	cm,
1,011	„	„	„	„	10^{-5}	„
1,114	„	„	„	„	10^{-6}	„
2,95	„	„	„	„	10^{-7}	„

Tai aiškinama taip: garams kondensuojantis skysčio lašeliai didėja, taigi didėja ir jų paviršius. Paviršiaus įtempimas stengiasi sulaikyti kondensaciją, todėl turi padidėti garų slėgimas. Kuo

mažesni susidaro lašeliai, tuo didesnis gaunamas jų visas paviršius, tuo turi būti daugiau padidintas garų slėgimas.

Skysčio paviršiaus energiją galime išmatuoti adhezijos svarytyklėmis. Sulenkime vielele taip, kad ji sudarytų tris stačiakampio kraštines (230 pav.). Ketvirtąją kraštinę atstoja galis laisvai



230 pav.

slankioti atskiras vielos gabalėlis. Jį aprūpiname vąšeliu svareliams pakabinti. Šį vielos stačiakampį paguldome gulsčiai, jį sustumiamo, tarp kraštinių teptuku užtepame muilo tirpalo ir stačiakampį pastatome stačiai slankiojančia kraštine žemyn. Pastaroji, palaikoma muilo plėvelės, paslenka kiek žemyn. Ant jos vąšelio kabiname mažytį masės m svarelį. Kraštinė dar paslenka žemyn nuotoliu Δl ; plėvelės paviršius padidėja $2l \cdot \Delta l$, jei l yra slankiojančios kraštinės ilgis. Didinant plėvelės paviršių, atliktasis darbas yra lygus $mg \cdot \Delta l$.

Skysčio paviršiui padidinti 1 cm²

reikalingą atlikti darbą vadiname to skysčio *specifine paviršiaus energija*, arba *jo paviršiaus įtempimo konstanta*. Pažymėkime ją σ ; tuomet

$$\sigma = \frac{mg \cdot \Delta l}{2l \cdot \Delta l} = \frac{mg}{2l}. \quad (91,1)$$

Paviršiaus įtempimo konstantos dimensija CGS vienetų sistemoje yra: $[\sigma] = g \cdot s^{-2}$. Todėl konstantą galime išreikšti arba erg cm⁻², arba dyn cm⁻¹. Kartais ją išreiškia ir mp mm⁻¹. Remdamiesi σ reiškiniu (91,1), paviršiaus įtempimo konstantą galime taip nusakyti:

paviršiaus įtempimo konstanta išreiškia jėgą, veikiančią paviršiaus liečiamosios kryptimi 1 cm ilgio plėvelės kraštinę (perimetą),

nes dvisienės plėvelės ilgio $2l$ kraštinę veikia svarelio svorio jėga mg .

Paviršiaus įtempimo konstantą galime surasti ir išpūtę muilo burbulą. Oro slėgimas muilo burbulė yra didesnis, kaip aplinkoje, nes jis atlaiko ne tik išorės oro, bet ir muilo burbulo paviršiaus slėgimą. Slėgimų skirtumą burbulė ir aplinkoje galime išmatuoti jautriu manometru. Laikykime, kad oro slėgimas muilo burbulė yra p , burbulo radiusas yra r . Tada slėgimo jėga burbulė lygi $4\pi r^2 p$. Papūskime kiek burbulą, kad jo radiusas padidėtų Δr . Atliksime darbą $\Delta W = 4\pi r^2 p \cdot \Delta r$, kuris panaudojamas muilo burbulo paviršiui padidinti. Paviršius padidėjo $\Delta S = 2 \cdot 8\pi r \cdot \Delta r$. Tokiu būdu,

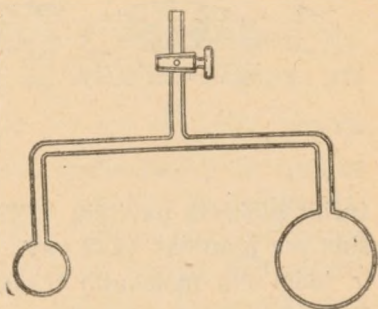
$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta S} = \frac{4\pi r^2 p \cdot \Delta r}{16\pi r \cdot \Delta r} = \frac{pr}{4},$$

iš kur

$$p = \frac{4\sigma}{r}. \quad (91,2)$$

Oro slėgimas muilo burbulė yra atvirkščiai proporcingas jo radiusui: mažesniame burbulė slėgimas yra didesnis, kaip didesniame. Du nevienodo radiuso muilo burbulus sujunkime stiklo vamzdeliu (231 pav.), tada mažesnis vis mažėja ir pagaliau išnyksta, o didesnis dar daugiau išsipučia.

Sąlytyje esančių aplinkų, pvz., dviejų skysčių arba skysčio ir dujų, paviršiaus įtempimo konstanta priklauso ne tik nuo aplinkų prigimtės, bet ir nuo jų temperatūros. Apskritai, temperatūrai kylant, paviršiaus įtempimas mažėja. Esant kritinei temperatūrai (§ 79), skystos ir



231 pav.

dujinės medžiagos paviršiaus įtempimai yra vienodi ir lygūs nuliui. Dėl paviršiaus įtempimo sumažėjimo, temperatūrai kylant, išnyksta riebalinės dėmės audiniuose, uždegus jas karštu daiktu, o po audiniu padėjus sugeriančią medžiagą, pvz., filtravimo popierių. Riebalus ištraukia į audeklo šaltąją pusę kapiliariskai sutraukiantis popierius.

6-je lentelėje surašytos kai kurių aplinkų paviršiaus įtempimo konstantos reikšmės, esant kambario (18°C) temperatūrai, išreikštos erg cm^{-2} .

6 lentelė. Kai kurių aplinkų paviršiaus įtempimo konstanta σ , išreikšta erg cm^{-2}

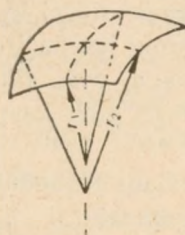
Oro	— gyvsidabrio	500
„	— vandens	73
„	— terpentino	28
„	— abs. alkoholio	22
„	— etilinio eterio	18
Vandens	— gyvsidabrio	418
„	— terpentino	13
Gyvsidabrio	— alkoholio	399.

Jau kalbėjome, kad plokščio paviršiaus skysčio molekulės veikia nukreipta į skysčio vidų jėga — molekulių traukos slėgimas. Šios jėgos dydis priklauso ne tik nuo skysčio prigimties, bet ir nuo jo paviršiaus formos. Kai paviršius išgaubtas (232 pav., *a*), prie paviršiaus trūksta žymiai daugiau molekulių, kurios galėtų atsverti giliau esančių molekulių traukos jėgą, taigi šiuo atveju molekulių traukos slėgimas yra didesnis, kaip



232 pav.

turint plokščią paviršių (232 pav., *b*). Ir atvirkščiai, kai paviršius yra įgaubtas (232 pav., *c*), tokių molekulių trūksta mažiau, ir todėl čia molekulių traukos slėgimas yra mažesnis. Paviršiaus kreivumo sąlygotas molekulių traukos slėgimo (išgaubto paviršiaus atveju teigiamas, o įgaubto — neigiamas) pakitimas, išskaičiuotas paviršiaus ploto vienetui, vadinamas *kreivumo slėgimu*. Jis yra atvirkščiai proporcingas kreivumo radiusui r . Kreivumo slėgimą pažymėkime



233 pav.

N , tada $N = \frac{\sigma}{r}$. Jo dimensija yra $\text{g cm}^{-1} \text{s}^{-2}$.

Kartais gauname dvejopo kreivumo paviršių (233 pav.). Jei viena kryptim kreivumo radiusas yra r_1 , o antra, statmena pirmajai — r_2 , tai pirmąja kryptim kreivumo slėgimas bus

$N_1 = \frac{\sigma}{r_1}$, o antrąją — $N_2 = \frac{\sigma}{r_2}$. Tuomet visas kreivumo slėgimas

$$N = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right). \quad (91,3)$$

Praveskime pro bet kurį paviršiaus tašką vienas antram statmenus normalinius piūvius. Geometrijoje įrodoma, kad visų paviršiaus taškų normalinių piūvių kreivumų $\frac{1}{r}$ algebrinė suma yra pastovi. Ši suma vadinama *vidutiniu kreivumu*. Taigi kreivumo slėgimą išreiškia paviršiaus įtempimo konstantos ir vidutinio kreivumo sandauga. Skystyje slėgimas persiduoda į visas puses vienodai. Jei skystis yra išlaisvintas nuo išorinių (svorio) jėgų veikimo (kad ir Plato būdu), tai jo paviršius turi būti toks, kad nukreiptas į jo vidų traukos slėgimas būtų visose vietose vienodas, kitaip tariant, paviršiaus vidutinis kreivumas turi būti toks pat visose paviršiaus vietose. Tokią savybę turi rutulinis paviršius. Todėl skystis, išlaisvintas nuo išorinių jėgų veikimo, įgauna rutulinę formą (Plato lašai). Jei kuriuo nors būdu, pvz., tarp dviejų vielinių žiedelių tempdami keisime lašo formą, tai nors ir pasikeis visose paviršiaus vietose vidutinis paviršiaus kreivumas, tačiau jis visur liks vienodas.

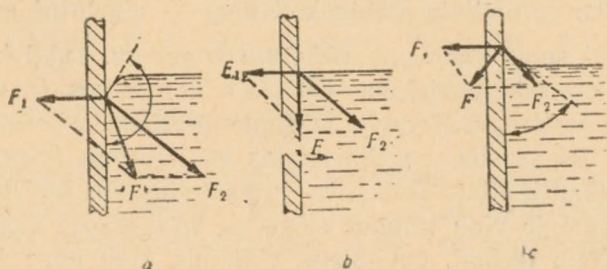
Panašiai elgiasi ir skysčių plėvelės, pvz., muilo burbulai. Ką dangi plėvelė turi du paviršius, tai jų kreivumo slėgimas yra dukart didesnis; taip muilo burbulo $p = N = \frac{4\sigma}{r}$ (čia $r_1 = r_2$).

Jei muilo burbulą deformuosime, pvz., paliesime jį iš apačios muiliniu žiedeliu ir pastarąjį kilnosime aukštyr ir žemyn, tai slėgimas jame kitės; keisis ir paviršiaus kreivumas, bet visose vietose vienodai. Galime žiedelį tiek nuleisti žemyn, kad vidinis slėgimas bus lygus nuliui; tuomet ir vidutinis kreivumas turi būti lygus nuliui, taigi paviršius turi įgauti dvejopą kreivumą. Muilo plėvelė, apsupta iš abiejų pusių laisvo oro, taigi lyg ir laisvai pakibusi ore, turi turėti dvejopą kreivumą, nes kreivumo slėgimas ir čia bus lygus nuliui. Tikrai tokios plėvelės susidaro ikypuose vieliniuose keturkampiuose. Šias įdomias plėvelių figūras pirmasis tyrė Plato, todėl jas ir vadina Plato figūromis.

√ § 92. SIENELIŲ MOLEKULINIŲ JĖGŲ VEIKIMAS

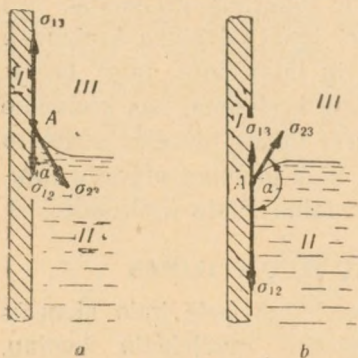
Įpilto į stiklinį indą vandens paviršius prie indo sienelės pakyla aukščiau, o gyvsidabrio paviršius nusileidžia žemiau, kaip visame inde. Indo sienelių molekulinėms jėgoms veikiant,

skysčio paviršius išsilenkia prie indo sienelių. Esančią prie pat indo sienelės skysčio paviršiaus molekule traukia indo sienelių ir skysčio aplinkinės molekulės. Sienelių molekulių traukos jėgų atstojamoji F_1 (234 pav.) nukreipta gulsčiai, o aplinkinių skysčio molekulių jėgų atstojamoji F_2 — į skysčio vidų ir sudaro 45° kampą su indo sienie. Šių jėgų F_1 ir F_2 atstojamoji F



234 pav.

priklausomai nuo dedamųjų jėgų dydžio gali būti įvairiai nukreipta. Kai $F_2 > F_1 \sqrt{2}$, atstojamoji F nukrypsta į skysčio vidų (234 pav., a), jei $F_2 = F_1 \sqrt{2}$, F eina stačiai žemyn (234 pav., b), o kai $F_2 < F_1 \sqrt{2}$, F nukrypsta į indo sienelę (234 pav., c). Bet skysčio paviršius visuomet turi būti statmenas veikiančiam jį jėgai. Todėl pirmuoju atveju skysčio paviršius išsigaubia prie indo sienelės, antruoju — jis lieka plokščias, o trečiuoju — jis įsigaubia. Jėgų F_1 ir F_2 dydžių santykis nusako, koku kampu skysčio paviršius bus pakrypęs į indo sienelę. Šis kampas vadinamas *kraštiniu kampu*. Kraštinio kampo reikšmė bus lygi nuliui arba bent artės prie jo, kai skysčio ir indo sienelių (ne-



235 pav.

vienarūšių) molekulių traukos jėga žymiai viršija skysčio (vienarūšių) molekulių traukos jėgą. Sakome, kad šie skysčiai *idealčiai drėkina* indo sienelę. Skysčio paviršiaus kreivumą prie indo sienelių galima aiškinti ir paviršiaus įtempimu. Tegu erdvės I dalį užima indo sienelė, II — skystis ir III — oras. Šios aplinkos atsiskiria viena nuo kitos paviršiais, kurie susiduria

taške A (235 pav.). Šiame taške veikia trys paviršiaus įtempimai: stiklo-skysčio σ_{12} , stiklo-oro σ_{13} ir skysčio-oro σ_{23} . Pastarasis σ_{23} įtempimas nukreiptas skysčio paviršiaus liečiamosios kryptim ir sudaro su sienele kampą α . Pirmieji du σ_{12} ir σ_{13} paviršiaus įtempimai nukreipti stačiai, pirmasis žemyn, o antrasis — aukštyn. Skysčio molekulė taške A yra tada pusiausvyroje, kai

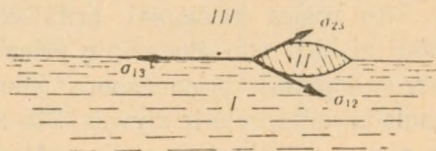
$$\sigma_{12} + \sigma_{13} \cdot \cos \alpha = \sigma_{23},$$

kur α yra kampas tarp liečiamosios skysčio paviršiui taške A ir indo sienelės. Šį kampą vadiname *kraštiniu kampu*:

$$\cos \alpha = \frac{\sigma_{13} - \sigma_{12}}{\sigma_{23}}. \quad (92,1)$$

Ši lygtis nusako kraštinį kampą α . Kai $\sigma_{13} < \sigma_{12}$, kampas α yra bukas. Kadangi $\cos \alpha$ tegali būti tik mažesnis už vienetą (arba lygus jam), tai $\sigma_{13} - \sigma_{12}$ turi būti mažesnis už σ_{23} . Kai $\sigma_{13} - \sigma_{12} > \sigma_{23}$, pusiausvyros neturėsime: skystis visą laiką kils sienele aukštyn ir ją drėkins. Šiuo atveju turėsime idealiai drėkinantį skystį. Pastaroji lygtis rodo, kad kraštinis kampas priklauso tik nuo medžiagos prigimties. Šis kampas nusako ir skysčio lašo susidarymą ant gulsčios plokštumos. Kai skystis idealiai drėkina plokštumą, tada lašas nesusidaro, bet jis nugula ant visos plokštumos, kaip, pvz., esti užpylus vandens ant švarios stiklo plokštelės; o jei skystis visai nedrėkina, tai gausime gražius skysčio lašelius, pvz., jei užpilsime gyvsidabrio ant tos pat plokštės.

Ant vandens užpilkime kito kurio lengvesnio skysčio, pvz., aliejaus lašą (236 pav.). Tuomet taške A susiduria oras ir du skysčiai. Jų paviršių įtempimų σ_{12} , σ_{13} ir σ_{23} atstojamasis įtempimas bus lygus nuliui, kai vienas iš minėtųjų įtempimų yra lygus dviejų kitų geometrinei sumai. Bet jei vienas jų, pvz., σ_{13} yra didesnis už $\sigma_{12} + \sigma_{23}$, tada įtempimų atstojamosios veikiamos užpildito skysčio molekulės slinks vis tolyn ir tolyn jos



236 pav.

kryptim, taigi lašas išplis ir užklos visą vandens paviršių plonyčiu sluoksniu. Šį atvejį ir turime, užpylę ant vandens aliejaus, nes oro-vandens paviršiaus įtempimo konstanta $\sigma_{13} = 73 \text{ erg cm}^{-2}$,

oro-aliejaus $\sigma_{23}=31 \text{ erg cm}^{-2}$ ir aliejaus-vandens $\sigma_{12}=20 \text{ erg cm}^{-2}$. Kai vandens paviršius bus labai didelis, gali susidaryti labai plonas, molekulinio veikimo sferos skersmens storio, sluoksnis. Toks sluoksnis paprastai sutrūksta; ir tyrimai rodo, kad tai įvyksta, kai sluoksnio storis siekia 10^{-8} cm . Šiuo reiškiniu naudojama molekulės dydžiui nustatyti.

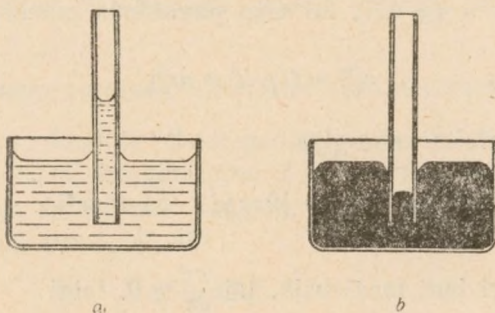
Muilo tirpalo plėvelės arba aliejaus sluoksniai ant vandens paviršiaus gali siekti iki kelių, o kartais tik vienos molekulės storio. Monomolekulinių sluoksnių susidarymą aiškiname šiuo būdu. Šios medžiagos sudėtos iš pailgų molekulių. Jų vienas galas neturi laisvų cheminio valentingumo ryšių, bet antrame gale, kur paprastai esti deguonies grupės, tokie laisvi ryšiai yra. Šiame aktyviame gale lengvai prijungiama vandens molekulė. Nedidelis tokios medžiagos kiekis, užpildas ant švaraus vandens paviršiaus, išplinta po visą paviršių: visos molekulės aktyviau galu pakrypsta į vandens paviršių, stengdamosi prisijungti vandens molekulę. Ir taip medžiagos molekulės išsidėsto viena prie kitos, sudarydamos monomolekulinį (apie 10^{-8} cm storio) sluoksnį. Jo storis susekamas šiuo būdu. Ant dulkinio vandens paviršiaus užlašinamas nedidelis tiriamojo skysčio kiekis; jis tuojau išplinta vandens paviršiuje į monomolekulinį sluoksnį, ir toje vietoje dulkelės nuvaromos šalin. Ant vandens paviršiaus susidaro skrituliai be dulkių. Išmatavę jų plotą ir žinodami užpildyto tiriamojo skysčio kiekį, lengvai galėsime surasti sluoksnio storį.

Daugelis emulsijų yra nepatvarios, pvz., aliejaus emulsija vandenyje: mažičiai aliejaus lašeliai vėl susijungia į didesnius ir skysčiai atsiskiria. Bet tam tikru būdu paveikus, pvz., ultragarsu, emulsijas galime stabilizuoti; lašeliai apsitraukia monomolekuliniu sluoksniu, kuris apsaugo juos nuo susijungimo.

Šios rūšies reiškiniai pritaikomi praktikoje metalurgijoje rūdai atskirti nuo akmeninių priemaišų. Iškasta rūda kartu su nereikalingomis priemaišomis sumalama ir iš jos sudaroma emulsija vandenyje ir alyvoje. Tik rūdos dalelės apsitraukia plona alyvos plėvele. Į emulsiją pučiamas oras; oro burbulėliai nugula tik ant alyvos suvilgytų rūdos dalelių ir jas iškelia į putas, o priemaišinės vandens suvilgytos dalelės pasilieka nugrimzdusios. Šis būdas rūdai nuo priemaišų atskirti vadinamas *flociacija*. Parinkus atitinkamas medžiagas, galima bet kurią rūdą atskirti nuo priemaišų, nepriklausomai nuo jų fizikinių savybių.

§ 93. KAPILIARUMAS

Įstatę siaurą stiklo vamzdelį — kapiliarą į vandenį, pastebėsime, kad jame vanduo pakyla žymiai aukščiau, kaip pačiame inde. Šį reiškinį vadiname *kapiliarumu*. Apskritai, kai skystis drėkina kapiliaro sienelės, tai jis kapiliare pakyla aukštin, o



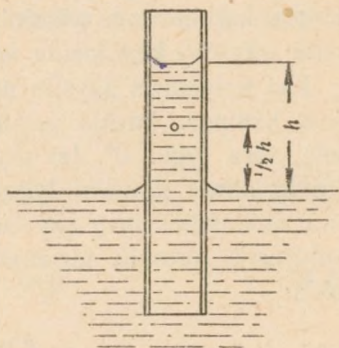
237 pav.

kai nedrėkina — nuslenka žemyn (237 pav., *a* ir *b*). Pakilimas bei nuslinkimas yra tuo didesnis, kuo kapiliaras yra siauresnis.

Laikykite, kad skystis idealiai drėkina stiklą. Įleidus kapiliarą į tą skystį, jame skystis pakyla aukščiau, kaip inde. Susidaro nauja pastovi pusiausvyra.

Panagrinėkime šią pusiausvyrą, imdami pagrindan bendrą pastovios pusiausvyros sąlygą: sistemos potencialinė energija turi būti mažiausia. Šiuo atveju sistemos potencialinė energija yra sudėta iš dviejų dalių: pakilusio skysčio stulpelio kapiliare ir skysčio paviršiaus potencialinės energijos. Kintant skysčio pakilimui, potencialinė energija kinta. Pakilusio kapiliare skysčio svorio centras yra aukštyje $h/2$

(238 pav.), kai skystis yra pakilęs aukščiu h . Skysčio stulpelio potencialinė energija atžvilgiu skysčio paviršiaus inde yra lygi



238 pav.

$$\pi r^2 h \rho g \cdot \frac{h}{2} = \frac{1}{2} \pi r^2 h^2 \rho g,$$

čia r yra kapiliaro radiusas, ρ — pakilusio skysčio tankis. Skysčio paviršius kapiliare susideda iš dviejų dalių: $2\pi r(l-h)$ ir πr^2 , kur l yra iškilusios iš skysčio kapiliaro dalies ilgis. Skysčio stulpelio paviršių kapiliare laikome plokščiu, nors iš tikrųjų jis bus kiek įgaubtas, nes bus susidaręs meniskas. Kadangi 1 cm^2 paviršiaus molekulių potencialinė energija yra specifinė paviršiaus energija σ (§ 91), tai viso paviršiaus potencialinė energija bus lygi

$$\sigma[2\pi r(l-h) + \pi r^2]$$

ir visa potencialinė energija

$$E = \frac{1}{2} \pi r^2 h^2 \rho g + [2\pi r(l-h) + \pi r^2] \sigma. \quad (93,1)$$

Kadangi ji turi būti mažiausia, tai $\frac{dE}{dh} = 0$, taigi

$$\frac{dE}{dh} = \pi r^2 h \rho g - 2\pi r \sigma = 0$$

arba

$$h = \frac{2\sigma}{\rho r g}. \quad (93,2)$$

Tokiu būdu, išmatavę skysčio pakilimą kapiliare h , galime surasti paviršiaus įtempimo konstantą σ . Kadangi ši konstanta nusako kapiliarumo reiškinius, todėl šiuose reiškiniuose ją vadiname skysčio *kapiliarine konstanta*.

Kai tiriamasis skystis ne idealiai drėkina sienelę, tai kraštinis kampas, kuriuo paliečia skysčio paviršius kapiliaro sienelę, nėra lygus 0° . Jei skystis visai nedrėkina kapiliaro sienelių, kraštinis kampas lygus 180° . Kraštinis kampas priklauso nuo veikiančios tarp skysčio ir sienelės molekulių jėgos. Todėl bendresnė formulė, nusakanti skysčio pakilimą h kapiliare, yra tokia:

$$h = \frac{2\sigma}{\rho r g} \cdot \cos \alpha, \quad (93,3)$$

kur α yra aukščiau minėtas kraštinis kampas. Kai $\alpha = 180^\circ$, taigi kai skystis visai nedrėkina sienelių, tai $\cos \alpha = \cos 180^\circ = -1$. Tuomet h turi neigiamą ženklą, t. y. skystis kapiliare ne tik nepakyla, bet jo paviršius kapiliare yra žemiau, kaip inde. Tuomet vadinamąją *kapiliarinę depresiją*.

Molekulinės jėgos pasireiškia ir tarp kietų kūnų molekulių, o taip pat tarp kietų kūnų ir dujų molekulių. Šios jėgos sąlygoja, pvz., adheziją bei adsorbiciją. Dėl adhezijos kreidos dalelės prilimpa prie rašomosios lentos. Kapiliarumo reiškiniai turi didelę reikšmę gyvoje gamtoje. Pvz., šalia osmotinio veikimo ir kapiliarumo jėgos kelia augaluose sultis iš šaknų į lapus. Smulkiai akyti kūnai, kapiliarumo jėgomis veikiant, sudrėksta.

✓ § 94. TERMODINAMINĖS SISTEMOS PUSIAUSVYROS SĄLYGOS

Paimkime vienalytę (homogeninę) arba įvairialytę (heterogeninę) vienodos temperatūros T ir esančią termodinaminėje pusiausvyroje su aplinka sistemą. Vykstant sistemoje bet kuriam procesui, visada (§ 88)

$$dS + dS_0 \geq 0, \quad (94,1)$$

čia dS ir dS_0 yra atitinkamai sistemos ir jos aplinkos entropijų pasikeitimai, procesui įvykus. Tegalės vykti sąlygą (94,1) tenkinantieji procesai. Grįžtamiems procesams tinka lygybės, o negrįžtamiems — nelygybės ženklas. Galime laikyti, kad aplinkoje visi procesai vyksta grįžtamai, nes aplinkos masė ir tūris yra be galo dideli ir, procesui vykstant, jos temperatūra ir tūris žymiau nepasikeičia. Tada šiluma pereina iš aplinkos grįžtamai, nesutrikdydama pusiausvyros. Jei sistema gauna iš aplinkos šilumos kiekį dQ , tai

$$dS_0 = - \frac{dQ}{T}.$$

Bet $dQ = dU + p \cdot dV$ (85,3); taigi sąlygą (94,1) galime ir taip išreikšti:

$$dS - \frac{dU + p \cdot dV}{T} \geq 0. \quad (94,2)$$

Pastaroji lygtis išreiškia sąlygą, kuri turi būti patenkinta, kad sistemoje vyktų bet koks procesas. Pritaikykime ją atskiriems atvejams.

1) Adiabatiniam procesui vykstant, $dQ = 0$; šiuo atveju $dS_0 = 0$ ir

$$dS \geq 0. \quad (94,3)$$

Negrižtamam adiabatiniam procesui vykstant, sistemos entropija didėja.

2) Izoterminiam procesui vykstant, $T = \text{const}$. Tada

$$d(U - TS) \leq -p \cdot dV;$$

$U - TS$ pažymėkime F ; šis dydis vadinamas laisvąja sistemos energija. Taigi

$$dF \leq -p \cdot dV. \quad (94, 4)$$

Ši lygtis rodo, kad, vykstant izoterminiam grįžtamam procesui, sistemos atliktas darbas yra lygus jos laisvos energijos pakitimui, o negrižtamam — jis yra mažesnis už laisvosios energijos pakitimą. Tokiu būdu, tik sistemos laisvoji energija gali atlikti darbą, t. y. virsti kitos formos energija (galvaniniuose elementuose — elektrine energija ir pan.). Todėl ji ir vadinama laisvąja energija.

3) Izoterminiam-izochoriniam procesui vykstant, $T = \text{const}$ ir $V = \text{const}$, taigi $p \cdot dV = 0$ ir

$$dF \leq 0. \quad (94, 5)$$

Gamtoje vykstant pastovaus tūrio izoterminiams procesams, sistemos laisvoji energija mažėja.

4) Izoterminiam-izobariniam procesui vykstant, $T = \text{const}$ ir $p = \text{const}$. Tada

$$d(U - TS) = dF \leq -p \cdot dV.$$

Sistemos atliktas darbas priklauso tik nuo tūrio pakitimo. Pastarąją lygtį galime taip parašyti:

$$d(U - TS + pV) \leq 0.$$

Pažymėkime $U - TS + pV = \psi$; šį dydį vadiname *termodinaminio potencialu*. Taigi izoterminio-izobarinio proceso sąlyga yra

$$d\psi \leq 0. \quad (94, 6)$$

Išsiaiškinę sąlygas tokiam arba kitokiam procesui vykti, dabar jau galime nusakyti ir *bendriausią termodinaminės sistemos pusiausvyros sąlygą*. Būtent: jei nei viena iš aukščiau pažymėtų procesams vykti sąlygų nėra išpildyta, sistemoje negalės

pasireikšti joks procesas, o tas bus tada, kai: 1) *sistemos entropija bus didžiausia* ($dS=0$ ir $d^2S<0$), 2) *laisvoji energija bus mažiausia* ($dF=0$) ir 3) *termodinaminis potencialas bus mažiausias* ($d\psi=0$).

✓ § 95. FAZIŲ TAISYKLĖ

Kiekviena termodinaminė sistema yra sudėta iš komponentų, kurie gali būti įvairiose fazėse (kietoje, skystoje arba dujinėje) ir turėti tam tikrą laisvės laipsnių skaičių.

Sistemos komponentų (dedamųjų) skaičių reiškia skaičius cheminių elementų, kurių kiekius žinodami, vienreikšmiai galime nusakyti visų likusių cheminių elementų kiekius.

Imkime vandenį (H_2O); vieno (H arba O) elemento kiekis jau sąlygoja ir antrojo kiekį, taigi šiuo atveju turime vieno komponento sistemą. Bet jei kartu su vandeniu turėsime ir laisvą H_2 arba O_2 , tada reikės nusakyti abiejų elementų kiekius; turėsime dviejų komponentų sistemą.

Medžiaga gali būti kietame, skystame ir dujų būvyje. Bet kurio agregatinio būvio medžiaga užima tam tikrą erdvės dalį ir yra atskirta griežto skiriamosio paviršiaus. Šios

fizikiniu atžvilgiu skirtingos ir mechaniskai atskiriamos medžiagos dalys sudaro atskiras sistemos fazes.

Vienalyčių sistemų atskirų fazių medžiaga yra vienokios, o įvairialyčių — gali būti skirtingos cheminės sudėties. Sistemoje įvairių medžiagų garai arba dujos sudaro bendrą dujinę sistemos fazę, nes dujos ir garai visada susimaišo, sudarydami vienalytį mišinį. Skystos fazės gali būti viena šalia kitos, kada skysčiai visiškai nesimaišo, pvz., vanduo ir benzolas; bet gali, panašiai garams ir dujoms, susimaišyti ir sudaryti vienalytę fazę, pvz., alkoholis ir vanduo. Tą patį galima pasakyti ir apie kietas fazes.

Paimkime vienfazę sistemą, pvz., dujas. Jų termodinaminį būvį nusako 3 parametrai: p , V ir T . Bet iš jų tėra visiškai nepriklausomi tik du; juos laisvai keičiant, sistema atitinkamai pakeičia savo būvį, pereidama į stabilią pusiausvyrą. O trečiasis kintamasis parametras visada savaime įgauna tokią reikšmę, kad tenkintų naują būvio lygtį.

Kintamųjų parametrų skaičius, kuriuos laisvai keičiant sistema pereina į pastovios pusiausvyros būvį, nusako sistemos laisvės laipsnių skaičių.

Vienfazė vienalytė sistema turi du laisvės laipsnius.

Paimkime n komponentų sistemą; kiekvienas jų gali būti r fazėse. Sunumeruokime komponentus ir fazes. Tegu paimtoji sistema kinta izotermiškai-izobariškai; ji bus pusiausvyroje, kai jos termodinaminis potencialas bus mažiausias:

$$\psi = \min. \text{ ir } d\psi = 0.$$

Visos sistemos termodinaminį potencialą galime taip išreikšti:

$$\psi = \sum \sum m_{ik} \psi_{ik}, \quad (95,1)$$

čia m_{ik} ir ψ_{ik} yra atitinkamai i -to komponento k -je fazėje masė ir tos masės vieneto termodinaminis potencialas. Pusiausvyroje

$$d\psi = \sum \sum_{i=1}^n d(m_{ik} \psi_{ik}) = 0. \quad (95,2)$$

Bet visa komponentų masė pasilieka pastovi, taigi

$$\sum_{i=1}^n dm_{ik} = 0; \quad (95,3)$$

ir tai tinka bet kuriam sistemos komponentui. Pastarąją sumą suskaldę į atskiras komponentų lygtis, turėsime tiek lygčių, kiek yra komponentų. Padauginkime jas atitinkamai iš daugiklio λ_i ir sudėkime su lygtimis (95, 2), gausime:

$$\sum \sum_{i=1}^n dm_{ik} (\psi_{ik} + \lambda_i) = 0. \quad (95,4)$$

Abi, (95,2) ir (95,3), pusiausvyrą nusakančios sąlygos yra sujungtos kartu ir išreikštos lygčių sistema (95, 4). Kadangi daugikliai λ_i parenkami visai laisvai, tai lygčių sistema (95, 4) bus tenkinama tik tada, kai ψ_{ik} bus tarp savęs lygūs, taigi, kai bet kurio komponento masės vieneto termodinaminiai potencialai yra lygūs. Tik išpildžius visas pastarąsias sąlygas, o jų bus iš viso $n(r-1)$, sistema bus pusiausvyroje. Įvairialytėje sistemoje masės pasiskirstymas įvairiose fazėse taip pat nusako sistemos būvį, nes pusiausvyrai kintant, pasikeičia ir jos pasiskirstymas. Visų komponentų įvairiose fazėse masių dalių skaičius yra nr , bet iš jų tik $(n-1)r$ skaičius yra nepriklausomas, kadangi kiekvienoje fazėje iš viso turime n nepriklausomų komponentų mases, vadinasi, iš viso $(n-1)$ masių santykių; taigi iš viso masių santykių bus $(n-1)r$, kurie ir nusako «vidinį» sistemos būvį.

Tokiu būdu, sistemos termodinaminį būvį nusako masių santykiai fazėse, temperatūra ir slėgimas, taigi iš viso $(n-1)r+2$ nepriklausomų parametrų, o sistemos pusiausvyrą apibrėžia $n(r-1)$ sąlygų. Vadinasi, išpildžius reikalaujamas sąlygas, nepriklausomų parametrų, o tuo pačiu ir laisvės laipsnių skaičius F pasidaro toks:

$$F = (n-1)r + 2 - n(r-1) = n - r + 2;$$

iš čia

$$F + r = n + 2. \quad (95,5)$$

Lygtis (95, 5) ir nusako fazių taisyklę, kuri tvirtina, kad

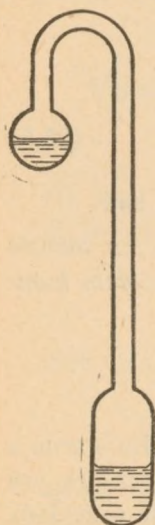
esant sistemai termodinaminėje pusiausvyroje, jos laisvės laipsnių ir fazių skaičių suma yra lygi padidintam dviem komponentų skaičiui.

§ 96. SKYSČIŲ GARAVIMAS IR VIRIMAS

Vanduo ir kiti skysčiai garuoja, virsta garais. Jie garuoja bet kurioje temperatūroje ir tuo greičiau, kuo temperatūra yra aukštesnė. Pašildžius skystį, tam tikroje temperatūroje prasideda ypač smarkus garavimas; skystyje pradeda susidaryti garų burbulėliai, kurie plečiasi, kyla į viršų ir sprogstą. Garuoja ne tik skysčiai, bet ir kieti kūnai. Žiemą didesniame šaltyje sniegas išgaruoja. Kietų kūnų garavimą vadiname *sublimacija*. Garai gali virsti vėl skysčiu. Turime garų *kondensaciją*.

Molekulinė-kinetinė medžiagos teorija garavimą aiškina taip. Skysčio molekulės visą laiką juda. Nors jos ir nėra pririštos prie pusiausvyros centro, tačiau jų judėjimą varžo tarp molekulinės traukos jėgos. Šios jėgos stipriau pasireiškia skysčio paviršiuje dėl paviršiaus įtempimo. Jos neleidžia molekulėms išlėkti iš skysčio. Skysčio molekulių šiluminio judėjimo greitis nėra visų vienodas. Greitesnės molekulės turi didesnę energiją ir jos pajėgia nugalėti traukos jėgą ir išlėkti iš skysčio molekulių veikimo sferos. Todėl skystis visuomet garuoja. Išlėkdama pro paviršių skysčio molekulė turi atlikti darbą savosios kinetinės energijos sąskaita. Skysčiui garuojant, atsiskiria greitesnės molekulės, todėl pasiliekančių molekulių vidutinis greitis mažėja, skystis vėsta. Kad taip yra, galime parodyti krioforu. Jį sudaro du vamzdžiu sujungti stikliniai indai (239 pav.), kuriuose turime

kiek vandens ir prisotintų vandens garų. Oras iš jų pašalinamas. Vandenį perpilame į viršutinį indą, o antrąjį įdedame į šaldomąjį (sniego ir druskos) mišinį. Temperatūrai nukritus, pastarajame vandens garai kondensuojasi, todėl prisotintų vandens garų slėgimas sumažėja ir viršutiniame inde; pastarajame vanduo pradeda garuoti ir tiek atvėsta, kad jis užšąla. Kambaryje esąs vanduo garuodamas visada turi kiek žemesnę temperatūrą, kaip paties kambario.



239 pav.

Kad garuojančio skysčio temperatūra pasilikėtų pastovi, tenka jį šildyti, nuolatos tiekti jam tiek šilumos, kiek jis netenka garuodamas.

Šilumos kiekį, kurio skystis netenka, kai išgariname jo 1 g masę, arba tas šilumos kiekis, kuris reikalingas suteikti skysčiui, kad išgarintume jo 1 g masę, nekintant temperatūrai, vadiname skysčio garavimo šilumą.

Garams kondensuojantis, garavimo šiluma vėl išlaisvinama.

Skysčių garavimo šilumą matuojame, sukondensuodami tiriamojo skysčio garus kalorimetre. Šiuo tikslu į kalorimetro vandenį įstatome vijoklinį indelį, pro kurį leidžiame garus. Pastarieji kondensuodamiesi atiduoda šilumą, ir kalorimetro vandens temperatūra pakyla. Susikondensavusių garų masę pažymėkime m , jų garavimo šilumą L ; susikondensavę jie išlaisvina mL cal. Be to, gautasis iš garų skystis atvėsta nuo garų temperatūros t iki galinės kalorimetro temperatūros t_2 ir atiduoda viso $mc_1(t - t_2)$ cal šilumos; čia c_1 specifinė tiriamojo skysčio šiluma. Pažymėkime vandens ir kalorimetro indo mases m_1 ir m_k , jų specifines šilumas c_v ir c_k , pradinę ir galinę temperatūras t_1 ir t_2 . Tuomet kalorimetras bus gavęs viso $(m_1c_v + m_kc_k)(t_2 - t_1)$ cal šilumos. Kai neturime jokių šilumos nuostolių, tai

iš čia
$$m[L + c_1(t - t_2)] = (m_1c_v + m_kc_k)(t_2 - t_1);$$

$$L = \frac{(m_1c_v + m_kc_k)(t_2 - t_1)}{m} - c_1(t - t_2). \quad (96,1)$$

Vandens garavimo šiluma yra didžiausia; esant 100°C temperatūrai ji yra lygi $539,2$ cal g^{-1} .

7 lentelė. Kai kurių medžiagų garavimo specifinė šiluma
cal g⁻¹

Alkoholio	202	Anglies dvideginio	85
Gyvsidabrio	68	Vandens	539,1
Deguonies	51	Vandenilio	110

Skysčio temperatūrai kylant, garavimas stiprėja. Pašildžius iki tam tikros temperatūros, skystis garuoja ne tik nuo paviršiaus, bet ir jo viduje pradeda susidaryti garų burbulėliai, kurie plečiasi ir kyla iš skysčio. Sakome, skystis pradeda virti. Šią skysčio temperatūrą vadiname jo *virimo temperatūra*. Kad sudarę skystyje garų burbulėliai galėtų išsiplėsti ir iškilti iš skysčio, reikalinga, kad juose skysčio prisotintų garų slėgimas būtų kiek didesnis arba bent jau lygus išoriniam slėgimui, nes priešingu atveju jie būtų suspausti ir negalėtų iškilti į paviršių. Todėl bet kuris skystis verda tada, kai jo prisotintų garų slėgimas pasidaro lygus išoriniam slėgimui. Esant didesniai išoriniam slėgimui, turi būti didesnis ir verdančio skysčio prisotintų garų slėgimas. Bet kurio skysčio prisotintų garų slėgimas priklauso nuo jų temperatūros ir, temperatūrai kylant, didėja. Taigi ir skysčio virimo temperatūra priklauso nuo išorinio slėgimo ir, pastarajam kylant, didėja. Pvz., esant 760 mm Hg slėgimui, vanduo verda 100°C temperatūroje; padidinus slėgimą iki 800 mm Hg, jo virimo temperatūra pakyla iki 101,44°C, o sumažinus jį iki 720 mm Hg — nukrinta iki 98,4°C. Skysčio virimo temperatūros pakitimo ΔT priklausomybę nuo slėgimo kitimo Δp išreiškia Klauzijaus-Klaipirono lygtis (97, 5):

$$\Delta T = \frac{(V_g - V_s) T}{L} \Delta p, \quad (96,2)$$

čia V_g — garų, V_s — skysčio specifiniai tūriai, T — skysčio virimo temperatūra Kelvino skalėje, L — specifinė garavimo šiluma.

Kad skysčio virimo temperatūra priklauso nuo slėgimo, parodoma šiuo būdu. Po oro siurblio gaubtu padėkime indelį su vandeniu ir praretinkime orą; vanduo pradės virti. Tokio verdančio vandens temperatūra yra lygi kambario temperatūrai. Išsiurbdami visą laiką garus, priversime vandenį smarkiai virti. Garuodamas vanduo vėsta, jo temperatūra krinta, pasiekia 0°C ir bevirdamas

vanduo užšąla. Kai išorinį slėgimą didiname, skysčio virimo, taigi ir jo verdančių garų, temperatūra kyla. Aklinai uždarytame inde, koki, pvz., sudaro Papino katilas, galime pakelti skysčio virimo temperatūrą. Susidarantieji viduje garai didina slėgimą ir sulaiko virimą.

Kadangi kylant aukštyn slėgimas mažėja, tai didesniame aukštyje, pvz., kalnuose, vanduo verda žemesnėje temperatūroje. Žinodami slėgimo priklausomybę nuo aukščio (šią priklausomybę išreiškia barometrinė formulė (46,2)) ir virimo temperatūros priklausomybę nuo slėgimo, galime, išmatavę vandens virimo temperatūrą, nustatyti vietos aukštį. Tokių vietos aukščio nustatymo būdą paprastai naudojame kalnuose. Matuojame hipsometru (arba virimo barometru), kurį sudaro dvigubų šoninių sienelių indelis su tiksliu termometru. Vandenį indelyje užviriname ir nustatome jo prisotintų garų temperatūrą.

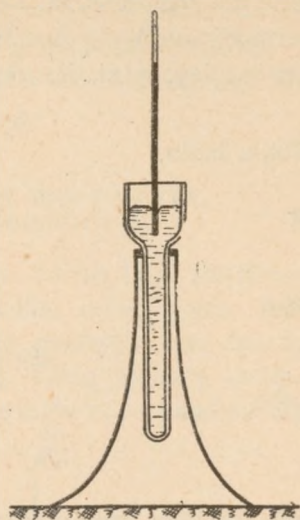
Norėdami skystį išgryninti, pašalinti iš jo ištirpusias druskas, jį išgariname ir vėl sukondensuojame: šį procesą vadiname *distiliacija*. Kai turime kelių skysčių mišinį, tai jo prisotintuose garuose yra daugiau garų to skysčio, kuris turi žemesnę virimo temperatūrą. Jei garus sukondensuotume, tai gautume mišinyje to skysčio būtų daugiau. Pakartoję tokią frakcinę distiliaciją kelis kartus, gausime mišinius, kurie bus praturtinti vienu skysčiu; pvz., frakcine distiliacija galime gauti daugiau koncentruotus alkoholio tirpalus.

§ 97. PRISOTINTI GARAI IR JŲ SLĖGIMAS

Į indą įpilkime vandens arba kurio kito skysčio ir jį uždenkime; skysčio dalis išgaruos ir užims visą likusią indo dalį. Inde turime skystį ir jo garus; sakome, turime dvi fazes: skystą ir garų (arba dujų) fazę. Iš pradžių skysčio garų slėgimas, taigi ir jų tankis, didėja, kol pagaliau esamoje temperatūroje pasidaro didžiausias ir daugiau nebekinta. Tuomet skystis daugiau nebegaruoja. Tiesą pasakius, garavimas vyksta visą laiką, bet šį būvį sudarę gauname vadinamąją stacionarinę pusiausvyrą: kiek skysčio išgaruoja per tam tikrą laiką, tiek pat jo ir susikondensuoja. Tokių skysčių garus vadiname *prisotintais garais*, o jų slėgimą — *prisotintų garų slėgimu*.

Pripilkime barometrinį vamzdį gyvsidabrio ir pridengę pirštu arba plokštele apverskime ir įstatykime į indą su gyvsidabriu

(240 pav.). Į gautąją Toričelio tuštumą įleiskime kiek skysčio, pvz., eterio. Dalis jo išgaruos; jo prisotinti garai užpildys šią tuštumą, ir gyvsidabrio paviršius vamzdyje paslinks žemyn ir pasiliks toje pat aukštumoje, kol temperatūra nepasikeis. Eterio prisotintų garų slėgimą parodo barometro ir gyvsidabrio stulpelio vamzdelyje aukščių skirtumas. Gyvsidabrio stulpelio aukštis vamzdelyje nepakinta, kai vamzdelį įleidžiame giliau arba ištraukiame daugiau. Tik pirmuoju atveju dalis eterio garų susikondensuoja, antruoju — skysto eterio dalis išgaruoja. Taigi prisotintų garų slėgimas visai nepriklauso nuo tūrio. Padidinkime tūrį tiek, kad visas eteris išgaruotų; tada garai pasidaro neprisotinti, bet



240 pav.

perkaitinti (visos dujos yra perkaitinti garai). Dabar didinant tūrį, gyvsidabrio stulpelio aukštis pasikeičia, taigi pasikeičia ir garų slėgimas; jis apytikriai yra atvirkščiai proporcingas tūriui.

Pašildžius vamzdį, gyvsidabrio stulpelis vamzdyje sutrumpėja, taigi prisotintų garų slėgimas padidėja. Prisotintų garų slėgimas priklauso nuo temperatūros ir, jai kylant, didėja.

8 lentelė. Vandens prisotintų garų slėgimas mm Hg įvairiose temperatūrose

Temperatūra	Slėgimas	Temperatūra	Slėgimas	Temperatūra	Slėgimas
—20°	0,77 mm	40°	55,3 mm	100°	700 mm
0°	4,6 „	60°	149,4 „	200°	11665 „
20°	17,5 „	80°	355,1 „		

Prisotintų garų slėgimo priklausomybę nuo temperatūros išreiškia Klauzijaus-Klapeirono išvesta lygtis.

Tegu uždarame inde turime temperatūros T skystį ir jo prisotintus garus. Esant sistemai pusiausvyroje, skysčio ir garų masės vieneto termodinaminiai potencialai ϕ_s ir ϕ_g yra lygūs.

Pakitus temperatūrai dT , pakitės skysčio ir garų masės vieneto termodinaminiai potencialai $d\psi_s$ ir $d\psi_g$ dydžiais; bet vėl nusistojus pusiausvyrai, jie vėl pasidarys lygūs:

$$\psi_s + d\psi_s = \psi_g + d\psi_g.$$

Tokiu būdu,

$$d\psi_s = d\psi_g$$

ir

$$\frac{d\psi_s}{dT} = \frac{d\psi_g}{dT}. \quad (97,1)$$

Bet

$$d\psi = \left(\frac{\partial\psi}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial\psi}{\partial p}\right)_T dp \quad (97,2)$$

arba

$$\frac{d\psi}{dT} = \left(\frac{d\psi}{dT}\right)_p + \left(\frac{\partial\psi}{\partial p}\right)_T \left(\frac{dp}{dT}\right)_{pris}, \quad (97,3)$$

nes, keičiant temperatūrą, kinta ir skysčio prisotintų garų slėgimas.

Iš termodinaminio potencialo reiškinių $\psi = U - TS + pV$ (§ 94, 4 sk.) turime:

$$\begin{aligned} d\psi &= dU - T \cdot dS - S \cdot dT + p \cdot dV + V \cdot dp = \\ &= -S \cdot dT + V \cdot dp, \end{aligned} \quad (97,4)$$

nes

$$dU + p \cdot dV = dQ = T \cdot dS.$$

Palyginę lygtį (97, 2) su (97,4), gauname:

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial p}\right)_T = V \text{ ir } \left(\frac{\partial\psi}{\partial T}\right)_p = -S;$$

taigi

$$\frac{d\psi}{dT} = -S + V \left(\frac{dp}{dT}\right)_{pris}.$$

Taip išreiškę $\frac{d\psi_s}{dT}$ ir $\frac{d\psi_g}{dT}$,

$$\frac{d\psi_s}{dT} = -S_s + V_s \left(\frac{dp}{dT}\right)_{pris} \text{ ir } \frac{d\psi_g}{dT} = -S_g + V_g \left(\frac{dp}{dT}\right)_{pris},$$

prilyginę ir suradę $\left(\frac{dp}{dT}\right)_{pris}$, gauname:

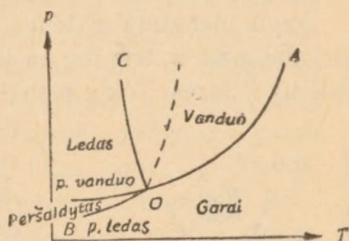
$$\left(\frac{dp}{dT}\right)_{pris} = \frac{S_g - S_s}{V_g - V_s} = \frac{L}{T(V_g - V_s)}, \quad (97,5)$$

čia L yra garavimo šiluma: $L = T (S_g - S_s)$; V_g ir V_s — atitinkamai garų ir skysčio specifiniai (1 g medžiagos) tūriai.

Išvesta Klauzijaus-Klapeirono lygtis (97,5) taikytina ne tik garavimo, bet ir lydymosi reiškiniams.

§ 98. VIENALYTĖS SISTEMOS PUSIAUSVYRA. TRIGUBI TASKAI. POLIMORFIZMAS

Pagal fazių taisyklę (95,5) sistema, kurios fazių skaičius yra dviem didesnis už komponentų skaičių, neturi jokio laisvės laipsnio; bet kurį kintamą parametą pakeitus, bus suardytas fazių sambūvis ir viena iš jų išnyks. Tokią sistemą vadiname *nekintama sistema*. Paimkime vienalytę sistemą — vandenį. Aukštesnėse už 0°C temperatūrose turime ir jo prisotintus garus. Keičiantis temperatūrai, prisotintų garų slėgimas keisis; jų kitimą nusakoma Klauzijaus-Klapeirono lygtis (97,5). Grafiškai šį kitimą (p, T) diagramoje vaizduoja kreivė OA (241 pav.). Temperatūrą pažeminus iki 0°C , vanduo užšąla. Tada turėsime ledą ir prisotintus vandens garus, kurių slėgimo priklausomybę nuo temperatūros pavaizduoja kreivė OB . Panašiai galime nagrinėti ledo ir vandens pusiausvyros būvį, nusakomą $\psi_{\text{ledas}} = \psi_{\text{vanduo}}$ lygties. Pastarąją lygtį grafiškai vaizduoja beveik stačiai kylanti kreivė OC . Šios trys kreivės OA , OB ir OC kryžiuojasi viename, vadinamame *trigubame taške*. Jame vandens prisotintų garų slėgimas yra lygus ledo lydymosi, t. y. išoriniam slėgimui, kuriam esant, šioje temperatūroje ledas lydosi. 0°C temperatūroje prisotintų vandens garų slėgimas yra lygus 4,58 mm Hg, o lydymosi slėgimas 1 at. Šiek tiek temperatūrą padidinus, prisotintų garų slėgimas tepasikeičia labai mažai, bet lydymosi slėgimas žymiai sumažėja ir jau, esant $0,0075^\circ\text{C}$, yra lygus 4,58 mm Hg. Žemiau lentelėje patiekiami kitų vienalyčių sistemų trigubų taškų parametrai.



241 pav.

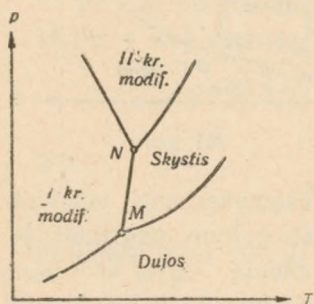
Siomis sąlygomis turime kietos, skystos ir garų fazių sambūvį, taigi sistemos yra nekintamos: vieną parametą pakeitę, suardysime trijų fazių pusiausvyrą: kiek pakėlus temperatūrą,

9 lentelė. Kai kurių vienalypių sistemų trigubi taškai

Sistema	Trigubo taško parametrai:	
	Temperatūra °K	Slėgimas at
H ₂ O	273,1675	0,006
CO ₂	216,16	3880
O ₂	54,26	0,1
N ₂	63,26	9,29
H ₂	14,06	5,4

kieta fazė išnyksta; kiek pažeminus ją, skystis užšąla. Tas pats atsitiks ir slėgimą pakeitus. Taigi, jei kai kuriuose sąlygose vienas komponentas gali būti įvairiose fazėse, tai tik trys fazės yra pusiausvyroje, nors fazių būtų ir daugiau.

Jeigu vienalypė sistema turi daugiau kaip 3 fazes, tada ji turi daugiau ir trigubų taškų, nes vienu ir tuo pat metu gali būti tik 3 fazės. Tokių sistemų pavyzdžiai gali būti CO₂, H₂O, S,



242 pav.

Fe, Sn ir kt. 242 pav. pavaizduota turinčios 4 fazes medžiagos (p , T) diagrama. Pvz., siėra priklausomai nuo išorinių sąlygų gali kristalizuotis rombinėje arba monoklininėje kristalografinėje sistemoje (§ 105). Tokios medžiagos diagramoje turime 2 trigubus taškus M ir N. Ledo kristalai taip pat turi keletą skirtingų kristalinių gardelių.

Medžiagos savybę, esant toje pačioje fazėje, būti skirtinguose būviuose, pvz., kristalizuotis įvairiose kristalografinėse sistemose, vadiname polimorfizmu.

Polimorfinėmis savybėmis pasižymi ne tik kieti, bet ir skysti kūnai, pvz., skystas helis. Skystų kūnų polimorfizmą sąlygoja jų molekulių polimerizacija ir izomerija.

Pereinant medžiagai iš vieno būvio į kitą, pakinta jos visos arba tik kai kurios fizikinės savybės; sakome, medžiagos viena fazė virsta kita. Turime pirmos ir antros rūšies fazinius virtimus.

1-mos rūšies faziniais virtimais laikome tokius, kada, pereinant sistemai iš vienos fazės į kitą, kinta jos vidinė energija

ir medžiagos tankis; 1-mos rūšies faziniai virtimai yra lydymasis, garavimas, sublimacija, kristalinės gardelės kitimas. Šios rūšies vartimams vykstant, visada išlaisvinama arba absorbuojama vartimo šiluma.

2-os rūšies vartimuose sistemos vidinė energija ir medžiagos tankis nekinta, bet pasikeičia šuoliu kitos medžiagos savybės: šiluminis talpumas, spūdimas, šiluminis plėtimasis. 2-os rūšies faziniais vartimais yra, pvz., lydinių susitvarkymo reiškiniai, perėjimas iš normalaus į superlaidų būvį, iš feromagnetinio į paramagnetinį ir kt.

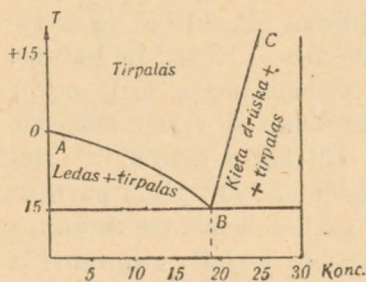
Ypatingai įdomus 2-os rūšies fazinis vartimas yra skysto helio HeI vartimas HeII. He buvo suskystintas 1908 m. Esant 1 at slėgimui jis verda 4,2°K temperatūroje. Skystą He tiriant, paaiškėjo šios jo įdomios savybės. Savųjų prisotintų garų slėgime skystas helis nesustingsta ir žemiausiose temperatūrose. Jis kristalizuojasi tik esant didesniam, būtent, 23 at, slėgimui. 2,19°K temperatūroje helio kai kurios savybės, pvz., plėtimosi ir slėgimo temperatūriniai koeficientai, šiluminis talpumas, garso sklaidimo greitis ir kt., kinta šuoliu; bet kitos, pvz., jo tankis, prisotintų garų slėgimas ir kt., kinta tolydiškai. Šis skysto helio fazinis vartimas vyksta neišsiskiriant šilumai; tai yra 2-os rūšies, vadinamas λ , fazinis vartimas. Aukštesnės už 2,19°K temperatūros skystą helį vadina HeI, o žemesnės — HeII. Jie skiriasi ir savo išorine išvaizda: HeI verda visame tūryje, HeII net ir siurbiant jo garus pasilieka visą laiką ramus su ryškiu menisku. HeII turi didelį šiluminį laidumą, 10^8 kartų didesnį už HeI (10 kartų didesnį už Cu) šiluminį laidumą. Ant kietų paviršių susidaro HeII plonos plėvelės, kurios greitai slenka temperatūros didėjimo kryptim. Panertas uždaru galu į HeII mėgintuvėlis greitai jo prisipildo. 1938 m. Kapica išmatavo abiejų skystų helių vidinę trintį ir nustatė, kad HeII trintis yra labai maža (bent 10^4 kartų mažesnė už HeI trintį), taigi, kad HeII yra supertakus. Kapicos surastas HeII supertakumas turėjo didelę reikšmę išaiškinant jo anomalijas.

Kapicos tyrimai parodė, kad HeII labai didelį šilumos laidumą sąlygoja konvekinės srovės, tekančios abiejuose heliuose priešingomis kryptimis. Viena jų yra klampaus, antra — idealaus skysčio srovė. Abi srovės yra griežtai skirtinguose energetiniuose būviuose. Skysto HeII srovė teka be trinties ir visai neslegia esančius joje kūnus.

§ 99. NEVIENALYTĖS SISTEMOS PUSIAUSVYRA; EUTEKTIKOS TASKAS. SĀLDOMIEJI MĪSINIAI

Ištirpinkime amonio chloridą (NH_4Cl) vandenyje. Kol tirpalas nėra persotintas, turėsime 2 fazes: tirpalą ir jo prisotintus garus. Tokia sistema bus sudėta iš 2-jų komponentų, nes užtenka nusakyti, pvz., Na ir O kieki, kad galėtume žinoti visų cheminių elementų kiekius. Sistema turės 2 laisvės laipsnius; iš nusakančių sistemos būvį 3 parametrų (temperatūros T , slėgimo p ir koncentracijos c) tik 2 iš jų yra nepriklausomi. Atvėsinkime praskiestą druskos tirpalą iki 0°C temperatūros; tada iškris iš tirpalo grynas ledas. Dabar jau turėsime 3 fazes: ledą, tirpalą ir jo prisotintus garus.

Sistemos būvio kitimui, keičiant temperatūrą, grafiškai pavaizduoti, reikėtų imti stačiakampių koordinačių sistemą erdvėje ir jos ašyse sužymėti temperatūrą, slėgimą ir koncentraciją. Tada būvį pavaizduotų tam tikra kreivė erdvėje. Laikykime slėgimą pastovų (1 at). Šiuo atveju sistemos būvio kitimą vaizduojanti kreivė gulės plokštumoje (243 pav.). Kreivė AB vaizduoja druskos koncentracijos kitimą, tirpalą vėsinant žemiau 0°C , kai susidaro grynas ledas. Taške B tirpalas prisotina. Toliau tirpalą



243 pav.

vėsinant, šalia ledo iškrinta ir druska. Kreivė CB vaizduoja kietos druskos ir tirpalo pusiausvyrą; ji vadinama *prisotinimo kreive*. Kreivės AB ir CB kryžiuojasi taške B ; pastarajame ledas, druska, tirpalas ir jo garai yra pusiausvyroje, esant 1 at slėgimui. Taško B vieta šiek tiek pakitėtų, jei vietoje 1 at paimtume atitinkamos temperatūros

tirpalo garų slėgimą. Pastarąjį tašką vadiname *eutektikos tašku*. Jame turime visas 4 fazes pusiausvyroje. Siame būvyje sistema yra nekintama, nes pagal fazių taisyklę (95,5) $F+4=2+2$, taigi $F=0$. Pakeitus pusiausvyros sąlygas, viena iš fazių turi išnykti, pvz., ledas arba druska turi ištirpti.

NaCl druskos tirpalo eutektikos taško parametrai yra tokie: $t=-22^\circ\text{C}$, $p=0,73$ mm Hg ir $c=0,36$. Jei NaCl druską sumaišysime su sniegu arba su susmulkintu ledu, tai ledo paviršinia-

me vandens sluoksnyje ji ištirpsta; gauname visas keturias fazes, kurios tegali koegzistuoti tik eutektikos taške. Todėl ledas ir druska tirpsta ir temperatūra krinta, kol pasiekama -22°C . Gauname šaldomąjį mišinį. CaCl_2 druskos ir sniego (100-tui g mišinio 29,8 g druskos) mišinio eutektikos taškas yra -55°C , o KOH ir sniego (100-tui g mišinio 31,5 g KOH druskos) mišinio -65°C temperatūra.

§ 100. TIRPALAI. DUJŲ SORBCIJA

Į indą įpilkime vandens ir aliejaus ir suplakime. Susidaro balkšvas neskaidrus mišinys, kuriame plika akimi arba pro mikroskopą galime pastebėti atskirus vandens ir aliejaus lašelius. Po kiek laiko vanduo ir aliejus visai atsiskiria. Panašiai elgiasi sumaišyti vanduo ir gyvsidabris arba aliejus ir gyvsidabris. Paminėtieji čia skysčiai sumaišyti po kurio laiko vėl atsiskiria. Bet jeigu gyvsidabrio ir vandens mišinį «peršviesime» ultragarso bangomis, tai gausime nebeišsiskiriantį gyvsidabrio ir vandens dalelių mišinį. Tokius dviejų skysčių dalelių mišinius vadiname *emulsija* arba *suspensija*. Pvz., pieną sudaro riebalinių bei baltyminių dalelių suspensija vandenyje, fotografinių plokštelių šviesai jautrųjų sluoksnį — sidabro druskų emulsija želatinoje. Suspenduotas skystyje daleles galime išfiltruoti. Suspenduotos dalelės esti įvairaus dydžio. Paprastoje emulsijoje arba suspensijoje dalelių dydis yra apie 10^{-2} cm, jų koncentracija — 10^6 , visas jų paviršius — 10^2 cm².

Kai dalelių dydis sumažėja iki 10^{-6} cm, emulsija arba suspensija virsta *koloidiniu tirpalu*, arba *koloidu*. Koloido dalelių koncentracija siekia 10^{18} , o bendras jų paviršius 10^6 cm². Šie tirpalai yra skaidrūs. Ir tankiausi filtrai negali atskirti dalelių; jas galime pastebėti tik ultramikroskopu. Koloidiniai tirpalai esti ne tik skysti, bet ir kieti. Koloidinės dalelės dažo stiklus; pvz., rubininiai stiklai yra nudažyti aukso dalelių. Koloidinės medžiagos turi didelės reikšmės įvairiuose gyvosios gamtos, pvz., fiziologiniuose, procesuose.

Dalelėms dar daugiau susmulkėjus, gauname *zolių*. Pavyzdžiui, aukso zolio dalelių dydis besiekia 10^{-7} cm, jų koncentracija — 10^{21} ir jų bendras paviršius — 10^7 cm².

Tos ar kitos rūšies suspensijos susidarymą ir jos stabilumą nulemia paviršiniai reiškiniai ir dalelių įelektrinimas, adsorbuo-

jant joms jonus. Pvz., koloidiniai tirpalai dažnai esti nestabilūs, koloidinės dalelės koaguliuoja ir iškrinta iš tirpalo.

Dabar įpilkime į stiklėlį vandens ir atsargiai užpilkime alkoholio. Būdamas lengvesnis už vandenį, pastarasis laikosi ant vandens, atsiskirdamas nelabai ryškiu paviršium. Suplakime tuos du skysčius. Jie susimaišo nebeatskiriamai; mišinys yra kiaurai vienalytis. Gauname alkoholio tirpalą vandenyje.

Šios rūšies tirpalus vadiname *tikraisiais tirpalais*. Juose ištirpintoji medžiaga susiskaido į molekules (arba atomus), sudarydama molekulinį dispersinį mišinį; būvį tirpale daugelyje atvejų galime palyginti su dujiniu medžiagos būviu, o patį tirpimo procesą sugretinti su kietų kūnų sublimacija arba skystų kūnų garavimu (§ 96). Medžiagai tirpstant, tirpalo temperatūra pakinta, nes išlaisvinama arba sunaudojama šiluma. Ją vadiname *tirpimo šiluma*.

Bet kurių dujų mišinys yra tikrasis tirpalas, nes jis sudaro molekulinę dispersinę sistemą. Ištirpintos medžiagos kiekis tirpiklio 1 cm³ nusako *tirpalo koncentraciją*. Jei 1 litre yra ištirpinta 1 molis medžiagos, tokį tirpalą vadiname *normaliniu*.

Bet kuriame tirpiklio kiekyje tam tikroje temperatūroje galime ištirpinti tik tam tikrą tirpinamosios medžiagos kiekį. Vandens stiklinėje ištirpsta tik aprėžtas druskos arba cukraus kiekis. Tirpalus, kuriuose yra ištirpęs duotomis sąlygomis didžiausias tirpinamosios medžiagos kiekis, vadiname *prisotintais tirpalais*. Medžiagos tirpumas priklauso nuo tirpiklio temperatūros ir jo prigimties. Temperatūrai kylant, paprastai kietų medžiagų tirpumas vandenyje didėja, o dujų mažėja.

Jei prisotintą tirpalą atvėsiname, tai ištirpintos medžiagos dalis išsiskiria iš tirpalo. Kristalinės medžiagos, pvz., NaCl druska, iškrinta mažais kristalėliais. Tokia medžiagos kristalizacija pasinaudojama kristalams auginti. Išgarinus tirpiklį, ištirpintoji medžiaga pasilieka garinimo inde.

Skysčiuose tirpsta daugelis medžiagų; iš jų vienos tirpsta daugiau, o kitos mažiau. Ypač daug medžiagų tirpsta vandenyje. Todėl vandeniniai tirpalai turi didelės reikšmės organiniame pasaulyje. Dėl didelio medžiagų tirpumo vandenyje, labai sunku yra gauti chemiškai gryną vandenį. Tirpalai esti ne tik skysti, bet ir kieti. Varyje ištirpęs cinkas sudaro kietą tirpalą — žalvarį, o aliuminyje ištirpęs varis duoda kietą aliuminio-vario tirpalą.

Paprastai kalbame ne apie dujų tirpumą, bet apie jų sorbciją. Ir kieti, ir skysti kūnai sorbuoja didesnius arba mažesnius dujų kiekius. Kietų kūnų dujų sorbciją vadiname *okliuzija*. Iš kietų kūnų didelę dujų okliuziją pasižymi anglis, paladis. Didelę anglies dujų okliuziją pasinaudojame geram vakuumui (tuštumai) gauti. Šiam tikslui naudojame iškaitintą medžio arba kokoso riešuto kevalo anglį. Anglis absorbuoja vakuumo aparaturoje dar esamus dujų likučius.

Skysčiai taip pat absorbuoja dujas. Taip vanduo absorbuoja didesnius amoniako, anglies dvideginio kiekius, bet mažiau absorbuoja vandenilį ir deguonį. Be ištirpusio deguonies vandenyje negalėtų gyventi joks gyvis.

1803 m. Henris nustatė šį dujų absorbcijos skysčiuose dėsnį.

Absorbuoti dujų kiekiai yra proporcingi viršum skysčio esančių dujų slėgimui.

Dujų slėgimui didėjant, skysčio absorbuojami dujų kiekiai didėja. Daltonas yra nustatęs, kad bet kurių dujų tirpumas nepriklauso nuo kitų dujų slėgimo. Todėl jei viršum skysčio turime dujų mišinį, tai, Henrio dėsnį taikydami, imame ne visą, bet dalinį (parcialinį) atskirų dujų slėgimą. Atidarius gazuoto vandens butelį, anglies dvideginio slėgimas sumažėja ir šių dujų dalis išsiskiria iš vandens.

Absorbuoti dujų kiekiai priklauso ir nuo skysčių temperatūros. Temperatūrai kylant, dujų absorbcija mažėja. Pastovėjusio šiltesniame kambaryje su šaltu vandeniu stiklo sienelės apsidengia mažyčiais išsiskyrusio iš vandens oro burbulėliais. Tik iškaitinta anglis absorbuoja dujas.

Kai kuriais atvejais kieto kūno absorbuotos dujos susitelkia jo paviršiniame sluoksnyje, neįsiskverbdamos į gilesnius jo sluoksnius. Tokią dujų absorbciją vadiname *adsorbcija*. Stiklo paviršius adsorbuoja orą, kurį esti sunku ir pašalinti. Akyti kūnai, pvz., anglis, adsorbuoja dujas, kurios, įsiskverbusios giliai į jo akeles, susitelkia akyto kūno dideliame paviršiniame sluoksnyje.

Medžiagos sutankinimas kietų kūnų paviršiuose, ją adsorbuojant, turi labai svarbią reikšmę chemijoje, technikoje ir kt. Šiuo reiškinio pagrįstas katalizatorių veikimas dujų reakcijose. Šiuo atveju katalizatoriai yra labai susmulkintos kietos medžiagos, kurios reakcijoje nedalyvauja, bet reakciją žymiai pagreiktina, nes kontaktas tarp adsorbuotųjų dujų labai pagerėja. Didžiausios gamybos šakos, pvz., trąšų, benzino iš akmens anglies

gamyba ir kt., plačiai naudoja katalizatorius. Kataliziniai reiškiniai labai svarbų vaidmenį vaidina ir rūgimo bei, apskritai, fiziologiniuose procesuose. Šiuo atveju katalizatoriai vadinami fermentais.

Aukštam vakuumui gauti į kaitinamąsias katodines lempas įdedamas heteris — nedideli kiekiai medžiagos, pvz., cirkonio, fosforo, bario ir kt., kurios aukštoje temperatūroje absorbuoja iš dalies chemiškai sujungdamos dujų likučius.

§ 101. TIRPALŲ VIRIMO IR STINGIMO TEMPERATŪRA. RAULIO DĖSNIS

Kai skystyje ištirpiname kokią nors medžiagą, jo prisotintų garų slėgimas sumažėja. Esant nedidelėms koncentracijoms, prisotintų garų slėgimo pakitimas yra proporcingas ištirpintos medžiagos kiekiui. Pažymėkime gryno tirpiklio prisotintų garų slėgimą p , tirpalo — p_1 , tirpiklio molių skaičių — n , ištirpintos medžiagos — n_1 . Raulis yra nustatęs, kad tirpiklio prisotintų garų slėgimo pakitimas $p - p_1$ taip išreiškiamas:

$$p - p_1 = p \frac{n_1}{n}.$$

Tirpalo prisotintų garų slėgimui sumažėjus, jo virimo temperatūra turi pakilti (§ 96); šis virimo temperatūros pakitimas Δt_v yra proporcingas garų slėgimo pakitimui, taigi proporcingas ištirpintos medžiagos ir tirpiklio molių santykiui $\frac{n_1}{n}$:

$$\Delta t_v = \text{const} \frac{n_1}{n}.$$

Kai tirpiklio masė yra m , jo grammmolekulės masė — M , ištirpintos medžiagos masė — m_1 ir jos grammmolekulės masė — M_1 , tai

$$n = \frac{m}{M} \text{ ir } n_1 = \frac{m_1}{M_1},$$

taigi

$$\frac{n_1}{n} = \frac{m_1 M}{m M_1}$$

ir

$$\Delta t_v = \text{const} \frac{m_1 M}{m M_1} = A_v \frac{m_1}{m M_1}, \quad (101;1)$$

kur $A_v = \text{const.}$ M yra pastovus dydis. Jis priklauso nuo tirpiklio rūšies, bet visai nepriklauso nuo ištirpintos jame medžiagos. Paprastai nustatomas tirpiklio molekulinis virimo temperatūros pakitimas Δt_m . Tai yra toks pakitimas, kai tirpiklio 100 g yra ištirpintas vienas tirpinamosios medžiagos molis. Šiuo atveju $m_1 = M_1$ ir $m = 100$ g; taigi molekulinis virimo temperatūros pakitimas

$$\Delta t_m = \frac{A_v}{100}. \quad (101,2)$$

Tirpiklio prisotintų garų slėgimui pakitus, pakinta ir jo stingimo, arba šalimo, temperatūra. Ji pažemėja. Stingimo temperatūros depresija Δt_s išreiškiama tokia pat formule, kaip ir virimo temperatūros pakitimas Δt_v , taigi

$$\Delta t_s = -A_s \frac{m_2}{mM_2}. \quad (101,3)$$

Ir šiuo atveju konstanta A_s priklauso tik nuo tirpiklio rūšies. $\frac{A_s}{100}$ išreiškia tirpiklio molekulinę stingimo temperatūros depresiją.

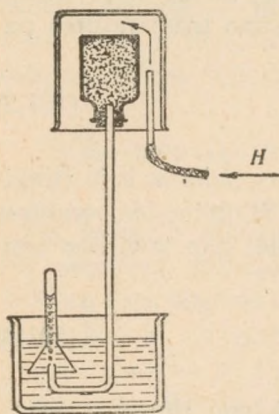
Druskų vandeniniams tirpalams, stambiamolekuliniams junginiams (polimerams) ir kt. Raulio dėsnis ne visada tinka, nes druskų molekulės tirpale disocijuoja į jonus, o stambiamolekuliniai junginiai aukštosiose temperatūrose depolimerizuojasi. Tada kiekvienas jonas veikia kaip atskira molekulė; todėl disociacija ir depolimerizacija padidina stingimo ir virimo temperatūros kitimą.

Tirpiklio stingimo ir virimo temperatūrų kitimas leidžia nustatyti ištirpintosios medžiagos molekulinį svorį. Šis molekulinio svorio nustatymo būdas vadinamas *krioskopiniu būdu*.

§ 102. OSMOSAS

Skysčiai ir dujos difunduoja ir pro akytas pertvarėles. Dujų difuzijos greitis pro pertvarą priklauso nuo jų molekulinio svorio, kuriam didėjant, greitis mažėja. Tai parodo šis tyrimas. Akytas molinis indas užkemšamas kamščiu, pro kamštį prakišamas stiklinis vamzdelis, kurio antras galas įleidžiamas į indą su vandeniu (244 pav.). Molinis indas apvožiamas stikliniu indu, į kurį iš apačios leidžiamas vandenilis. Jis difunduoja pro molinį indą

vidun greičiau už orą; todėl inde slėgimas padidėja ir dujos mažais burbulėliais pro vamzdį išeina laukan. Kai apvožtą stiklinį indą nuimame, vandenilis iš molinio indo difunduoja greičiau už orą; tada vanduo pakyla vamzdyje. Tokiu pat būdu galima parodyti, kad anglies dvideginis difunduoja lėčiau už orą.



244 pav.

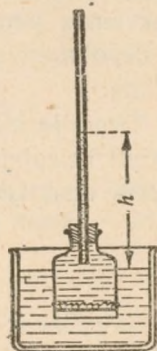
Kai kurios organinės kilmės pertvarėlės yra puslaidžios: pro jas lengvai praeina grynas vanduo, bet visai nepraeina arba labai mažai tepraeina druskų tirpalai. Apriškime tokia puslaidžia pertvara be dugno indą, jo kaklelį užkiškime kamščiu, pro šį prakiškime stiklinį vamzdelį (245 pav.); taip paruoštą indą pripilkime vario sulfato tirpalo ir įstatykime jį į platesnį indą su vandeniu. Po kurio laiko pastebėsime, kad vamzdyje tirpalas kyla aukšty, vadinasi, į vidinį indą pro pertvarėlę sunkiasi vanduo. Nors ir platesniame inde ties pertvara vanduo nusidažo kiek mėlynai, bet tirpalo kilimas vamzdyje parodo, kad vanduo pro pertvarą vidun sunkiasi žymiai greičiau už tirpalą, kuris sunkiasi pro pertvarą į platųjį indą. Šį reiškinį vadiname *osmosu*. Kylant tirpalui vamzdeliu, tirpalo hidrostatinis slėgimas į indo dugną didėja; įsisunkdamas vanduo turi nugalėti tą slėgimą. Pagaliau nusistato stacionarinė pusiausvyra: hidrostatinis slėgimas pasidaro toks didelis, kad vanduo nebegali įsisunkti vidun. Šį slėgimą vadiname tirpalo *osmotiniu slėgimu*.

Osmoso reiškinį nuodugniau tyrė Pfeferis ir nustatė šiuos dėsningumus, kurie griežtai tinka tik labai praskiestiems tirpalams.

Pastovioje temperatūroje ištirpintos medžiagos osmotinis slėgimas yra proporcingas tirpalo koncentracijai ir visai nepriklauso nuo puslaidžios pertvaros savybių.

Toliau,

osmotinis slėgimas yra proporcingas absoliutinei tirpalo tem-



245 pav.

peratūrai; pakilus temperatūrai 1°C , osmotinis slėgimas pakinta $\frac{1}{273,16}$ dalim.

Taigi osmotiniam slėgimui tinka idealių dujų dėsniai. Jei vienoduose tirpalo tūriuose yra ištirpinta tiek pat skirtingų tirpinamųjų medžiagų molių, tai tokių tirpalų osmotiniai slėgimai yra lygūs. Tokius tirpalus vadiname *izotoniniais*.

Vėliau Vanthofas šiuos visus Pfeferio nustatytus dėsningumus apibendrino į vieną Vanthofo vardu vadinamą dėsnį, kuris tvirtina:

tirpalo osmotinis slėgimas yra lygus tokiam slėgimui, kurį sukeltų ištirpintoji medžiaga, paversta dujomis ir uždaryta tirpalo užimtame tūryje.

Tegu tirpale yra ištirpinta n gram molekulių medžiagos, kurios molekulinis svoris yra M ir jos masė — m . Pažymėkime tirpalo užimtą tūrį V . Tada, taikydami idealių dujų dėsnius, osmotinį slėgimą galėsime taip išreikšti:

$$\pi = \frac{n}{V} RT.$$

Bet

$$\frac{n}{V} = \frac{m}{VM},$$

nes $m = nM$, o $\frac{m}{V} = c$ išreiškia ištirpintos medžiagos koncentraciją. Tokiu būdu,

$$\pi = \frac{c}{M} RT. \quad (102,1)$$

Pasinaudodami Vanthofo dėsniu, galime nustatyti kietų medžiagų molekulinį svorį bei jų garų tankį.

Vėliau paaiškėjo, kad Vanthofo dėsnis netinka daugeliui neorganinių rūgščių, druskų bei bazių. Šių medžiagų tirpalai turi žymiai didesnę osmotinį slėgimą, kaip nusako formulė (102,1). Šį nukrypimą išaiškino Areniusas. Ištirpintos šios medžiagos molekulės disocijuoja, t. y. suskyla į teigiamai ir neigiamai įelektrintas dalis — jonus, kuriuos sudaro arba atskiri atomai, arba atomų grupės. Todėl dalelių skaičius tirpale padidėja, osmotinis slėgimas pakyla.

Osmotiniai reiškiniai turi didelę reikšmę gyvojoje gamtoje, pvz., fiziologijoje svarbų vaidmenį vaidina osmosas pro ląstelių sienes. Dėl osmoso išbrinksta žirniai vandenyje, vyšnios suskyla per lietu. Kaitinant paladžio vamzdelį, galime gauti iš oro gryną vandenilį: pro vamzdelio sienes vandenilis difunduoja į vidų.

XV SKYRIUS

KIETIEJI KŪNAI

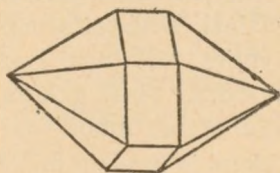
§ 103. KRISTALINIAI IR AMORFINIAI KŪNAI

Skirtingos cheminės sudėties kūnai turi nevienodas fizikines, mechanines ir chemines savybes. Tačiau kūnų savybės priklauso ne tik nuo jų cheminės sudėties, bet ir nuo jų struktūros. Pvz., valcuota geležis yra minkšta, o lietinė — kietą; arba baltasis alavas yra metalinių savybių, o pilkasis — puslaidininkinių; kristalinė siera yra trapi, o amorfinė, gauta išpilant išlydytą ir pašildytą virš 300°C į šaltą vandenį, — plastinė ir t. t. Tai rodo, kad kūnų savybėms nemažą įtaką turi ir sudedamųjų dalelių — atomų bei molekulių santvarka.

Kietieji kūnai palaiko ir tūrį, ir formą, reiškia, tarp jų sudedamųjų dalelių — atomų arba jonų — veikia stiprios ryšio jėgos. Bet kad, joms veikiant, sistema būtų pastovios pusiausvyros, t. y. mažiausios potencialinės energijos, būvyje, reikalinga, kad sistemos sudedamosios dalelės būtų išdėstytos tvarkingai. Ir tikrai, tyrimas parodo, kad daugelis kietųjų kūnų turi taisyklingą kristalinę struktūrą. Bet šalia kristalinių kūnų turime ir kietus amorfinius kūnus, kurie nepasižymi tvarkinga struktūra. Jie turi arba labai smulkią dispersinę struktūrą, kurią sudaro suaugę tarp savęs mikrokristalėliai, arba yra peršaldyti skysčiai (pvz., stiklai).

Mineralų rinkiniuose užtinkame didelius gražius, visai taisyklingos geometrinės formos, su lygiomis kaip veidrodis sienelėmis *monokristalus*

(246 pav.). Bet ne visi kristaliniai kūnai turi taisyklingą išorinę formą. Kai kurie yra sudaryti iš labai smulkių tarp savęs įvairiai suaugusių kristalėlių. Tokius kristalinius kūnus vadiname



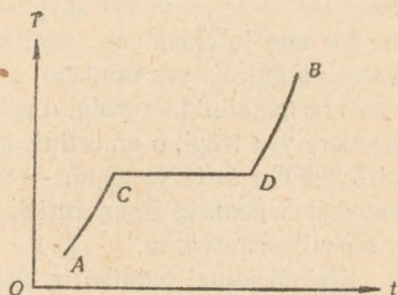
246 pav.

polikristaliniais. Polikristalinių kietųjų kūnų kristalinę struktūrą tegalime atpažinti, tik stebėdami jų nulygintus paviršius mikroskopu (247 pav.). Apie kietųjų kūnų kristalinę struktūrą sprendžiame ne tik iš jų formos. Kristalinių kūnų kai kurios savybės labai ryškiai skiriasi nuo nekristalinių — amorfinių. Viena iš pagrindinių tokių savybių yra jų lydymosi būdas. Kristaliniai kūnai turi griežtą lydymosi temperatūrą, kuo nepasižymi amorfiniai kūnai.

Įbėrę į mėgintuvėlį natrio sulfato (Na_2SO_4) druskos, ją šildykime lėtai. Iš pradžių druskos temperatūra kyla vienodu greičiu. Druskai pradėjus lydytis, jos temperatūra nebekyla, nors ją ir šildome. Ir ji pasilieka pastovi, kol visa druska suskystėja.



247 pav.



248 pav.

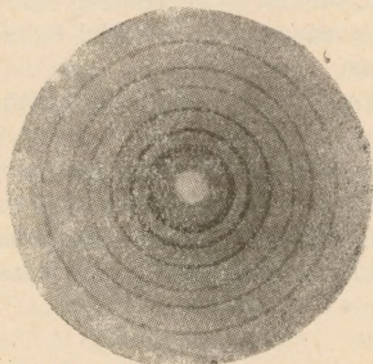
Tuomet druskos temperatūra vėl pradeda kilti. Druskos temperatūros kitimą grafiškai vaizduoja kreivė AB (248 pav.). Čia gulsčioje ašyje atidėtas šildymo laikas t arba jam proporcingas suteikiamas šilumos kiekis Q , o stačiojoje — temperatūra T . Taške C druska pradeda lydytis, taške D visa druska yra susilydžiusi. Druskai stingstant pastebimas panašus, tik atvirkščios krypties, reiškiny. Toks tyrimas leidžia išmatuoti lydymosi temperatūrą. Visai griežtą lydymosi temperatūrą teturi tik kristaliniai kūnai. Amorfiniai kūnai, pvz., stiklas, vaškas, smala ir kt., šildomi iš pradžių minkštėja, paskui virsta labai klampiu skysčiu, o tik vėliau visai išsilydo. Čia neturime griežtos ribos tarp kieto ir skysto būvio.

Kita kristalinių kūnų būdinga savybė yra jų anizotropija. Tiriant jų fizikines-mechanines, šilumines, optines, magnetines ir kt. savybes pastebėta, kad kristale įvairiomis kryptimis jos

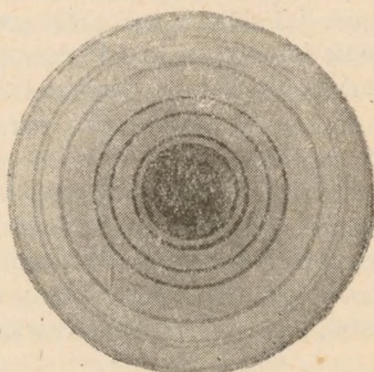
yra skirtingos. Tokią kietųjų kūnų savybę vadiname *anizotropija*. Amorfiniai kūnai yra *izotropiniai*; pastarųjų savybės nepriklauso nuo krypties kūne.

Nors visi kristaliniai kūnai yra anizotropiniai, bet ne visada jų anizotropija yra aiškiai išreikšta. Polikristaliniai kūnai, pvz., metalai, yra sudėti iš labai didelio skaičiaus visai orientuotų mažyčių kristalėlių; todėl polikristalinio kūno gabalas yra izotropinis, nors ir turi kristalinę struktūrą.

Kietųjų kūnų struktūrai nustatyti šiuo laiku plačiai naudojami rentgenografinis ir elektronografinis metodas. Praeidami pro kietuosius kūnus rentgeno arba elektroninių spindulių pluoštai yra užlenkiami, ir jų stiprumas, praėjus spinduliams, pasiskirsto



249 pav.



250 pav.

visai taisyklingai; stiprumo pasiskirstymai priklauso nuo kūno sudedamųjų dalelių tvarkos. 249 ir 250 pav. pavaizduoja rentgeno ir elektroninių spindulių stiprumo pasiskirstymo diagramas, praėjus pirmiesiems ir antriesiems pro ploną sidabro sluoksnį. Tokia rentgeno ir elektroninių spindulių difrakcija ne tik nurodo, kad tiriamasis kūnas turi kristalinę struktūrą, bet iš diagramos galime nustatyti, kaip yra išsidėsčiusios jo sudedamosios dalelės — jonai, atomai arba molekulės.

Kristalų geometrines ir fizikines savybes ištyrus, išaiškėjo kai kurie jų struktūros dėsningumai. Pagrindinis iš jų yra kampų išsilaikymas. To paties cheminio junginio kristalų kampai tarp atitinkamų sienelių visada pasilieka tokie pat. Kristalo sienelių vietą erdvėje paprastai nusakome kokios nors koordinatinių

sistemos atžvilgiu. Tinkamai parinkę koordinačių ašių kryptis, bet kurios sienelės vietą galėsime išreikšti trimis paprastais sveikais skaičiais. Tai antras kristalų struktūros dėsningumas. Kaip jau minėjome, dauguma kristalų pasižymi anizotropija; bet kai kuriose kryptyse jų savybės yra vienodos. Šių vienodų savybių krypčių išsidėstymas kristale pasižymi įvairia, kartais labai sudėtinga simetrija. Daugelis kristalų pasižymi dvigubu šviesos laužimu: įspindęs į kristalą natūralus šviesos spindulys išsi-sklaido į du tiesiškai poliarizuotus statmenose plokštumose spindulius: paprastąjį (ordinarinį) ir nepaprastąjį (ekstraordinarinį). Abu spinduliai sklinda kristale nevienodu greičiu, todėl, jiems praeinant kristalą, susidaro jų fazių skirtumas. Tačiau kiekviena kristale aptinkame vieną arba dvi kryptis, kuriomis abu tie spinduliai sklinda tuo pačiu greičiu. Šias kryptis vadiname *optinėmis kristalo ašimis*. Pagal optinių ašių skaičių kristalai skirstomi į *vienašius* ir *dviašius kristalus*.

Cia trumpai paminėtos toli gražu ne visos kristalams būdingos savybės.

Sulydžius kai kurių organinių medžiagų kristalus, gaunami skysčiai pasižymi vienašių kristalų savybėmis (šviesą laužia dvigubai). Šiuos skysčius vadiname *skystaisiais kristalais*, arba *kristaliniais skysčiais*. Tokių skysčių žinoma apie 250. Juose, matyt, pasilaiko artimoji tvarka.

√ § 104. KRISTALŲ AUGIMAS IR TIRPINIMAS

Anksčiau tik gamtoje buvo randami dideli ir visai taisyklingi įvairių mineralų kristalai, kuriuos vadiname monokristalais. Bet pastaraisiais laikais tokius monokristalus išauginame ir laboratorijoje.

Medžiaga susikristalizuoja: 1) skystai fazei virstant kieta; šiuo atveju kristalus auginame lydiniuose arba tirpaluose; 2) dujų fazei virstant kieta; medžiaga kristalizuojasi garams virstant kietomis dalelėmis, aplenkiant skystą fazę; 3) vienai kietai fazei virstant kita dažnai keičiasi medžiagos kristalinė struktūra; šį reiškinį vadiname *rekristalizacija*.

Suminėtieji čia medžiagos išsikristalinimo būdai nevienodai plačiai paplitę gamtoje bei naudojami gamyboje, auginant kristalus. Iš jų daugiausia paplitęs pirmasis — kristalizacija lydinyje arba tirpale. Šiuo būdu išauginami dideli ir visai taisyklingi

kristalai. Antruoju būdu, kristalizuojantis garams, gaunami smulkūs kristalėliai. Mažiausiai ištirta rekristalizacija kietoje fazėje. Įvairių agregatų smulkūs kristalėliai periodiškai deformuojami arba periodinių temperatūros kitimų įtakoje sustambėja. Pvz., kai kurių mašinos detalių smulkiadispersinė geležis, visą laiką detalėms virpant, išsikristalizuoja stambesniais kristalėliais. Rekristalizacijos būdu galima gauti stambesnius metalo monokristalus.

Kristalizacijos pradžią galime taip įsivaizduoti. Skysčiai ir dujos sudėtos iš molekulių, kurios turi paskirstytus teigiamą ir neigiamą elektrinį krūvį; taigi jos yra *elektriniai dipoliai*. Jos visą laiką juda; temperatūrai krintant, jų judėjimo greitis mažėja, medžiaga virsta kieta. Molekulės arba gali pakrypti viena į kitą įvairiai, arba, veikiant tarpmolekulinėms jėgoms, jos gali orientuotis tam tikra kryptim. Pirmuoju atveju gauname amorfinę medžiagą; antruoju — orientuotos teigiamo ir neigiamo elektrinio krūvio sritys, atsidūrusios pusiausvyros būvyje, gali pasidaryti *kristalizacijos gemalėlių*; gemalėliu vadiname esantį pusiausvyroje persotintame tirpale mikroskopinį kristalėlį.

Stipriai persotintą tirpalą, kuriame jau prasidėjo kristalizacija, sudaro betvarkiai judantieji molekulės ir gemalėliai («submikronai»). Gemalėliai gali būti vienmačiai, dvimačiai ir trimatčiai, jie gali turėti įvairią formą ir dydį. Vieni jų auga, prilimpant prie jų molekulėms arba kietiems gemalėliams, kiti tirpsta. Augant kristalai stengiasi įgauti kokią tai pusiausvyrąją formą; pastaroji gali susidaryti įvairiais keliais, todėl augančio kristalo forma dažnai skiriasi nuo pusiausvyrosios. Kai visas medžiagos perteklius persotintame tirpale spėja išsikristalizuoti anksčiau, kaip kad kristalai spėja įgauti pusiausvyrąją formą, tai tolimesnis formos kitimas vyksta labai lėtai.

Silpnai persotintame tirpale gemalėlių nėra, ir kristalai pradeda augti, tik įnešus į jį gemalėlį.

Kristalui augant, ant jo sienelių nusėda medžiaga, todėl kiekviena kristalo dalelė viduje prieš kurį laiką buvo ant paviršiaus; tokiu būdu, kristalo formoje atsispindi jo dabartis, o vidinėje (makroskopinėje ir mikroskopinėje) struktūroje — jo praeitis.

Kristalo augimo dėsningumus galime pažinti, tirdami natūralių arba dirbtinių kristalų skerspiūvius. Kartais, keičiantis išorinėms sąlygoms, kinta augančio kristalo vienalytiškumas arba

cheminė jo sudėtis; toks kristalas yra sudėtas iš atskirų juostų (zonų). Juostinė struktūra pasitaiko gana dažnai. Pvz., fluorito (CaF_2) kristalas dažnai esti sudėtas iš spalvotų (violetinių arba žalių) ir bespalvių sluoksnių pakaitomis. Tokius kristalus ištyrus, išaiškinta, jog, kristalui augant, jo sienelės slenka, pasilikdamos lygiagretės pačios sau. Sluoksnių storiai nurodo, kad sienelės auga nevienodai greitai. Augant kristalui, santykiniai kristalų sienelių plotai kinta: lėtai augančių — didėja, greitai augančių — mažėja; kai kurios sienelės gali kartais ir visai išnykti. Augant kristalui tolygiai, jo viršūnės slenka tiesėmis, briaunos — plokštumomis, o sienelės — piramidėmis. Visų sienelių piramidės sueina viename taške — pradiname *kristalizacijos centre*.

Augančio kristalo formai turi didelės reikšmės tokie veiksniai.

Iš esančių prie pat kristalo persotinto tirpalo sluoksnių medžiaga nusėda ant kristalo sienelių, todėl jų persotinimo laipsnis sumažėja. Šiose srityse tirpalas palengvėja ir kyla aukštyn, o jo vieton slenka sunkesnis, daugiau persotintas tirpalas. Susidaro *koncentracinės srovės*, kurios pakeičia įvairių augančio kristalo vietų maitinimo sąlygas, o nuo pastarųjų priklauso kristalo forma. Pvz., kai kristalas guli ant indo dugno, tai koncentracinių srovių įtakoje jis išauga plokščias, nes stipriau maitinamos jo šoninės sienelės, o jei kristalas pakabinamas tirpale, jis išauga pailgas. Norint sumažinti koncentracinių srovių įtaką, paprastai augantis kristalas sukamas apie gulsčiąją ašį.

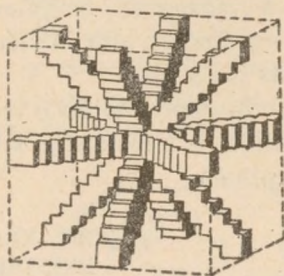
Daugelio medžiagų tirpumas labai priklauso nuo temperatūros; todėl jos svyravimai taip pat turi įtakos kristalo formai. Pakilus temperatūrai, tirpalas pasidaro neprisotintas, ir kristalas pradeda tirpti. Greičiau tirpsta viršutinė kristalo dalis; apatinė jo dalis apsaugoma nutekančio žemyn kristalu persotinto tirpalo. Temperatūrai pakilus, greičiau auga apatinė dalis. Todėl temperatūrai svyruojant, kristalas darosi vis plokštesnis ir išvirsta į juostinės struktūros plokštelę. Augančio kristalo formai turi įtakos priemaišos tirpale, tirpalo persotinimo laipsnis, jo klampumas. Klampiuose tirpale tik difuzija palaiko kristalo augimą. Realiose sąlygose kristalo briaunos ir viršūnės maitinamos stipriau už sienelės, todėl klampiuose tirpaluose dažnai išauga griaučių formos kristalai (251 pav.). Tokios formos kristalai kartais išauga ir labai takiaime nemaišomame tirpale.

Kristalo sienelė skiria kristalą nuo tirpalo aplinkos; o dviejų aplinkų skiriamasis paviršius pasižymi paviršiaus įtempimu

(§ 91). Kadangi įvairios kristalo sienelės auga nevienodai greit, tai jos turi skirtingą paviršiaus įtempimą σ . Pusiausvyraja kristalo forma laikoma tokia, kurią, esant tam tikram tūriui, atitinka mažiausia paviršiaus energija, reikalinga jo sienelėms išaugti. Ši forma turi tenkinti tokią sąlygą. Pažymėkime visą paviršiaus energiją E , sienelių plotus $S_1, S_2, S_3, \dots$ paviršiaus įtempimo konstantas atitinkamai $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots$, tūrį V ; tada

$$E = \sigma_1 S_1 + \sigma_2 S_2 + \sigma_3 S_3 + \dots = \min,$$

esant $V = \text{const.}$



251 pav.

Bendrai, augantis kristalas stengiasi įgyti pusiausvyrą formą. Bet kad tai jis galėtų padaryti, reikia daug kartų sutrikdyti pusiausvyrą, suteikiant nedidelius šilumos kiekius. Tada jis vėsdamas gali atiduoti visą šilumą, kurią jis gali išskirti, augdamas tam tikromis sąlygomis. Tyrimai parodė, kad padarytas iš alūno kristalo rutulys prisotintame tirpale per ilgesnį laiką virsta to paties svorio oktaedru, jei, temperatūrai svyruojant, jį daug kartų tirpdyti ir auginti. Pastaroji forma, matomai, yra pusiausvyroji. Apskritai, natūralių ir dirbtinių kristalų formos, su kuriomis susiduriame tikrumoje, nėra pusiausvyrosios.

Medžiagai kristalizuojantis, išsiskiria kristalizacijos šiluma. Esant labai mažiems kristalams, išskiriamos šilumos kiekis priklauso nuo to, kaip, augant kristalui, išsiskiriančioji dalelė nugula ant sienelės (prilimpa prie kristalo viena, dviem arba trimis sienelėmis; pirmuoju atveju išskiriama mažiausiai šilumos) ir kur ji nugula (ant sienelės, briaunos arba prie viršūnės). Apskritai, ramiai augant kristalui, dalelės nugula taip, kad būtų išskirtas didžiausias šilumos kiekis.

Panertas į gryną tirpiklį arba neprisotintą tirpalą kristalas tirpsta. Viršūnės ir briaunos tirpsta greičiau už sienes; kristalas darosi apvalesnis. Tai aiškinama tuo, kad, tirpstant kristalo viršūnėms ir briaunoms, atsiskyrusios dalelės turi didesnę laisvę judėti, kaip atsiskyrusios nuo sienelių vidurinių dalių; jos lengviau nutolsta nuo kristalo ir apnuogina naujus kristalo sluoksnius. Kristalų tirpimo tyrimai iškėlė tokius to reiškinių dėsningumus. Kristalui augant, pastovesnės yra lėtai besivystančios

sienelės, tirpdinamą kristalą apdengia greičiau tirpstančios sienelės. Tirpimo greitis yra tolydinė krypties funkcija. Tirpstant ant sienelių atsiranda mikroskopinės daugiasienės įdubos — tirpimo figūros. Jos lengviau susidaro silpname tirpiklyje ir padengia visą sienelę, suteikdamos sieniei matinį atspalvį, arba tik atskiras jos sritis.

Augančio kristalo lėčiau augančių sienelių paviršius yra tobulėsnis, o tirpstančio silpniausio tirpumo sritys visada pasidaro matinės.

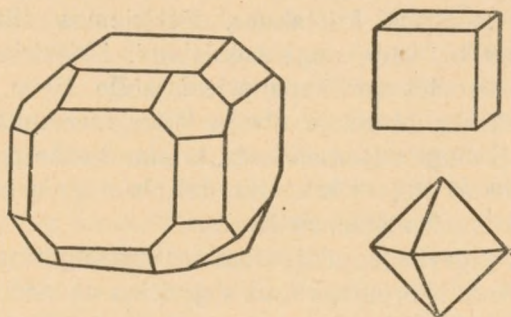
✓ § 105. KRISTALOGRAFINĖS SISTEMOS; KRISTALŲ STRUKTŪROS BRUOZAI

Kaip jau minėjome, kristalai pasižymi didesne arba mažesne simetrija. Apskritai,

bet kurio kūno simetrija vadiname jo ypatybę turėti visai vienodų geometrinių ir fizikinių savybių kryptis.

Tų lygiavertžių kryptų savitarpio ryšio būdai, arba simetrijos operacijos, nusako simetrijos rūšį. Kristalų formai pažinti ir ją trumpai apibūdinti labai svarbu ištirti jų simetriją, nes ji sąlygoja jų sienelių skaičių ir jų savitarpį pakrypimą. Pažindami kristalo simetriją, kad ir težinodami vienos vienintelės sienelės padėtį, jau galėsime rekonstruoti visą kristalą.

Daugelio kristalų forma yra sudėtinga ir sudaro kai kurių paprastesnių formų, pvz., kubo ir oktaedro (252 pav.)

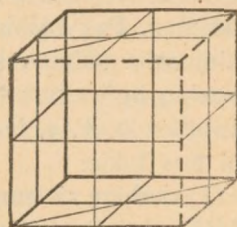


252 pav.

derinį. Paties kristalo forma priklauso nuo vienos arba kitos sudedamosios formos išsivystymo. Bet kaip betūtų kristalas nuaugęs ir išsivysčiusios jo sienelės, jų savitarpiai pakrypimai, t. y. kampai tarp jų, pasilieka pastovūs.

Kristaluose aptinkame tokius simetrijos elementus: *simetrijos plokštumas*, *simetrijos ašis* ir *simetrijos centrą*.

Simetrijos plokštuma yra tokia plokštuma kristale: išilgai jos perpiautas kristalas pasidalija į 2 dalis, kurių viena gali būti sutapdinta su antra, paprastai užklojus, arba viena yra veidrodinis antros atspindys. Todėl kalbama apie sutampančią (kongruentinę) ir veidrodinę figūrų lygybę. Kristale gali būti kelios tokios plokštumos. Pvz., kalnų druskos (NaCl) kube užtinkame 9 simetrijos plokštumas (253 pav. pažymėtos tik 4 simetrijos plokštumos).



253 pav.

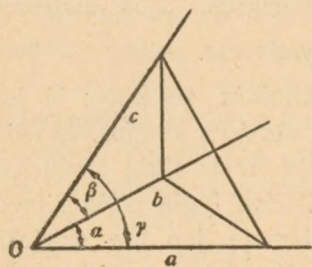
Simetrijos ašį sudaro tokia kryptis kristale, aplink kurią pasukus kai kuriuo kampu kristalą, jis pasisuka į padėtį, tapatingą pirmykstei. Simetrijos ašys yra įvairių eilių. Kristaluose aptinkame 1-os, 2-os, 3-ios, 4-tos ir 6-tos eilės simetrijos ašis. Ašies eilę nusako kristalo padėčių sutapimo skaičius, apskaitant jį aplink ašį 360° . Mažiausią kampą, kuriuo reikia pasukti kristalą, kad jo padėtys sutaptų, vadiname *elementariniu pasukimo kampu*.

Dažnai padėtis sutapdiname, tik pasukę kristalą aplink simetrijos ašį ir atspindėję jį veidrodinėje plokštumoje. Tada kalbame apie *veidrodinę sukimo ašį*.

Pagaliau kristalai turi ir simetrijos centrą. Tokių kristalų kiekvieną sienelę atitinka jai lygi ir lygiagretė, tik atvirkščiai padėta sienelė. Todėl simetrijos centrą vadiname *atvirkščiosios lygybės centru*.

Kristalų sienelių padėčiai erdvėje nusakyti paprastai naudojama 3-jų arba 4-ių, einančių iš taško O ir gulinčių skirtingose plokštumose, ašių sistema (254 pav.). Kampai tarp ašių krypčių

α , β , γ ir mastelis nėra esminiai dydžiai, tačiau juos turime žinoti. Kristalo sienelės sistemos ašyse atkerta atkarpos a , b , c .



254 pav.

Aprašydami kristalo formą, paprastai nusakome tik sienelių pakrypimus erdvėje, bet ne jų dydį; taigi turi svarbą tik atkarpų a , b , c ilgių santykiniai ilgiai. Norint išvengti kristalų žymėjimo simbolikos nevienodumo,

sienelėms žymėti nudojami Milerio indeksai h_1, h_2, h_3 ; jų atvirkščių reikšmių santykis $\frac{1}{h_1} : \frac{1}{h_2} : \frac{1}{h_3} = a : b : c$. Kristalų tyrimai parodė, jog visada galima parinkti tokią ašių sistemą, kad sienelių atkirstų ašyse atkarpų ilgių santykį galima būtų išreikšti mažų sveikų skaičių santykiu. Tada ir Milerio indeksai bus maži sveiki skaičiai.

Pagal tai, kokias ašių sistemas naudoja kristalų sienelių padėčiai erdvėje nusakyti, kristalai suskirstomi į 7 kristalografines sistemas. Pažymėkime kampus tarp sistemos kristalografinių ašių, arba ašinius kampus, α, β, γ ir kristalo sienelių atkirstų atkarpų ilgius tam tikrame pasirinktame mastelyje, arba ašinius vienetų, a, b, c , tada atskirų kristalografinių sistemų parametrai bus tokie:

1) kubinė sistema: $\alpha = \beta = \gamma = \pi/2$; $a = b \neq c$; sistema pasižymi didžiausia simetrija;

2) tetragonalinė sistema: $\alpha = \beta = \gamma = \pi/2$; $a = b \neq c$; sistemos požymis yra c/a ;

3) rombinė sistema: $\alpha = \beta = \gamma = \pi/2$; $a \neq b \neq c$; sistemos požymis yra c/a ir b/a ;

4) triklininė sistema: $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq \pi/2$; $a \neq b \neq c$; sistemos požymiai yra $\alpha, \beta, \gamma, c/a$ ir b/c ;

5) monoklininė sistema: $\alpha = \gamma = \frac{\pi}{2}$; $\beta \neq \frac{\pi}{2}$ ir $a \neq b \neq c$; jos požymiai yra α, β ir c/a ;

6) trigonalinė (arba romboedrinė) sistema: $\alpha = \beta = \gamma \neq \frac{\pi}{2}$ ir $a = b = c$; jos požymis yra α ;

7) heksagonalinė sistema; šioje sistemoje paprastai imame ir 4-tą papildomą ašį, gulinčią (a, b) plokštumoje ir sudarančią su a ir b kampus $\frac{2}{3}\pi$; šiuo būdu išryškinama simetrija c ašies atžvilgiu. Kristalų sienelės turi 4 indeksus. Šios sistemos $\alpha = \beta = \frac{\pi}{2}$; $\gamma = \frac{2}{3}\pi$; $a = b \neq c$; jos požymis c/a .

Bendriausioji ašių sistema yra triklininės sistemos; iš jos gauname visas kitas sistemas, kaip jos atskirus atvejus. Iš ašių sistemos daugiau arba mažiau išryškėja ir kristalų simetrija. Jei, pvz., kubinės sistemos ašys yra visiškai lygiavertės simetrijos atžvilgiu, tai tetragonalinėje sistemoje jau jos skiriasi.

Dėl ypatingos padėties tetragonalinėje sistemoje 4-tos, trigonalinėje ir heksagonalinėje 3-os (arba atitinkamai 6-tos) ei-

lės ašys laikomos *pagrindinėmis ašimis*, o statmena joms plokštuma — *bazine*.

Kristalai, turintieji tokius pat simetrijos elementus, sudaro vieną atskirą simetrijos klasę. Iš viso turime 32 simetrijos klases, į kurias telpa visi tiek natūralūs, tiek ir laboratorijose išauginti kristalai. Pagal kristalografines sistemas simetrijos klasės pasiskirsto taip: kubinėje ir heksagonalinėje turime po 5, trigonalinėje ir tetragonalinėje — po 7, rombinėje ir monoklininėje — po 3 ir triklininėje — 2 simetrijos klases.

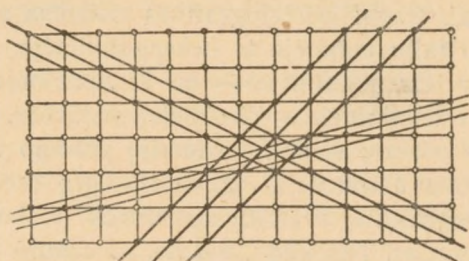
Geometrinę kristalų struktūros teoriją pradėjo vystyti Bravė, Šenflis; Fedorovo darbuose ji įgavo išbaigtą formą. Lauės ir Bregų rentgenografiniai kristalų struktūros tyrimai patvirtino tos teorijos teiginius. Tuo būdu, šie fizikai sukūrė tai teorijai fizikinį pagrindą.

Sveikų, mažų skaičių santykių dėsningumas nurodo, kad kristale sudedamosios dalelės (jonai, atomai, molekulės arba jų grupės) yra išsidėsčiusios tvarkingai, kad vidinėje kristalų struktūroje pasireiškia tam tikri pastovūs nuotoliai, taigi periodinis kartojimasis. Tai leidžia kristalą padalyti į elementarinius narvelius. Kiekvienam tokiam narveliui priklauso 1 sudedamoji dalelė (atomas). Primenančios 3 kristalografines ašis kristalo briaunos nurodo 3 *poslinkių (transliacijų) kryptis*: iš bet kurio atomo tomis kryptimis slinkdami, galime pasiekti visus gardelės atomus. Tie trys poslinkiai (bei jų absoliutinės reikšmės) apibūdina (*poslinkio*) *gardelę*.

Paprasčiausias gardelės tipas — *tiesinė*, arba *vienmatė*, gardelė: atomų eilė tiesėje. Iš tiesinių gardelių susidaro *plokštuminės*, arba *dvimatės*, gardelės. Susiklosčiusios tam tikra tvarka plokštuminės gardelės sudaro *erdvinę*, arba *trimatę*, gardelę.

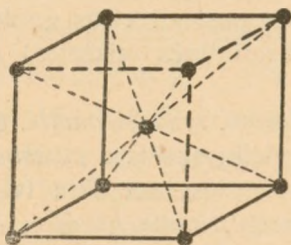
Kiekvieną plokštuminę gardelę galime įvairiais būdais išskaidyti į be galo didelį skaičių tiesinių gardelių, sujungdami bet kuriuos du gardelės atomus tiesę. Šioje tiesėje atomai bus vienodai nutolę vienas nuo kito. Tiesinę gardelę, panašiai kaip ir kristalo sieneles, pažymime indeksais. 255 pav. matome, kad toliau esančiose viena nuo kitos, bet mažesnių indeksų, tiesinėse gardelėse atomai yra arčiau vienas prie kito, taigi jie tankiau užpildo gardelę. Nuotolis tarp didesnių indeksų tiesinių gardelių yra mažesnis, bet jos rečiau užpildytos atomų. Kadangi ryšio jėgos tarp arčiau esančių atomų yra stipresnės, tai fizikiniu atžvilgiu mažų indeksų vienmatės gardelės vaidina svarbesnį

vaidmenį, kaip didelių indeksų gardelės. Tą patį reikia pasakyti ir apie kristalografinių plokštumų šeimas, kuriomis galime suskaidyti erdvinę gardelę. Todėl suprantama, kad iš be galo didelio skaičiaus gardelės kristalografinių plokštumų tik mažų indeksų plokštumos esti kristalo sienelėmis.

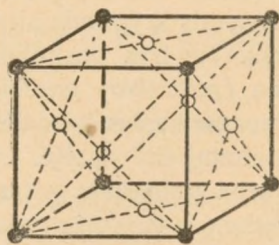


255 pav.

Kristalų struktūrą aiškinant, dažniausiai ašių kryptis laikoma ir poslinkio linija. Bet kartais, parinkdami nesutampančias su kristalografinėmis ašimis poslinkio kryptis, gauname didesnės simetrijos kristalus. Pvz., kubinės simetrijos gardelę gauname ir tada, kai poslinkio kryptimi parenkame ne kubo briaunas, bet jo erdvinės diagonalės pusę; tada turėsime *kubinę vidaus centruotą* gardelę (256 pav.). Pasirinkus poslinkio kryptimi



256 pav.



257 pav.

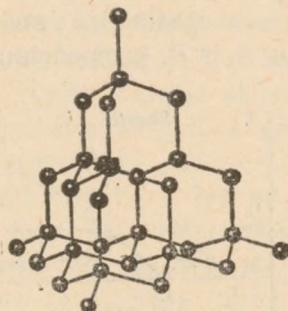
kubo briaunas, pastaroji gardelė nebebus poslinkio gardelė, bet sudėta iš dviejų, kurių viena užima kubo kertes, antra kubo centrus. O jei poslinkio kryptim pasirinkime jo paviršių įstrižainę ($\frac{1}{2}$ įstrižainės), gausime *kubinę paviršiaus centruotą* gardelę (257 pav.). Pasirinkę bet kurią atomą pradiniu, taip slinkdami galime iš eilės pasiekti visus gardelės atomus. Paėmę poslinkio kryptimi kubo briaunas (kubines ašis), šią gardelę nebegalime laikyti tokio poslinkio gardelė, bet 4-iomis viena į kitą įstatytomis kubinėmis gardelėmis.

Atsižvelgiant į jų savybes, kietieji kūnai yra skirstomi į tokias 5 grupes: *metalai, joniniai kristalai, valentiniai kristalai, puslaidininkiai ir molekuliniai kristalai.*

✓ 1. **Metalai.** Metalų grupė paprastai suskirstoma į 3 pogrupes: *paprastųjų, pereinamųjų metalų ir metalų lydinių.*

Metalai kristalizuojasi kubinėje ir heksagonalinėje kristalografinėje sistemoje; šalia paprastų tos sistemos formų dažnai pasitaiko ir sudėtingesnės formos: paviršiaus ir tūrio centruota kubinė ir heksagonalinė suglaudinta, sudėtinga deimanto tipo gardelė (258 pav.).

Kai kurie cheminiai elementai, pvz., anglis, deguonis, siera, alavas ir kt., gali laisvame būvyje egzistuoti keliomis atmainomis. Skirtingų atmainų cheminio elemento fizikinės ir mechaninės savybės yra nevienodos. Šią cheminių elementų savybę vadiname alotropija.



258 pav.

Ypatingai turtinga alotropinėmis atmainomis siera: turime 2 kristalines (rombinę ir prizminę) ir keletą amorfinių atmainų; anglis gali būti 3 atmainose: paprastoji anglis, grafitas ir deimantas; deguonis — 2 atmainose: deguonis ir ozonas ir t. t.

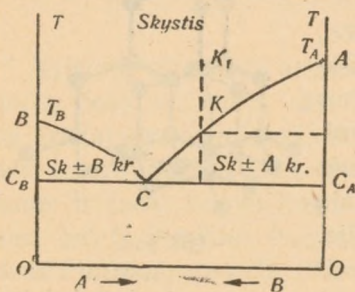
Kai kurie metalai taip pat pasižymi alotropija. Skirtingose alotropinėse atmainose metalas kristalizuojasi nevienodomis gardelėmis. Daugiau alotropinių kristalinių formų turi pereinamieji metalai; pvz., alavas (Sn) turi 2 alotropines formas: žemose temperatūrose pilkasis (α) ir aukštose — baltasis (β); virtimo temperatūra 18°C ; geležis (Fe) turi 3 formas: α , β ir γ ; α (egzistuoja $0\text{--}1179^{\circ}\text{K}$ temperatūrų srityje) ir γ ($1674\text{--}1803^{\circ}\text{K}$) turi tūrio centruotą, o β ($1179\text{--}1674^{\circ}\text{K}$) — paviršiaus centruotą kubinę gardelę. Paprastieji metalai, pvz., magnis, cizis ir kt., tik dideliuose slėgimuose pasižymi alotropija.

Metalai yra geri šilumos ir elektros laidininkai. Sudėtingesnės struktūros metalų laidumas mažėja. Kai kurie metalai, pvz., Zn, Hg, Ga, Sn, Cd ir kt., pasižymi superlaidumu: artimose absoliutiniam nuliui temperatūrose jų elektrinė varža pasidaro labai maža, praktiškai nebeišmatuojama.

✓ 2. **Metallų lydiniai.** Du ir daugiau metallų gali sudaryti metallinių savybių vienalytį arba nevienalytį mišinį arba kietą tirpalą. Juos vadiname metallų lydiniais. Daugelis techninių lydinų nėra vienalyčiai.

Metallų lydinų savybes, apskritai, nusako jų lydymosi, arba būvio, diagrama, kuri yra pagrįsta Raulio dėsniais (§ 101). Joje grafiškai pavaizduojama lydinų lydymosi bei kristalizacijos temperatūros priklausomybė nuo lydinio sudėties. Taigi iš šių temperatūrų galime spręsti apie lydinų sudėtį; tuo ir remiasi lydinų fizikinė-cheminė analizė.

Susipažinkime smulkiau su binarinių, t. y. sudarytų iš dviejų, A ir B , komponentų, sistemų lydymosi diagrama (259 pav.).



259 pav.

koncentracijai, pavaizduoja $T_B C$, o didėjant komponento B koncentracijai — kreivė $T_A C$. Šios lydinio lydymosi kreivės kryžiuojasi vadinamame *eutektikos taške* C . Lydymosi diagrama pasiskirsto į tokias sritis: $TT_B C T_A T$ — vienalyčio skysto lydinio A ir B ; $T_B C C_B C$ — kristalų B ir skysto lydinio A ir B ; $T_A C C_A$ — kristalų A ir skysto lydinio A ir B ir $OC_B CC_A O$ — eutektikos sritį: pastaroje srityje turime *eutektiką* — abiejų komponentų smulkių kristalėlių masę, bet kristalėliai sumaišyti ir tvirtai suaugę. Eutektikos temperatūra T_C yra žemiausia komponentų A ir B mišinio lydymosi temperatūra. Nors eutektikoje atskiri kristalėliai yra iš grynos komponentų medžiagos, bet dėl jų glaudaus savitarpio veikimo lydymosi temperatūra pasidaro žemesnė už gryno komponento kristalų lydymosi temperatūrą. Eutektikoje turime tam tikras komponentų A ir B koncentracijas, atitinkančias tašką C .

Imkime lydinį, pagal sudėtį atitinkantį diagramoje tašką K_1 . Lydinyje turėsime komponento A perteklių, palyginus su jų san-

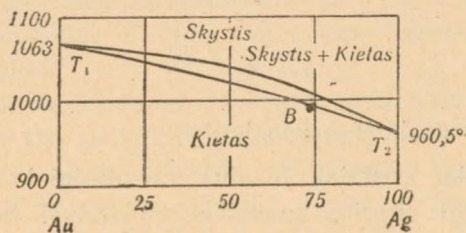
Gulsčioje ašyje atidėta komponentų koncentracija: A (Bi) koncentracija, einant iš kairės į dešinę, o B (Sn) iš dešinės į kairę didėja nuo 0% iki 100%; stačioje — lydymosi temperatūra. Gryno A lydymosi temperatūra yra T_A , o gryno B — T_B . Lydinio lydymosi temperatūra krinta, vieno komponento koncentracijai antrame didėjant. Jos kitimą, didėjant komponento A

tykiu eutektikoje. Pereinant iš taško K_1 į K , iš lydinio iškrinta kristalai A , lydinyje A kiekis mažėja ir lydinys priartėja prie eutektikos. Kristalizacijos temperatūra krinta, taškas K slenka kreive AC iki C . Pasiekus tašką C , iškrinta eutektika; stambūs kristalai A įsiterpia eutektinėje masėje. Tokią eutektiką šildant, iš pradžių susilydo eutektika, o jau vėliau kristalai A . Esant kurio komponento pertekliui, kristalizacija ir lydymasis vyksta kai kuriame temperatūrų tarpe; ir tik eutektika arba tik vieno gryno komponento kristalai kristalizuojasi ir lydosi tam tikroje temperatūroje.

Kai kurios medžiagos gali susimaišyti bet kuriuo santykiu, sudarydamos skystame ir kietame būvyje vienalytę fazę. Tokios medžiagos sudaro *kietą tirpalą*. Šios rūšies lydiniai skirstomi į dvi grupes: *pakaitos* ir *įterpimo lydiniai*. Pirmosios grupės lydiniuose sudarantieji juos metalų atomai yra gardelės mazguose; abiejų metalų atomai pasiskirsto statistiškai lydinio gardelėje. Pakaitos lydiniai susidaro tik tada, kai sudedamųjų dalių atomų radiusai yra beveik vienodi. Atomų radiusus lydinyje susekame iš užimamo šių atomų (arba jonų) tūrio junginyje. Vienatomių metalų atomų radiusas yra lygus pusei atstumo tarp artimiausių kaimynų centrų.

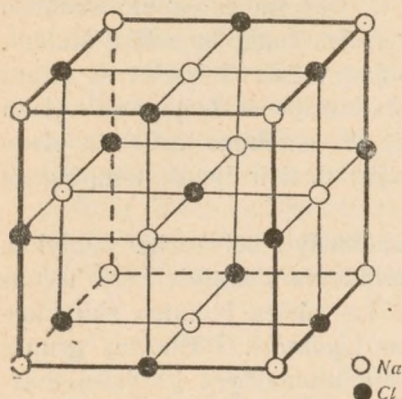
Kietuose įterpimo lydiniuose ištirpinto metalo atomai yra tirpiklio gardelės tarpmazgiuose. Prie šios grupės lydinių priklauso nedidelio anglies kiekio plienai. Anglies atomai yra geležies kubinės tūrio centruotos gardelės sienelių centruose. Įterpimo lydiniuose įterptų atomų radiusas yra žymiai mažesnis už pagrindinės gardelės atomų radiusus.

Dvinarių pakaitos lydinių būdingas pavyzdys gali būti aukso ir sidabro lydinys. Šie du metalai sudaro kietąjį tirpalą bet kurios koncentracijos, nes abu metalai turi tokią pat paviršiaus centruotą kubinę gardelę, o jų atomų radiusai beveik (2% tikslumu) lygūs. 260 pav. pavaizduota šio lydinio lydymosi diagrama.



260 pav.

Sidabro koncentracija lydinyje didėja iš kairės į dešinę, aukso — atvirkščiai. Gryno aukso lydymosi temperatūra $T_1=1063^\circ\text{C}$, o sidabro — $T_2=960,5^\circ\text{C}$; lydinio lydymosi temperatūros priklausomybę nuo koncentracijos vaizduoja kreivė T_1AT_2 , o kristalizacijos temperatūros — T_1BT_2 . Diagramos srityje $T_1AT_2BT_1$ turime skystą lydinį ir grynų Au ir Ag kristalus.



261 pav.

3. Joniniai kristalai. Susijungiant stipriems elektroteigiamiesiems metalams su stipriais elektroneigiamais cheminiais elementais, pvz., haloidais, deguonių, siera ir kt., susidaro druskos, kurios yra *idealūs joniniai kristalai*. Būdingas idealių

joninių kristalų pavyzdys yra NaCl kristalas, sudarytas iš teigiamų natrio (Na^+) ir neigiamų chloro (Cl^-) jonų (261 pav.). Daugumos joninių kristalų gardelė yra taip pat kubinė NaCl tipo, nors kai kurie junginiai turi sudėtingesnes gardeles. Bet visų joninių kristalų gardelių požymis yra toks: sukeitus vietomis teigiamus jonus su neigiamais, gardelė nepakinta. Antra įdomi joninių gardelių savybė yra ši: tarpatominis nuotolis yra lygus sudedamųjų jonų radiusų sumai. Taigi joninį kristalą galime įsivaizduoti kaip sudėtą iš esančių sąlytyje kietų sferų (262 pav.). Joninių kristalų elektrinis laidumas σ yra nežymus paprastose temperatūrose ir didėja, temperatūrai kylant; jis išreiškiamas taip:



262 pav.

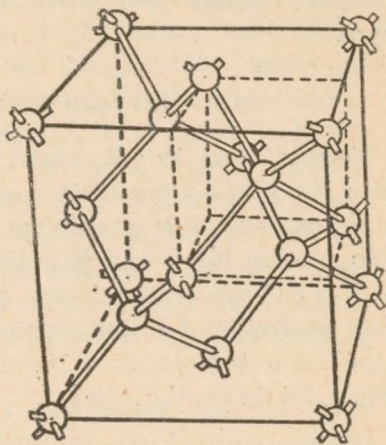
$$\sigma = Ae^{-\frac{\alpha}{T}},$$

kur A ir α yra praktiškai konstantos.

✓ **4. Valentiniai kristalai.** Idealūs valentiniai kristalai yra labai kietos, taigi stiprios sankabos, elektriškai nelaidžios medžiagos. Būdingas valentinių kristalų pavyzdys yra deimantas.

Jo gardelė pavaizduota 263 pav. Rutulėliai vaizduoja anglies atomus. Deimanto gardelė pasižymi tuo, kad kiekvienas jos atomas turi 4 artimiausius kaimynus ir surištas su jais ryšiais, atitinkančiais 4-valentės anglies valentingumą. Todėl šios grupės kristalų ryšį vadiname *valentiniu*.

Daugelio medžiagų, pvz., Si, Ge, pilkojo Sn ir kt., kristaluose ryšys yra valentinio pobūdžio; šios medžiagos užima tarpinę vietą tarp valentinio ir kitokio ryšio kristalų. Nors jų gardelė yra deimantinė, bet medžiagos pasižymi palyginti dideliu elektriniu laidumu. Todėl Si ir Ge galima priskirti prie puslaidininkių. Antra vertus, kai kurie metalai, pvz., Sb, Bi, As ir kt., turi būdingą valentiniam kristalams struktūrą, taigi juos galima priskirti ir prie valentinių kristalų.



263 pav.

5. **Puslaidininkiai.** Daugumos puslaidininkių grupės medžiagų kristalai yra joniniai. Puslaidininkiai turi nedidelį elektroninį laidumą paprastose temperatūrose; bet temperatūrai kylant jų laidumas smarkiai auga ir kinta pagal dėsnį

$$\sigma = Ae^{-\frac{E}{2kT}},$$

čia A ir E praktiškai yra pastovūs, $A \approx 1 \Omega^{-1}\text{cm}^{-1}$, o $E \approx 0,06 \div 0,6 \text{ eV}$.

Jų elektrinis laidumas priklauso nuo medžiagos grynumo, pavyzdžių paruošimo ir dujų rūšies bei slėgimo, esančio pavyzdžio aplinkoje.

6. **Molekuliniai kristalai.** Molekulinių kristalų molekulių savitarpis ryšys yra palyginti gana silpnas. Todėl jų savybės iš esmės sąlygoja vidinę molekulių struktūrą ir ryšys tarp atomų molekulėje, bet ne ryšys molekulių gardelėje. Būdingi tos grupės kristalų pavyzdžiai gali būti turintys žemą virimo tempera-

tūrą ir mažą sublimacijos šilumą organinių junginių kristalai. Šios grupės medžiagos kristalizuojasi arba paviršiaus centruotais kubais (pvz., He, Ne, Ar ir kt.), arba suglaudintomis heksagonalinės sistemos prizmėmis (pvz., H₂, O₂ ir kt.). Apskritai, molekuliniai kristalai yra mažai patvarūs ir greitai suyra.

§ 107. KIETŲJŲ KŪNŲ RYSIO ENERGIJA

Temperatūrai kylant, kūnai plečiasi, didina savo tūrį. Tyrimas rodo, kad kūnų tūrio pasikeitimas yra proporcingas temperatūros kitimui ir pradiniam kūno tūriui. Pažymėkime kieto kūno pradinį tūrį V_0 , o jį pašildžius $t^{\circ}\text{C}$ — V ; tūrio pakitimas $V - V_0 = \Delta V$ yra proporcingas pradiniam tūriui V_0 ir temperatūros pasikeitimui t . Jei proporcingumo koeficientą, kurį vadiname *kūno kubinio, arba tūrio, plėtimosi koeficientu*, pažymėsime γ , tai $\Delta V = \gamma V_0 t$ arba

$$V = V_0(1 + \gamma t); \quad (107,1)$$

iš čia

$$\gamma = \frac{\Delta V}{V_0 t}. \quad (107,2)$$

Kūnų tūrio plėtimosi koeficientas apytiksliai yra lygus trigubam kūnų tiesiniam plėtimosi koeficientui α ; $\gamma \approx 3\alpha$.

Tikslesni matavimai parodė, kad kūnų plėtimasis priklauso, nors ir nežymiai, ir nuo kūno pradinės temperatūros, taigi, kad plėtimosi koeficientas nėra griežta konstanta. Todėl, nurodant medžiagų plėtimosi koeficientus, paprastai nurodoma, kokiam temperatūrų tarpe arba kokiai pradinei temperatūrai esant atlikti matavimai.

Kūnų tūrį galime pakeisti juos iš visų pusių suslėgdami arba ištempdami. Šiuo atveju kūno tūrio pakitimas ΔV yra proporcingas pradiniam kūno tūriui V_0 ir slėgimui arba tempimui p ; pažymėję proporcingumo, šiuo atveju jį vadiname spūdumo, koeficientą κ , turėsime:

$$\Delta V = -\kappa V_0 p, \\ \kappa = -\frac{\Delta V}{V_0 p}. \quad (107,3)$$

Norėdami kietų kūnų turį pakeisti, turime juos stipriai slėgti arba tempti, taigi pavartoti nemažą įtempimą.

Šie reiškiniai parodo, kad kietame kūne (kristale) tarp atomų arba jonų veikia sankabos jėgos, kurios palaiko juos tam tikrose pusiausvyros vietose. Šiame normaliaame būvyje kūno energija yra mažiausia, jis yra pastovioje pusiausvyroje. Norėdami pakeisti nuotolį tarp atomų arba jonų kristale, turime atlikti darbą; išplečiant kūną tenka nugalėti traukos jėgas, o suslegiant — atsistūmimo jėgas, veikiančias tarp sudedamųjų dalelių. Abiem atvejais kūno energija padidėja, kūnas atsiduria nepastovioje pusiausvyroje. Pašalinus išorinį įtempimą, kūnas vėl grįžta į pastovios pusiausvyros būvį, atiduodamas suteiktą jam energiją, jį deformuojant. Ir tik veikiant labai dideliems įtempimams, kada toli peržengiama elastingumo riba, kūno sudedamosios dalelės persitvarko, pereidamos nebegrįžtamai į naują pusiausvyrą būvį.

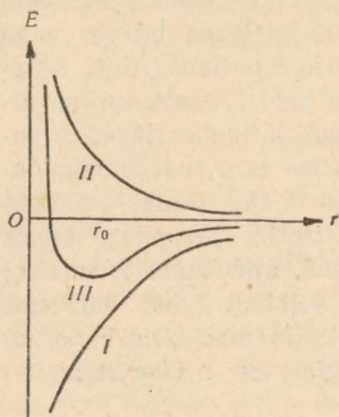
Taigi tarp kieto kūno (kristalo) sudedamųjų dalelių veikia ryšio jėgos, kurias reikia nugalėti, norint atpalaiduoti daleles iš to ryšio. Kristalo gardelei sudaryti reikalingą energiją vadiname *ryšio energija*. Eksperimentiškai ją susekame, išmatavę kietų kūnų sublimacijos šilumą, kurią suteikus 1 molis medžiagos disocijuoja į laisvus atomus. Įvairių medžiagų ryšio energija yra skirtinga. Didžiausia ryšio energija pasižymi valentiniai (deimantas, SiC ir kt.), mažiausia — molekuliniai kristalai. Ryšio jėgos kristaluose yra įvairios kilmės; pagal jas ir skirstome kristalus (ir medžiagas) į valentinius, joninius, molekulinis, nors praveisti griežtą ribą tarp jų neįmanoma.

Susipažinkime plačiau su joninių kristalų ryšio energija. Svarbiausiomis šių kristalų ryšio jėgomis yra elektrostatinės (Kulono) jėgos, veikiančios tarp teigiamų ir neigiamų jonų. Šias jėgas atsveria atsistūmimo jėgos, palaikančios jonus tam tikruose nuotoliuose vienas nuo kito. Pastarosios priklauso nuo nuotolio tarp jonų ir vyrauja, kai jis pasidaro mažesnis už normalųjį nuotolį, esant sistemai pastovioje pusiausvyroje.

Iš elektrostatikos žinome, kad dviejų rutulinių, nepersidengiančių elektrinių krūvių e_1 ir e_2 sąveikos energija taip išreiškiama:

$$-\frac{e_1 e_2}{r_{12}}. \quad (107,4)$$

264 pav. I kreivė pavaizduoja grafiškai jos kitimą, keičiant nuotolį r_{12} ; esant $r_{12} = \infty$, sąveikos energija laikoma lygi nuliui. Kai sąveikuoja n teigiamų su tiek pat neigiamų elektrinių krūvių, tai jų sąveikos energija



264 pav.

$$E_e = - \sum_{ij} \frac{e_i e_j}{r_{ij}}, \quad (107,5)$$

kur sudedama visų krūvių dvejetų sąveikos energija, išvengiant tų pačių dvejetų pasikartojimo.

Dviatomių kristalų, pvz., NaCl, 1 molio elektrostatinės sąveikos energija E_e taip išreiškiama:

$$E_e = - N \cdot A_1 \frac{e^+ \cdot e^-}{l}, \quad (107,6)$$

čia l yra būdingas kristalinei gardo dydis, pvz., elementarinio kubo briaunos ilgis; N — Lošmito skaičius, A_1 — Madelungo koeficientas, būdingas kristalografinei struktūrai. Jo skaitinė reikšmė priklauso nuo parametro l pobūdžio ir pasirinktųjų vienetų. Bet iš formulės (107,6) išskaičiuotos energijos reikšmės skiriasi nuo išmatuotų apie 10%; NaCl kristalo E_e lygi 205 kcal/mol, CsCl — 164 kcal/mol; o išmatavus rasta atitinkamai 182,8 kcal/mol ir 155,1 kcal/mol. Šių energijų skirtumą sąlygoja atsistūmimo jėgos.

Kol jonai yra toli nuo vienas kito ir «nesiliečia», atsistūmimo jėgos yra labai mažos. Bet «palietus» jonams vienas kitą, jos didėja labai staigiai, staigiau už elektrostatinės. Atsistūmimo jėgų sąlygota energija E_a taip išreiškiama:

$$E_a = \frac{b}{r^n}, \quad (107,7)$$

čia b ir n yra pastovūs dydžiai, r — nuotolis tarp skirtingos rūšies jonų. Išskaičiuota iš eksperimentinių (suslėgimo koeficiento κ) duomenų n reikšmė yra apytikriai lygi 9. Imant dėmesin tik artimiausių jonų sąveiką, atstūmimo jėga bus centrinė ir nusakoma dėsnio $1/r^{n+1}$. Jonų sąveikos energijos kitimą, keičiantis nuotoliui, pavaizduoja 264 pav. II kreivė; ji yra stai-

gesnė už I. Visos energijos $E = E_a + E_e$ priklausomybę nuo nuotolio tarp jonų vaizduoja III (atstojamoji) kreivė; ji rodo, kad, esant tarp jonų tam tikram nuotoliui r_0 , jų energija yra mažiausia, taigi sistema yra stabiliausia. Artinant arba tolinant jonus, energija didėja; esant r be galo dideliame, jų energija lygi nuliui: jonai disocijuoja ir pasidaro laisvi.

Kvantinėje mechanikoje įrodoma, kad atsistūmimo jėgų sąlygotas energijos reiškinys (107,7) gerai tinka tik esant r mažiems. Siekiant tiksliau išreikšti atsistūmimo jėgų dėsninę sąlygą,

formulė (107,7) buvo pakeista reiškinio $E(r) = ae^{-\frac{r}{\rho}}$, kur a ir ρ yra konstantos, e — natūrinio logaritmo pagrindas; be to, buvo pridėtas naujas traukos, arba Van-der-Valso jėgų (kitaip dar dipolio-dipolio sąveikos) sąlygotą energiją išreiškiantis narys. Kieta ir skysta inertinių dujų fazė rodo, kad tarp jų atomų veikia nors ir silpna, bet baigtinė traukos jėga. Van-der-Valso traukos jėgų sąlygota energija yra proporcinga $\frac{1}{r^6}$. Reikia pastebėti, kad Van-der-Valso jėgų energijos reiškinys yra energiją išreiškiančios begalinės eilutės pirmasis narys. Antrasis tos eilutės narys proporcingas $\frac{1}{r^8}$, išreiškia atomų vadinamosios dipolio-kvadrupolio, o tolimesnis iš eilės, proporcingas $1/r^{10}$ — kvadrupolio-kvadrupolio sąveikos energiją, o dar tolimesni, apskritai, atomų daugiapolių sąveikos energiją. Pagaliau pagal kvantinę mechaniką bet kurio dažnumo ν osciliatoriaus energija absoliutinio nulio temperatūroje yra lygi $\frac{h\nu}{2}$; čia h yra veikimo kvantas. Ją vadiname *nuline energija*.

Lentelėje surašytos energijos dalys, iš kurių susideda visa kristalo energija.

10 l e n t e l ė. Joninės gardelės ryšio energija (kcal/mol)

	Kulono jėgų	Atsistū- mimo jėgų	Dipolio- dipolio sąveikos	Dipolio- kvadru- polio sąveikos	Nulinė	Visa	
						išskai- čiuota	išma- tuota
NaCl	204,3	—23,5	5,2	0,1	—1,7	184,4	182,8
KCl	183,2	—21,5	7,1	0,1	—1,4	167,5	164,4

§ 108. KIETŲJŲ KŪNŲ ŠILUMINIS TALPUMAS

Tyrimai parodė, kad kambario ir aukštesnėse temperatūrose daugumos kietųjų kūnų atominė, t. y. 1 gramatomo, šiluma yra apytikriai lygi 6 cal gramat⁻¹laip⁻¹. Ši dėsningumą išreiškia Diulongo ir Pti taisyklė, kuri tvirtina, kad kietųjų kūnų atominė šiluma yra lygi 6 cal gramat⁻¹laip⁻¹. Ši taisyklingumą galime paaiškinti, pritaikę ir kietiesiems kūnams energijos lygaus pasiskirstymo pagal laisvės laipsnius dėsnį.

Kietųjų kūnų rentgeninė struktūrinė analizė parodo, kad juose atomai yra pririšti prie tam tikrų simetrijos sąlygojamų vietų ir gali tik virpėti aplink jas, kaip aplink pusiausvyros vietas. Šie virpėjimai turi 3 laisvės laipsnius, nes juos galime išskaidyti į 3 viena nuo kitos nepriklausomas sudedamąsias. Vadinasi, kietųjų kūnų atomai turi $\frac{3}{2}kT$ kinetinės ir tiek pat potencialinės energijos. Taigi kūno 1 gramatomo vidinė energija

$$E = 3NkT = 3RT, \quad (108,1)$$

nes $Nk = R$, o jo 1 grammolekulės energija E_m , jei jo molekulė yra sudaryta iš n atomų, yra

$$E_m = 3NnkT. \quad (108,2)$$

Tada kūno atominė šiluma

$$C_V = \frac{dE}{dT} = 3R \approx 6 \text{ cal/gramat laip},$$

o molekulinė

$$C_V = \frac{dE_m}{dT} = 3nR \approx 6n \text{ cal/mol laip}.$$

Tai ir tvirtina Diulongo ir Pti taisyklė.

Bet kai kurių medžiagų, pvz., Be, C, Si ir kt., atominės šilumos jau kambario temperatūroje žymiai skiriasi nuo Diulongo ir Pti taisyklės numatytos reikšmės ir tik aukštose, pvz., C tik 1000°C, temperatūrose pasidaro lygios 6 cal gramat⁻¹laip⁻¹, o žemose temperatūrose Diulongo ir Pti taisyklė visiškai nebetinga. 265 pav. kreivės parodo, kaip NaCl (valgomosios druskos) atominė šiluma priklauso nuo temperatūros. Pagal klasiikinę šiluminio talpumo teoriją to neturėtų būti.

Norėdamos pašalinti pasireiškusį prieštaravimą tarp teorijos ir eksperimentinio tyrimo duomenų, Einšteinas laikė, kad kieto kūno virpančio atomo kiekvienam laisvės laipsniui priklauso ne kT , bet, kaip yra išvedęs Plankas,

$$\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1},$$

čia ν yra atomo virpėjimų dažnumas, h — veikimo kvantas, $h = 6,623 \cdot 10^{-27}$ erg s. Jei laikysime, kad visi kūno atomai virpa tuo pačiu dažnumu ν , tai 1 gramatomo energija

$$E = 3N \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (108,3)$$

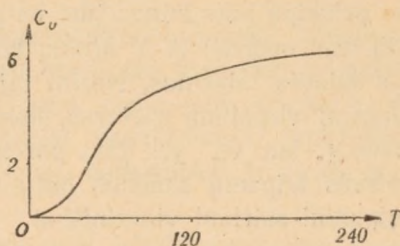
ir atominė šiluma

$$C_V = 3R \left(\frac{h\nu}{kT} \right)^2 \frac{e^{\frac{h\nu}{kT}}}{\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)^2} \quad (108,4)$$

arba trumpiau

$$C_V = 3R f\left(\frac{\Theta}{T}\right), \quad (108,5)$$

kur $\Theta = \frac{h\nu}{k}$. Funkcija $f\left(\frac{\Theta}{T}\right)$ nusako C_V priklausomybę nuo temperatūros. Aukštose temperatūrose $f\left(\frac{\Theta}{T}\right) = 1$ ir $C_V = 3R$; esant $T = 0$, $C_V = 0$. Bet išskaičiuotos iš formulės (108,5) C_V reikšmės žymiai skiriasi nuo išmatuotų, esant žemoms temperatūroms, reikšmių. Ne visi atomai virpa tuo pačiu dažnumu ν , bet, atomams sąveikojant, jų virpėjimų dažnumai sudaro ištisinį elastingų virpėjimų spektrą; virpėjimų dažnumai yra išreiškiami Furje eilute. Debajus teigia, kad atomų virpėjimus galime lyginti su sukeltais elastingoje medžiagoje virpėjimais. Bet kurį elastingą kūną jis laiko ištisiniu, neimdamas dėmesio jo kristalinės struktūros, kas, žinoma, yra pateisinama tik tada, kol virpėjimų bangų ilgiai yra dideli, palyginus su atominiais dydžiais. Elas-



265 pav.

tingame kūne yra sukeliama skersinė ir išilginė bangos, kurių greičiai priklauso nuo kūno mechaninių konstantų (tankio, sukamojo bei Jungo modulių). Elastinių kūnų virpėjimų dažnumų spektre dažnumai kinta nuo 0 iki ∞ . Pagal Relėjaus-Džinso principą toks kūnas turi be galo didelį laisvės laipsnių skaičių. Bet sudėtas iš N atomų kūnas tegali turėti daugiausia tik $3N$ laisvės laipsnius. Norint tai suderinti, sutrumpinamas elastingųjų virpėjimų spektras, imant tik spektro dalį tarp $\nu=0$ ir $\nu=\nu_m$, kur ν_m yra taip parenkamas, kad šio dažnumų tarpo laisvės laipsnių skaičius būtų lygus $3N$. Kiekvienam laisvės laipsniui skiriant vidutiniškai

$$\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

energiją, atominė šiluma

$$C_V = \frac{dE}{dT} = 3Ra \left(\frac{\Theta}{T} \right)^3, \quad (108,6)$$

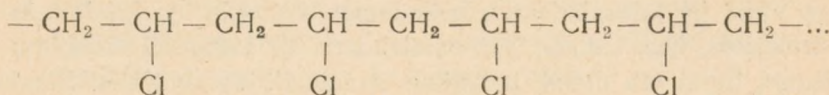
čia $a=77,94$; $\Theta = \frac{h\nu_m}{k}$. Pastaroji formulė išreiškia vadinamąjį *Debajaus trečiojo laipsnio dėsnį*, pagal kurį kieto kūno specifinė šiluma yra proporcinga absoliutinės temperatūros trečiajam laipsniui. Θ dydį galime surasti iš kūno elastingumo konstantų. Šis dėsnis visai gerai nusako kūnų specifinės šilumos priklausomybę nuo jo temperatūros.

Specifinės šilumos priklausomybę nuo temperatūros galutinai išaiškino tik kvantinė mechanika.

§ 109. STAMBIAMOLEKULINIAI JUNGINIAI

Kai kurių organinių medžiagų molekulės yra sudarytos iš simtų ir tūkstančių valentiniais ryšiais surištų atomų.

Tokias medžiagas vadiname *stambiamolekulinėmis medžiagomis*, arba *polimerais*. Stambiamolekulinių medžiagų molekulėse dažnai užtinkame daug kartų pasikartojančias grandis. Pvz., polivinilchlorido molekulės struktūra išreiškiama tokia struktūrine formule:



Taigi šios medžiagos molekulėje yra daug (iki 3000 ir daugiau) kartų pasikartojanti grandis — $\text{CH}_2\text{—CH}$; pasikartojimų skaičius



priklauso nuo medžiagos polimerizacijos laipsnio. Vienuose stambiamolekuliniuose junginiuose kartojasi vienodos grandys, pvz., polivinilchloride; šios medžiagos vadinamos stambiaipolimerinėmis medžiagomis; o kituose organiniuose junginiuose kartojasi skirtingos grandys, pvz., baltyminėse ir kitose medžiagose.

Stambiamolekulinės medžiagos yra labai paplitusios gamtoje. Natūralios stambiamolekulinės medžiagos yra baltymai, krakmolai, celiuliozė, glikogenas, natūralus kaučiukas ir kt.; jos labai svarbios ir gyvoje gamtoje.

XIX šimtmetyje buvo pagamintos dirbtinės stambiamolekulinės medžiagos. Jų susidarymo mechanizmą pirmieji išaiškino Butlerovas, Favorskis ir kt. Jie parodė, kad neprisotinti angliavandeniliai (butilenai, propilenai ir kt.), sieros rūgščiai veikiant, polimerizuojasi: susidaro tos pačios sudėties, kaip ir pradiniai (monomerai) angliavandeniliai, bet žymiai didesnio molekulinio svorio (polimerai). Pvz., izobutilenas (C_4H_8) sieros rūgšties įtakoje polimerizuojasi ir susidaro poliizobutilenų eilė:

$$n(\text{C}_4\text{H}_8) = (\text{C}_4\text{H}_8)_2 + (\text{C}_4\text{H}_8)_3 + (\text{C}_4\text{H}_8)_4 + \dots + (\text{C}_4\text{H}_8)_n.$$

Natūralias stambiamolekulines medžiagas pakeičia dirbtinės, arba sintetinės, medžiagos, pvz., sintetinis kaučiukas, smalos ir kt.

Stambiamolekulinių medžiagų molekulės yra arba tiesinės retėželio pavidalo, arba trimatės.

Labai svarbiu stambiamolekulinių junginių dydžiu yra jų molekulinis svoris. Pastarajam didėjant, paprastai didėja stambiamolekulinių junginių mechaninis atsparumas (sunkiai lūžta lankstant), jų elastingumas ir tirpumas mažėja, didėja jų tirpalų klampumas. Tiesinių molekulių junginiai daugumoje tirpsta organiniuose tirpikliuose, lydosi ir tempiasi, sudarydami siūlus ir plėveles; yra elastingi ir plastiniai. Tiesinių molekulių stambiamolekulinių junginių tirpaluose molekulės paprastai esti susisukusios į kamuolius. Priklausomai nuo tirpalo koncentracijos,

šiluminio judėjimo stiprumo, tirpiklio ir šoninių ryšių prigimčių, molekulės daugiau arba mažiau išsitiesia.

Trimačių molekulių stambiamolekuliniai junginiai netirpūs, nesilydo, yra trapūs, nėra plastiniai; jų elastingumas yra mažesnis.

Kietame būvyje paprastai molekulės išsidėsto be jokios tvarkos, sudarydamos stiklišką (amorfinę) masę. Esant molekulės grandinėje polinėms grupėms, o taip pat žemose temperatūrose bei mechaninių poveikių įtakoje, molekulės orientuojasi; tokių medžiagų rentgenogramose pastebime rentgeninių spindulių difrakciją.

Stambiamolekulinės medžiagos gaunamos arba iš gamtoje turimų medžiagų, išvalant jas nuo smulkiamolekulinį priemaišų, arba dirbtiniu būdu, sintetinant smulkiamolekulinės medžiagas (monomerus). Atsižvelgiant į sintetinamų medžiagų savybes, sintezė vykdoma dvejopu keliu: polimerizuojant arba polikondensuojant tas medžiagas. Pirmuoju būdu gaminant stambiamolekulinės medžiagas, paprastai imami polimerizacijai dviejų arba trijų ryšių neprisotinti junginiai arba žiediniai junginiai su atidaromais žiediniais ryšiais. Dažnai polimerizuojamas dviejų arba trijų įvairių monomerų mišinys. Polikondensacijos atveju pradinėmis medžiagomis parenkami polifunkciniai junginiai su įvairiomis, galinčiomis reaguoti tarp savęs grupėmis.

Stambiamolekulinės medžiagos labai plačiai pritaikomos įvairiose gamybos šakose. Šių medžiagų molekulės yra ilgos ir jas galima sudaryti iš įvairių grandžių. Todėl lengva gauti labai įvairių savybių stambiamolekulinės medžiagas. Vienos, pvz., kaučiukas, yra labai elastingas, antros — kietos ir lengvos, trečios — geri elektros izoliatoriai, pvz., polistirolis, polietilenas, fenolfomaldehidinės smalos ir kt. Dauguma jų atsparios cheminiam veikimui, pvz., polietilenas, polivinilchloridas ir kt.; jų neveikia ir stiprios azoto bei sieros rūgštys. Stambiamolekulinį medžiagų gaminiai yra lengvi ir stiprūs, daugelyje atvejų pakeičia spalvotus metalus. Kai kurios stambiamolekulinės medžiagos sudaro stiprias plėveles, naudojamas gaminti apsiaustams nuo lietaus, vyniojamai medžiagai, maišiukams ir t. t.

Naudojamą tekstilinėje pramonėje natūralų pluoštą — vilną, šilką, medvilnę, liną, kanapę ir kt., sudaro stambiamolekuliniai junginiai. Dabartiniu metu labai plačiai naudojami dirbtiniai pluoštai, pvz., gaminamas iš celiuliozės viskozinis ir sintetinis

pluoštas, kuris žymiai stipresnis už natūralųjį, puikiai plaunamas; tai kaproninės, neiloninės ir perloninės medžiagos.

Stambiamolekulinių junginių pritaikymas visą laiką plečiasi: iš jų gaminamos automobilių padangos ir kameros, kėbulai, šimtai įvairių techninių detalių staklėms, mašinoms, artilerijos pabūklams, lakai metalui ir medžiui (nitrolakai), organinės izoliacinės medžiagos ir kitos.

UŽDAVINIAI

Prie I skyriaus

1. Kokia lygtis nusakys, kad:
 - a) vektoriai A ir B yra lygiagretūs,
 - b) vektoriai A , B ir C guli vienoje plokštumoje.
2. Ką geometriškai reiškia $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.
3. Ką geometriškai reiškia $(A+B)(A-B)$, kai $A^2 = B^2$.
4. Išskaičiuokite kampą tarp dviejų krypčių, kurias nusako vienetiniai vektoriai

$$s_l = i \cos \alpha_l + j \cos \beta_l + k \cos \gamma_l \quad (l=1,2).$$

Prie II skyriaus

5. Rutulėlis rieda aukštyn nuožulnia lenta. Nutolusį nuo kelio pradžios $l=30$ cm tašką jis prabėga du kartus: praėjus laikui $t_1=1$ s ir $t_2=2$ s nuo judėjimo pradžios. Suraskite rutulėlio pradžios greitį ir jo greitėjimą, laikant pastarąjį pastoviu.
6. Du rutulėliai išmetami aukštyn iš to paties taško ir tokiu pat greičiu $v_0=24,5$ cm s⁻¹. Antrasis rutulėlis išmetamas vėliau, praėjus $\tau=0,5$ s. Suraskite:
 - a) kada rutulėliai susidurs ore, juos išmetus,
 - b) kas bus, jei $\tau \geq \frac{2v_0}{g}$.
7. Iš gaisrinės žarnos muša vandens srovė 32° kampu atžvilgiu gulsčiosios krypties. Srovė krinta $l=12$ m nuotolyje. Žarnos angos skerspjūvio plotas $S=1$ cm². Suraskite, kiek vandens išbėga per 1 minutę.

8. Užmautas ant gulsčios ašies radiuso $r=16$ cm rutulys rieda plokštuma $v_0=60$ cm s⁻¹ greičiu, skriedamas, aplink stačią ašį apskritimu, kurio radiusas $R=30$ cm. Suraskite rutulio visą kampinį greitį ir jo pasvirimą į gulsčiąją kryptį.

Prie III skyriaus

9. Ant stiklinės padėtas popieriaus lapas, o ant jo — pinigėlis. Traukiant lapą lėtai, pinigėlis nutraukiamas kartu su lapu, o traukiant staigiai, jis nukrinta į stiklinę. Kokiomis sąlygomis tai bus? (Tyrimas rodo, kad trintis tarp kietų kūnų nepriklauso nuo greičio.)

10. Važiuodama greičiu v autocisterna laisto gatvę. Automobilio variklio traukiamoji jėga yra lygi trinties jėgoms, taigi automobilio neveikia jokios išorinės jėgos. Tam tikru laiku bendra automobilio ir vandens masė yra lygi m , ištekančio per 1 s vandens masė — m_1 . Vandens srovės greitis automobilio atžvilgiu yra v_r . Įrodykite, kad šiuo atveju

$$m \frac{dv}{dt} - m_1 v_r = 0.$$

11. Veikiama svorio jėgos raketa be trinties kyla stačiai aukšty. Iš jos nuolatine srove veržiasi greičiu v_d raketos atžvilgiu sudegusios dujos. Ištekančių per 1 s dujų masė yra pastovi ir lygi m . Sudarykite judėjimo lygtį ir ją išskaičiuokite, laikydami, kad pradinis raketos greitis ant Žemės paviršiaus lygus nuliui. Kaip aukštai iškils raketa per $t=10$; 30; 50 s, jeigu m yra lygi $1/100$ daliai pradinės raketos masės m_0 , o $v_d=2000$ m/s.

12. Suraskite dvigubo koaksialinio vienalyčio cilindro masės centrą; vieno cilindro aukštis $h_1=10$ cm ir radiusas $r_1=5$ cm, o antrojo — $h_2=15$ cm ir $r_2=10$ cm.

13. Leisdamasis pakalnėn, kurios nuokalnis yra 0,05, automobilis važiuoja tolygiai 60 km/val greičiu, atjungus motoro trauką. Koks turi būti automobilio motoro galingumas, kad jis galėtų į tą prieškalnę važiuoti tuo pačiu greičiu. Automobilio masė $m=1,5$ t.

14. Du plieniniai rutuliai pakabinti ant siūlų taip, kad jiems liečiantis jų svorio centrai yra $h=1$ m žemiau jų pakabinimo taško. Jų masės yra lygios $m_1=200$ g ir $m_2=800$ g. Mažąjį nu-

kreipia į šalį tiek, kad siūlas nukrypsta kampu $\alpha=90^\circ$, ir paleidžia. Laikydami, kad rutuliai yra visai elastingi, suraskite:

a) kaip aukštai jie pakils susismogę,

b) kas įvyks, jei tiek nukreipsime didesnį rutulį?

15. Greitieji neutronai praeina net pro 50 cm storio švino sluoksni, o vienok 20 cm storio parafino sluoksni juos beveik visai sulaiko. Tai paaiškinama tuo, kad parafine neutronas, susismogdamas su beveik tokios pat masės ($m=1$) vandenilio atomu, pastarajam atiduoda beveik visą savo kinetinę energiją; tuo tarpu, susismogiant su švino atomais neutronų energija beveik nepakinta, kadangi švino atomų masė palyginti labai didelė ($M=206$). Išbrėžkite iš pradžių nejudamo masės M atomo gaunamos energijos, jam susismogus su neutronu, priklausomybės nuo M/m kreivę. Smūgiai laikomi centriniais.

Prie IV skyriaus

16. Išskaičiuokite varinio skritulio su dviem apskritom išpiovom inercijos momentą atžvilgiu ašies, einančios pro centrą ir statmenos jo plokštumai. Skritulio radiusas yra $R=5$ cm, o išpiovų — $r=2,5$ cm, jo storis $d=4$ mm; vario tankis $\rho=8,9$ g/cm³.

17. Gulsčias skritulys sukasi aplink statmeną ašį kampiniu greičiu ω_1 ; jo inercijos momentas yra lygus I_1 . Ant jo krinta antras gulsčias skritulys, besisukdamas kampiniu greičiu ω_2 , inercijos momento I_2 . Abu skrituliai sudaro vieną sistemą su centrais vienoje stačioje linijoje. Suraskite:

a) sistemos kampinį greitį,

b) kinetinės energijos pakitimą.

18. Suraskite, kokį gulsčią greitį reikia suteikti šoviniui, kad jis skriėtų aplink Žemę lygiagrečiai jos paviršiui, jei nebūtų oro atmosferos. Išskaičiuokite jo apybegio laiką.

19. Dviatomė molekulė, kurios masės m_1 ir m_2 atomai yra nutolę vienas nuo antro per l , lekia greičiu v sukdamosi erdvėje kampiniu greičiu ω . Išskaičiuokite jos energiją.

Prie V skyriaus

20. Išbrėžkite Žemės gravitacijos lauko stiprumo kitimo kreivę, tostant nuo Žemės centro iki 5 Žemės radiusų nuotolio. Žemė laikoma vienalyčiu rutuliu. Ką išreiškia kreivės ir absčių

ašies apribotas plotas? Kaip pasikeistų kreivė, jei atsižvelgtume į tai, kad Žemės tankis didėja, artėjant prie centro?

Prie VI skyriaus

21. Pakabintas ant siūlo masės m svarelis svyruoja, nukrypdamas kampu α į abi puses. Suraskite: a) siūlo įtempimą kraštinėse ir vidurinėje padėtyse, b) koks turi būti nukrypimo kampas α , kad įtempimas vidurinėje padėtyje būtų 2 kartus didesnis už svorelio svorį.

22. Skritulyje simetriškai jo vidurinei plokštumai (statmenai jo ašiai) išpiautas gilus griovelis. Jame ant (radiuso r) skritulio ašies užvyniota plona virvelė; viršutinis jos galas laikomas rankoje. Užvynioję virvelę, skritulį paleidžiame. Krisdamas žemyn, jis sukasi greičiau, kol išsivynioja visa virvelė. Tada skritulys vėl kyla aukštyn, jo sukimasis lėtėja; virvelė vėl užsivynioja ant ašies.

Suraskite virvelės įtempimą: a) skrituliui krintant žemyn ir b) kylant aukštyn.

23. Į vienodo skerspjūvio ploto S U pavidalo vamzdelį įpilta gyvsidabrio; jo stulpelio visas ilgis yra lygus l . Perpildami gyvsidabrio iš vienos vamzdelio šakos į antrą, sutrikdome jo pusiausvyrą; tada paliktas sau, jis svyruoja.

Išskaičiuokite svyravimo periodą T ; kokio ilgio matematinė svyruoklė turės tokį pat periodą (esant nedidelėms svyravimo amplitudėms).

24. Motociklistas, važiuodamas lygiu nepakeltu keliu greičiu $v_1=20$ km/val gali neslysdamas pasisukti radiuso $r_1=10$ m kreive. Kokių greičių v_2 jis turi važiuoti stačia radiuso $r_2=5$ m tokios pat medžiagos siena, kad galėtų apsisukti gulsčiu ratu nenukrisdamas.

Prie VII skyriaus

25. Plieninis tuščiaviduris velenas suka laivo sraigta, suteikdamas jam galingumą $P=2,4 \cdot 10^4$ kW. Veleno ilgis $l=62$ m, jo išorinis diametras $2R=0,625$ m, vidinis — $2r=0,48$ m; jo apsisukimų skaičius $\omega=3,45$ s⁻¹. Išskaičiuokite šlities kampą φ . Plieno šlities modulis $E=0,83 \cdot 10^6$ kG/cm² (kp/cm²).

26. Krovinėlis pakabintas ant guminio siūlelio, kurio neištemptas ilgis $l=80$ cm. Krovinėlį nukreipiame 90° , neištempdami siūlo, ir paleidžiame. Kai siūlelis praeina stačiąją kryptį, jo ilgis $l_1=100$ cm. Išskaičiuokite krovinėlio greitį tuo akimirksniu, laikydami, kad krovinėlio trajektorijos kreivumo radiusas, praeinant jam pusiausvyros padėtį, lygus siūlelio ilgiui.

Prie VIII skyriaus

27. Ant gulsčio stalo stovi indas, kurio stačiojoje sienelėje padaryta keletas angelių vienoje stačiojoje tiesėje. Pripylus indan vandens, iš angelių bėga vandens čiurkšlės. Įrodykite, kad:

- visos čiurkšlės krinta ant stalo vienodu greičiu,
- dvi čiurkšlės pasiekia stalą viename taške, jei vienos čiurkšlės angelės nuotolis nuo vandens paviršiaus yra lygus antros angelės nuotoliui nuo stalo,
- kur indo sienelėje reikia padaryti angelę, kad čiurkšlė muštų kuo toliausiai.

28. Išskaičiuokite žmogaus kritimo ore greitį v be parašiuoto ir su juo, laikydami, kad oro pasipriešinimo jėga F_1 yra proporcinga v^2 ; $F_1=kv^2$, kur k yra trinties koeficientas. Pirmuoju atveju $k=2$ g/cm, antruoju — 200 g/cm. Žmogaus svoris ore $F=70$ kG (kp).

29. Į indą su aliejumi paleidžiami kristi įvairaus diametro švininiai rutulėliai, kur jie krinta tolygiu greičiu. Išskaičiuokite:

- Reinoldso skaičiaus R reikšmę 0,1 mm diametro rutuliui. Laikome, kad aliejaus judėjimas, rutulėliui krintant, yra laminarinis; ar teisingas yra tas teiginys,
- kokio dydžio diametro rutulėliui krintant aliejaus laminarinis judėjimas pavirsta turbulentine. Rutulėliams krintant, aplinkos laminarinis judėjimas virsta turbulentine, kai $R \approx 0,5$.

Prie X skyriaus

30. Išbrėžkite Lisažu figūrą, kokią gauname sudėję du statmenų krypčių ir vienodų amplitudžių svyravimus; jų dažnumų santykis yra lygus $2/3$, fazių skirtumas — $\pi/2$.

31. Kokį svyravimą nusako $S_1 = A_1 \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$ ir $S_2 = A_2(\omega_2 t + \varphi_2)$ atstojamoji funkcija S , kuomet $\omega_1 : \omega_2 = 1 : 2$ ir esant amplitudėms: a) $A_1 = A_2 = A$ ir b) $A_1 = 2A$, o $A_2 = A$, esant fazių skirtumui $\Delta\varphi = 0; \pi/2; \pi$ ir $\frac{3}{2}\pi$. Išbrėžkite svyravimų kreives.

32. Plokščia banga sklinda statmenai ašiai z ; jos normalė su teigiama ašimi x sudaro φ , o su teigiama ašimi y ($90 - \varphi$) kampą. Suraskite nusakančią šią bangą lygtį.

33. Kokį gausime garso stiprumą, jei prie 60 fonų garso šaltinio pridėsime antrą 70 fonų šaltinį ($v = 1000$ Hz).

34. 73 cm ilgio stygos pagrindinis tonas yra toks pat, kaip ir kamertono. Sutrumpinus stygą $\frac{1}{2}$ cm, abiejų instrumentų tonai sukelia 3 mušimus per 1 s. Suraskite, kokių tonu skamba kamertonas.

35. Kamertonas artinamas prie stačios sienos $v = 2$ m/s greičiu. Jo dažnumas $\nu = 440$ Hz. Suraskite, kokį mušimų dažnumą girdi stebėtojas, kai jis yra:

- tarp sienos ir kamertono ir
- kai kamertonas yra tarp sienos ir stebėtojo.

Prie XI skyriaus

36. Koks slėgimas susidarys apskritame tūrio $V = 100$ cm³ inde, esant 0°C temperatūrai, jei jame bus tiek molekulių, kad nugulusios jos įveiktų padengti vidinį indo paviršių monomolekuliniu sluoksniu. Viena molekulė užkloja plotą $\Delta S = 9 \cdot 10^{-16}$ cm².

37. Esant 1 at slėgimui vandenilio molekulių vidutinis laisvasis kelias $l = 1,28 \cdot 10^{-5}$ cm. Suraskite:

- vandenilio molekulės kinetinį diametrą σ ,
- jo slėgimą p apskritame 1 l tūrio inde, kai laisvojo kelio vidutinis ilgis l_1 yra didesnis už indo diametrą.

38. Kokiam slėgimui esant vandenilio molekulių laisvojo kelio vidutinis ilgis yra lygus $l = 2,5$ mm, kai temperatūra $t = 68^\circ\text{C}$.

39. Gumiguto $r = 0,212 \mu$ radiuso dalelės plūduriuoja vandenyje. Jų koncentracijų n_0 ir n santykis dviejuose, vienas nuo

antro nutolusiuose $l=30\mu$, gulsčiuose sluoksniuose yra lygus 2,08. Dalelių tankis $\rho=1,194 \text{ g/cm}^3$, vandens tankis $\rho_0=1 \text{ g/cm}^3$. Išskaičiuokite Avogadro skaičius N .

Prie XIII skyriaus

40. Išskaičiuokite šilumos kiekį, kurį paima idealios dujos politropiškai besiplėsdamos, kai temperatūra pakinta nuo T_1 iki T_2 .

41. Dviejų lygių, nuo aplinkos izoliuotų masių m temperatūra yra T_1 ir T_2 ; jų specifinė šiluma — c . Išskaičiuokite entropijos pakitimą, kai, esant masėms sąlytyje, jų temperatūra išsilygins.

Prie XIV skyriaus

42. Vandens ir aliejaus skiriamojo paviršiaus įtempimas $\sigma=18 \text{ dyn/cm}$. Kokį darbą reikia atlikti, kad susmulkintų vandenyje 1 g aliejaus lašą į diametro $d=2 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$ lašelius, kai procesas vykdomas izotermiškai. Aliejaus tankis $\rho=0,9 \text{ g/cm}$.

43. Į stiklinį kapiliarą, kurio vidinis radiusas yra $r=1 \text{ mm}$, įkištas stiklinis radiuso $r_1=0,75 \text{ mm}$ stiebelis taip, kad tarpelis visur vienodas. Suraskite, kiek pakils vanduo kapiliare.

44. Vandens tūryje $V=500 \text{ cm}^3$ ištirpinta 15 g cukraus. Koks garų slėgimas virš tirpalo, esant temperatūrai 100°C . Tirpalo tankis $\rho=1 \text{ g/cm}^3$.

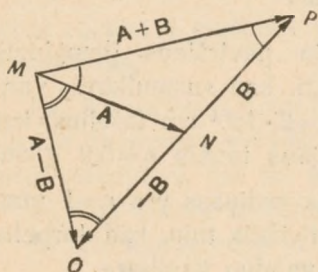
Prie XV skyriaus

45. Išskaičiuokite NaCl druskos gardelės konstantą. Druskos tankis $\rho=2,163 \text{ g/cm}^3$. NaCl kristalizuojasi kubinėje sistemoje.

UŽDAVINIŲ SPRENDIMAI

1. a) $\overline{AB} = AB$; b) $[\overline{AB}]\overline{C} = 0$.

2. Trečiosios trikampio kraštinės kvadratas; kitas dvi trikampio kraštinės sudaro vektoriai $\mathbf{A}$ ir $\mathbf{B}$.



266 pav.

3. Kadangi $A^2 = B^2$, $\triangle MNP$ ir $\triangle MNO$ yra lygiašoniai (266 pav.); todėl $\angle MPN = \angle NMP$ ir $\angle OMN = \angle MON$. Taigi $\angle OMP = \angle MOP + \angle MPO$, nes pagal konstrukciją ONP yra tiesė. Toku būdu, $\angle OMP = d$. Vadinas, $(\mathbf{A} + \mathbf{B}) \perp (\mathbf{A} - \mathbf{B})$.

4. Vienetinių vektorių $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ ir $\mathbf{k}$ skaliarinės sandaugos yra lygios: $\mathbf{ij} = \mathbf{jk} = \mathbf{ik} = 0$ ir $\mathbf{ii} = \mathbf{jj} = \mathbf{kk} = 1$. Be to, $s_1 s_2 = s_1 s_2 \cdot \cos \varphi$, čia φ yra kampas tarp vienetinių vektorių s_1 ir s_2 . Kadangi $s_1 s_2 = 1$, tai

$$\cos \varphi = s_1 s_2 = (\mathbf{i} \cos \alpha_1 + \mathbf{j} \cos \beta_1 + \mathbf{k} \cos \gamma_1)(\mathbf{i} \cos \alpha_2 + \mathbf{j} \cos \beta_2 + \mathbf{k} \cos \gamma_2) = \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 + \cos \beta_1 \cos \beta_2 + \cos \gamma_1 \cos \gamma_2.$$

5. Pažymėkime rutulėlio pradžios greitį v_0 , jo greitėjimą a . Rutulėlis pakils aukščiausiai per laiką t : $t = \frac{1}{2}(t_1 + t_2)$, nes aukštyrą ir žemyn jis riedės tą patį laiką; tada

$$v_0 - at_2 = 0$$

ir

$$v_0 = at_2.$$

Rutulėlio nueitas per laiką t kelias

$$s = v_0 t - a \frac{t^2}{2}.$$

Istatę skaitines reikšmes, gausime:

$$v_0 = 45 \text{ cm/s ir } a = 30 \text{ cm/s}^2.$$

6. Laikykime, kad rutulėliai susidurs ore po t s aukštyje h . Per tą laiką pirmasis rutulėlis kils aukšty v_0/g ir kris žemyn iki susismogiant laiką.

$$v_0/g - (t - \tau)$$

taigi

$$t = \frac{2v_0}{g} - (t - \tau);$$

iš čia

$$t = \frac{2v_0 + g\tau}{2g} = \frac{v_0}{g} + \frac{\tau}{2}.$$

Susismogiant antrasis rutulėlis bus iškilęs į aukštį

$$h = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g\tau^2}{8},$$

nes

$$2gh = v_0^2 - v^2,$$

kur

$$v = v_0 - (t - \tau)g = v_0 - \frac{2v_0 - g\tau}{2} = \frac{g\tau}{2}.$$

Įstatę τ ir v_0 reikšmes, gauname:

$$t = 2,25 \text{ s ir } h = 30,3 \text{ m.}$$

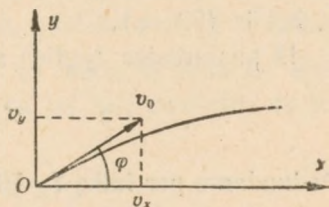
Jei

$$\tau \geq \frac{2v_0}{g},$$

tai rutulėliai nesusitiks, nes pirmasis rutulėlis nukris, dar neišmetus antrąjį.

7. Pažymėkime vandens srovės pradinį greitį v_0 , jo sudaromą su gulsčiąja kryptimi kampą φ (267 pav.). Tada v_0 dedamoji ašies x kryptim yra $v_x = v_0 \cdot \cos\varphi$ ir ašies y kryptim — $v_y = v_0 \cdot \sin\varphi$. Per laiką t gulsčiąja kryptimi srovė bus nuėjusi kelią

$$x = v_x t = v_0 t \cdot \cos\varphi$$



267 pav.

ir stačiąja kryptimi

$$y = v_y t - \frac{1}{2} g t^2 = v_0 t \cdot \sin\varphi - \frac{1}{2} g t^2.$$

Tada greičio dedamosios yra:

$$v_x = v_0 \cdot \cos\varphi \text{ ir } v_y = v_0 \cdot \sin\varphi - gt.$$

Greičio kryptis sudaro su gulsčiąja kampą φ' , kurio

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{v_y}{v_x} = \operatorname{tg} \varphi - \frac{gt}{v_0 \cos \varphi}.$$

Srovė kils aukštyn laiką t_1 , pasieks didžiausią aukštį, o vėliau vėl kris žemyn. Aukščiausioje vietoje kūno trajektorija bus lygiagretė ašiai x ; tuomet $\operatorname{tg} \varphi' = 0$, taigi

$$\operatorname{tg} \varphi' = \operatorname{tg} \varphi - \frac{gt_1}{v_0 \cos \varphi} = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} - \frac{gt_1}{v_0 \cos \varphi} = 0.$$

Tokiu būdu, srovės kilimo laikas $t_1 = \frac{v_0 \cdot \sin \varphi}{g}$, o jos pakilimo aukštis

$$y = h = v_0 t_1 \cdot \sin \varphi - \frac{1}{2} g t_1^2 = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \varphi}{g} - \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \varphi}{2g} = \frac{1}{2} \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \varphi}{g}.$$

Praėjus laikui t_2 , krisdama žemyn srovė vėl pasiekia žemės paviršių; tuomet

$$y = v_0 t_2 \cdot \sin \varphi - \frac{1}{2} g t_2^2 = 0,$$

iš kur

$$t_2 = \frac{2v_0 \cdot \sin \varphi}{g}.$$

Per tą laiką gulsčia kryptim ji nueis kelią

$$x = 2 \frac{v_0^2}{g} \sin \varphi \cos \varphi = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\varphi.$$

Taigi vandens srovė pasiektų gulsčia kryptimi didžiausią nuotolį, jei $\varphi = 45^\circ$. Kadangi $\sin 2\varphi = \sin(180^\circ - 2\varphi)$, tai tiek pat toli srovė pasiektų, kai jos krypties kampas bus lygus ne tik φ , bet ir $(90 - \varphi)$.

Iš pastarosios lygties surandame pradinį vandens greitį v_0 :

$$v_0 = \sqrt{\frac{xg}{\sin 2\varphi}}.$$

Paduodamo per laiką $t = 60$ s vandens tūris

$$V = S v_0 t = S t \sqrt{\frac{xg}{\sin 2\varphi}} = 69 \text{ litral.}$$

8. Rutulio apybėgių skaičius aplink stačiąją ašį yra lygus $n_1 = \frac{v}{2\pi R}$; taigi jo kampinis greitis $\omega_1 = 2\pi n_1 = \frac{v}{R}$. Be to, rutulys sukasi riedėdamas plokštuma aplink gulsčiąją, einančią

pro jo svorio centrą, ašį. Apibėgdamas n_1 kartų aplink stačiąją ašį, jis apsisuka $n_2 = \frac{2\pi R n_1}{2\pi r} = \frac{v}{2\pi r}$; taigi jo sukimosi kampinis greitis $\omega_2 = 2\pi n_2 = \frac{v}{r}$. ω_1 ir ω_2 pavaizduokime vektoriškai: ω_1 yra statmenas gulsčiajai, o ω_2 — stačiajai kryptčiai. Atstojamojo kampinio greičio ω reikšmė yra lygi:

$$\omega = v \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{r^2}},$$

su gulsčiąja plokštuma jis sudaro kampą α :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r}{R}.$$

Istatę v , R , r reikšmes, gauname:

$$\omega = 4,25 \text{ s}^{-1},$$

$$\alpha = 28^\circ.$$

9. Traukiant popieriaus lapą pinigėlis pradeda slinkti tik veikiant trinties jėgai tarp popieriaus ir pinigėlio. Pastaroji nepriklauso nuo greičio, bet yra proporcinga normaliam slėgimui į lapą, taigi lygi fmg , kur m yra pinigėlio masė, f — trinties koeficientas. Jei x ašį nutiesime lapo judėjimo kryptim, o pradžios tašką sutapdinsime su stiklinės kraštu, tada pinigėlio poslinkį per laiką t taip išreiškiame:

$$x = r + fg \frac{t^2}{2},$$

čia r yra stiklinės radiusas. Jei traukiamo lapo greitis yra v , tai po $t_1 = 2\frac{r}{v}$ sekundžių lapo kraštas pasieks antrąjį stiklinės kraštą (iš pradžių jo kraštas sutapo su stiklinės kraštu). Kad pinigėlis nukristų į stiklinę, per t_1 laiką jis turi paslinkti ne toliau, kaip $x = 2r$, taigi

$$x_{t_1} = r + \frac{4fg r^2}{2v^2} \leq 2r.$$

10. Pagal lygtį (11,1) judėjimo kiekio pakitimas per laiko vienetą išreiškia veikiančią jėgą. Šiuo atveju judėjimo kiekio pakitimas susideda iš autocisternos judėjimo kiekio kitimo $\frac{d}{dt}(mv)$ ir vandens srovės nunešamo judėjimo kiekio $m_1(v-v_r)$, $v - v_r$ yra vandens greitis gatvės atžvilgiu. Taigi, jeigu laiku t

sistemos judėjimo kiekis $p = mv$, tai laiku $t + dt$ jis yra lygus p_{t+dt} :

$$p_{t+dt} = (m + dm)(v + dv) + m_1 dt(v - v_r).$$

Tikras judėjimo kiekio pakitimas per 1 s

$$\frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}(mv) + m_1(v - v_r). \quad (1)$$

Kadangi sistemos neveikia jokios išorinės jėgos, tai

$$\frac{dp}{dt} = 0.$$

Be to, $m_1 = -\frac{dm}{dt}$; tokiu būdu, sutraukę lygtyje (1) atitinkamus narius, gausime:

$$m \frac{dv}{dt} - m_1 v_r = 0. \quad (2)$$

Taigi, jeigu lygtį (2) aiškinti, imant pagrindų lygtį $m \frac{dv}{dt} = F$, ištekančios vandens srovės atatranka $m_1 v_r$, pasireiškia kaip greitinanti jėga (pvz., Segnerio vandens ratė arba turbinoje).

11. Tegu kai kuriuo laiku t raketos masė yra m ; tada raketos judėjimą nusakys tokios lygtys:

$$\frac{dm}{dt} = -m_1 \quad (1)$$

ir

$$\frac{d}{dt}(mv) - m_1 v_d = -mg. \quad (2)$$

Pirmąją lygtį suintegruvę, gausime:

$$m = m_0 - m_1 t.$$

Pastarąją reiškinių įstatę į lygtį (2) ir suintegruvę, gausime:

$$v = \frac{m_1 v_d t - m_0 g t + \frac{m_1 g t^2}{2}}{m_0 - m_1 t}.$$

Šį reiškinių pertvarkome, pridėję bei atėmę $m_0 v_d$ ir $\frac{m_0^2 g}{2m_1}$; tada v galėsime taip išreikšti:

$$v = \frac{dz}{dt} = \frac{m_0 \left(v_d - \frac{m_1 g}{2m_1} \right)}{m_0 - m_1 t} - \left(v_d - \frac{m_0 g}{2m_1} \right) - \frac{gt}{2}.$$

Šią lygtį suintegruvę, gausime z (z — raketos aukštis):

$$\begin{aligned}
 z &= \int_0^t \frac{m_0 \left(v_d - \frac{g}{2} \frac{m_0}{m_1} \right)}{m_0 - m_1 t} dt - \int_0^t \left(v_d - \frac{g}{2} \frac{m_0}{m_1} \right) dt - \int_0^t \frac{gt}{2} dt = \\
 &= \left(v_d - \frac{g}{2} \frac{m_0}{m_1} \right) \int_0^t \frac{dt}{1 - \frac{m_1}{m_0} t} - \left(v_d - \frac{g}{2} \frac{m_0}{m_1} \right) t - \frac{gt^2}{4} = \\
 &= - \left(v_d - \frac{g}{2} \frac{m_0}{m_1} \right) \frac{m_0}{m_1} \ln \left(1 - \frac{m_1}{m_0} t \right) - \left(v_d - \frac{g}{2} \frac{m_0}{m_1} \right) t - \frac{gt^2}{4} = \\
 &= - \left(v_d - \frac{g}{2} \frac{m_0}{m_1} \right) \left[\frac{m_0}{m_1} \ln \left(1 - \frac{m_1}{m_0} t \right) - t \right] - \frac{gt^2}{4} = \\
 &= - \frac{m_0}{m_1} \left(v_d - \frac{g}{2} \frac{m_0}{m_1} \right) \left[\ln \left(1 - \frac{m_1}{m_0} t \right) - \frac{m_1}{m_0} t \right] - \frac{gt^2}{4}.
 \end{aligned}$$

Kai $\frac{m_1}{m_0} t \ll 1$,

$$\ln \left(1 - \frac{m_1}{m_0} t \right) \approx - \frac{m_1}{m_0} t - \frac{1}{2} \left(\frac{m_1}{m_0} \right)^2 t^2.$$

Taigi

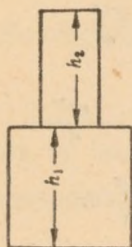
$$\begin{aligned}
 z &= - \frac{m_0}{m_1} \left(v_d - \frac{g}{2} \frac{m_0}{m_1} \right) \left[- \frac{m_1}{m_0} t - \frac{1}{2} \left(\frac{m_1}{m_0} \right)^2 t^2 - \frac{m_1}{m_0} t \right] - \frac{gt^2}{4} = \\
 &= \frac{m_0}{2m_1} \left(v_d - \frac{g}{2} \frac{m_0}{m_1} \right) \left(\frac{m_1}{m_0} \right)^2 t^2 - \frac{gt^2}{4} = \frac{m_1}{2m_0} \left(v_d - \frac{g}{2} \frac{m_0}{m_1} \right) t^2 - \frac{gt^2}{4} = \\
 &= \left[\frac{m_1}{m_0} \left(v_d - \frac{g}{2} \frac{m_0}{m_1} \right) - \frac{g}{2} \right] \frac{t^2}{2} = \left[\frac{m_1 v_d}{m_0} - g \right] \frac{t^2}{2}.
 \end{aligned}$$

Laikas sekundėmis	Aukštis, išskaičiuotas, naudojantis apytiksle formule, metrais	Aukštis, išskaičiuotas, naudojantis tikslia formule, metrais
10	510	564
30	4590	6340
50	12750	22900

12. Cilindrų (268 pav.) masių m_1 ir m_2 santykis

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_1^2 h_1}{r_2^2 h_2}.$$

Pažymėkime atskirų cilindrų masės centrų nuotolius nuo jų bendrojo masės centro l_1 ir l_2 ; tada



268 pav.

Antra vertus,

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{l_2}{l_1} = \frac{r_1^2 h_1}{r_2^2 h_2}.$$

$$l_1 + l_2 = \frac{h_1 + h_2}{2}.$$

Įstatę skaitines reikšmes, gauname:

$$\frac{l_1}{l_2} = 6 \text{ ir } l_1 + l_2 = 12,5 \text{ cm},$$

taigi

$$l_2 = 1,07 \text{ cm}$$

ir bendro masės centro nuotolis nuo platesnio cilindro pagrindo lygus 9,3 cm.

13. Per 1 s automobilis nuvažiuoja 16,7 m ir nusileidžia žemyn stačia kryptimi $16,7 \cdot 0,05 = 0,835$ m. Automobilio svorio jėga atlieka $1,5 \cdot 0,835 \cdot 10^3 \text{ kpm} = 1,252 \cdot 10^3 \text{ kpm}$ darbo, kuris su-naudojamas trinčiai nugalėti, nes automobilis važiuoja pastoviu greičiu. Važiuojant į kalną, reikia atlikti dukart didesnę darbą, kad būtų išlaikytas toks pat greitis (nes reikia nugalėti trintį ir pakilti per 1 s 0,835 m aukštyje stačia kryptimi). Dabar šį darbą suteikia motoras. Taigi jo galingumas P turi būti:

$$P = 2 \cdot 1,252 \cdot 10^3 \text{ kpm}$$

arba

$$P = 2 \cdot 1,252 \cdot 10^3 \cdot 9,81 \text{ W} = 2 \cdot 1,252 \cdot 9,81 \text{ kW} = 24,56 \text{ kW}.$$

14. Pažymėkime mažesnės masės ($m_1 = 200$ g) rutulio greitį prieš smūgį v_1 , o po smūgio u_1 ; ir atitinkamai didesnės masės ($m_2 = 800$ g) : v_2 ir u_2 .

a) atvejis: $v_1 = \sqrt{2hg} = 442,5 \text{ cm/s}$; $h = 100 \text{ cm}$; $g = 981 \text{ cm/s}^2$, $v_2 = 0$. Taikydami elastingo rutulio smūgio lygtis, gauname:

$$u_1 = \frac{v_1(m_1 + m_2) - 2m_2(v_1 - v_2)}{m_1 + m_2} = \frac{v_1(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2},$$

$$u_2 = \frac{v_2(m_2 + m_1) + 2m_1(v_1 - v_2)}{m_1 + m_2} = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

Istatę skaitines reikšmes ir išskaičiuavę, gausime:

$$u_1 = -265,5 \text{ cm/s}; u_2 = 177,0 \text{ cm/s}.$$

Antrasis rutulys pakils $h_2 = \frac{u_2^2}{2g} = 16 \text{ cm}$ aukštin.

b) atvejis: $v_1 = 0$; $v_2 = \sqrt{2hg} = 442,5 \text{ cm/s}$.

$$u_2 = \frac{v_2(m_2 + m_1) + 2m_1(v_1 - v_2)}{m_2 + m_1} = \frac{v_2(m_2 - m_1)}{m_2 + m_1}$$

ir

$$u_1 = \frac{v_1(m_1 + m_2) - 2m_2(v_1 - v_2)}{m_1 + m_2} = \frac{2m_2v_2}{m_1 + m_2}.$$

Istatę skaitines reikšmes, gauname:

$$u_2 = 265,5 \text{ cm/s ir } u_1 = 708 \text{ cm/s}.$$

Mažesnės masės rutulys pakils $h_1 = \frac{u_1^2}{2g} = 255 \text{ cm}$ aukštin; kadangi pakabinimo siūlo ilgis tėra tik 1 m, tai rutulys apskries aplink.

15. Pažymėkime neutrono ir atomo greičius prieš smūgį atitinkamai v_0 ir V_0 , po smūgio — v ir V . Tada energijos ir judėjimo kiekio išsilaikymo dėsniai taip išreiškiami:

$$\frac{m}{2} v^2 + \frac{M}{2} V^2 = \frac{m}{2} v_0^2 + \frac{M}{2} V_0^2$$

ir

$$m(v - v_0) = M(V_0 - V).$$

Pertvarkę ir panariui padaliję šias lygtis, gauname:

$$V - v = -(V_0 - v_0).$$

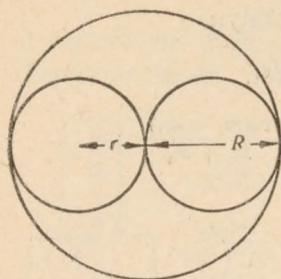
Iš pastarųjų dviejų lygčių surandame v ir V :

$$v = \frac{m}{m+M} v_0 + \frac{2M}{m+M} V_0,$$

$$V = \frac{M-m}{m+M} V_0 + \frac{2m}{m+M} v_0.$$

Iš antrosios lygties, laikydami $V_0 = 0$ ir $v_0 = 1$, išskaičiuojame atomo kinetinę energiją $\frac{M}{2} V^2$ po smūgio, kaip funkciją $x = \frac{M}{m}$; ji turi didžiausią reikšmę, esant $x = 1$, o kai $x = 206$, jos reikšmė tesudaro 1 %.

16. Skritulio (269 pav.) inercijos momentas atžvilgiu jo geometrinės ašies yra lygus $\frac{1}{2} mR^2$, čia m yra jo masė, R —



269 pav.

radiusas. Apskrito išpiauto skritulio inercijos momentas atžvilgiu jo geometrinės ašies lygus $\frac{1}{2} m_1 \left(\frac{R}{2}\right)^2$, o atžvilgiu pagrindinio skritulio geometrinės ašies

$$\frac{1}{2} m_1 \left(\frac{R}{2}\right)^2 + m_1 \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{3}{8} m_1 R^2,$$

kur m_1 yra išpiautojo skritulio masė.

Tada viso skritulio inercijos momentas

$$I = \frac{1}{2} mR^2 + 2 \cdot \frac{3}{8} m_1 R^2.$$

Kadangi $m = \pi R^2 \rho$ ir $m_1 = \frac{1}{4} \pi R^2 \rho$, tai, įstatę į I reiškinį, gauname:

$$I = \frac{1}{2} \pi R^4 \rho + \frac{3}{4} \pi \frac{R^4}{4} \rho = \frac{5}{16} \pi R^4 \rho.$$

Įstatę skaitines reikšmes, turime:

$$I = 2181 \text{ g cm}^2.$$

17. Judėjimo kiekio momentas turi pasilikti nepakitęs, taigi

$$I\omega = I_1\omega_1 + I_2\omega_2,$$

čia I ir ω — sistemos inercijos momentas ir kampinis greitis. Iš čia

$$\omega = \frac{I_1\omega_1 + I_2\omega_2}{I} = \frac{I_1\omega_1 + I_2\omega_2}{I_1 + I_2}.$$

Abiejų skritulių energija

$$E_s = \frac{1}{2} I_1\omega_1^2 + \frac{1}{2} I_2\omega_2^2.$$

O sistemos energija

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} (I_1 + I_2) \frac{(I_1\omega_1 + I_2\omega_2)^2}{(I_1 + I_2)^2} = \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{I_1 + I_2} (I_1^2\omega_1^2 + 2I_1I_2\omega_1\omega_2 + I_2^2\omega_2^2). \end{aligned}$$

Pridėkime prie šio reiškinių reiškinį $\frac{1}{2} \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} (\omega_1 - \omega_2)^2$. Tada gausime:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{1}{I_1 + I_2} (I_1^2 \omega_1^2 + 2I_1 I_2 \omega_1 \omega_2 + I_2^2 \omega_2^2 + I_1 I_2 \omega_1^2 - 2I_1 I_2 \omega_1 \omega_2 + I_1 I_2 \omega_2^2) = \\ = \frac{1}{2} \frac{1}{I_1 + I_2} [I_1 (I_1 \omega_1^2 + I_2 \omega_2^2) + I_2 (I_1 \omega_1^2 + I_2 \omega_2^2)] = \\ = \frac{1}{2} \frac{1}{I_1 + I_2} [(I_1 + I_2) (I_1 \omega_1^2 + I_2 \omega_2^2)] = E_s. \end{aligned}$$

Taigi skritulių sistemos energija sumažėja kiekiu

$$\frac{1}{2} \frac{1}{I_1 + I_2} (\omega_1 - \omega_2)^2.$$

18. Skriejant šoviniui aplink Žemę, jo įcentrinė (svorio) jėga mg turi būti lygi išcentrinei inercijos jėgai, $\frac{mv^2}{R}$, jei R pažymėsime Žemės rutulio radiusą. Taigi

$$\frac{mv^2}{R} = mg,$$

iš čia

$$v = \sqrt{Rg}.$$

Jo kampinis greitis $\omega = \frac{v}{R} = \sqrt{\frac{g}{R}}$.

Sovinio apybėgio aplink Žemę laikas

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}.$$

Įstatę reikšmes $R=6,37 \cdot 10^8$ cm, $g=981$ cm/s², gauname:

$$v=7900 \text{ m/s,}$$

$$T=1,4 \text{ val.}$$

19. Molekulės slinkimo kinetinė energija yra lygi $\frac{1}{2} m v^2$, o sukimosi yra $\frac{1}{2} I \omega^2$. Taigi visa molekulės energija

$$E = \frac{1}{2} \omega^2 I + \frac{1}{2} m v^2,$$

kur I yra molekulės inercijos momentas, ω — jos kampinis sukimosi greitis, o $m=m_1+m_2$ — jos visa masė. Inercijos momentas $I = m_1 l_1^2 + m_2 l_2^2$, l_1 ir l_2 yra masės m_1 ir m_2 centrų nuotoliai nuo bendrojo molekulės masės centro:

$$l_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} l \text{ ir } l_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} l;$$

tokiu būdu,

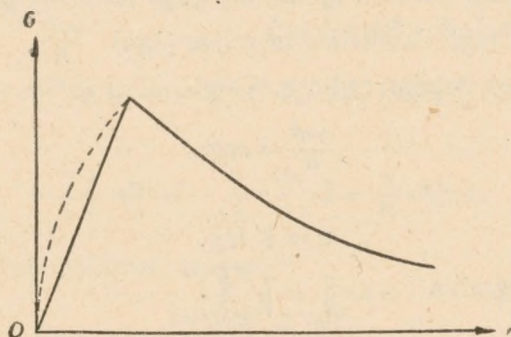
$I = \mu l^2$, kur μ yra redukuota molekulių masė; ji taip išreiškiama:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2},$$

taigi

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}.$$

20. Kol esame Žemės rutulio viduje, gravitacijos lauko stiprumui išskaičiuoti pasinaudojame (28,3), o kada pakylame ant



270 pav.

Žemės paviršiaus ir aukščiau — (28,1). Gravitacijos lauko stiprumo kitimą vaizduoja 270 pav. kreivė.

21. Kraštinėse padėtyse siūlo įtempimas yra lygus $mg \cdot \cos \alpha$; praeinant vidurinę padėtį, svorelio greitis

$$v = \sqrt{2g(l - l \cdot \cos \alpha)};$$

išcentrinė inercijos jėga nukreipta svorio jėgos kryptimi ir lygi

$$\frac{mv^2}{l} = 2mg(1 - \cos \alpha).$$

Visas siūlo įtempimas F bus lygus svorio ir išcentrinės inercijos jėgų sumai:

$$F = mg + 2mg(1 - \cos \alpha) = mg(3 - 2\cos \alpha).$$

Kai siūlo įtempimas vidurinėje padėtyje yra 2 kartus didesnis už svorio jėgą, tada

$$F = 2mg = mg(3 - 2\cos\alpha);$$

iš čia

$$\cos \alpha = \frac{1}{2}$$

ir

$$\alpha = 60^\circ.$$

22. Tegu tam tikru momentu nusivyniojusios virvelės ilgis yra z , jos įtempimas — F . Tada, skrituliui leidžiantis žemyn,

$$F = m \left(g - \frac{d^2 z}{dt^2} \right) \text{ ir } I \frac{d\omega}{dt} = Fr,$$

čia m yra skritulio masė, I — jos inercijos momentas atžvilgiu sukimosi (geometrinės) ašies. $\frac{dz}{dt} = r\omega$ ir $\frac{d^2 z}{dt^2} = r \frac{d\omega}{dt}$ dydžiai yra teigiami. Iš šių dviejų lygčių gauname:

$$F = mg - mr \frac{d\omega}{dt} = mg - m \frac{Fr^2}{I};$$

iš čia

$$F = \frac{mg}{1 + \frac{mr^2}{I}}.$$

Kylant aukštyrui skritulys sukasi į tą pačią pusę. Virvelės įtempimo sukamasis momentas yra priešingos krypties. $\frac{d^2 z}{dt^2}$ ir $\frac{dz}{dt}$ yra neigiami ir

$$\frac{dz}{dt} = -r\omega, \quad \frac{d^2 z}{dt^2} = -r \frac{d\omega}{dt} = + \frac{Fr^2}{I}.$$

Ir šiuo atveju

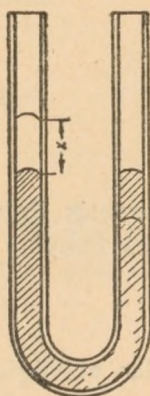
$$F = \frac{mg}{1 + \frac{mr^2}{I}}.$$

Taigi abiem atvejais įtempimas yra vienodas ir mažesnis už skritulio svorį.

Pereinamuojū iš a) į b) atvejį akimirksniu pasireiškia trūkis, kuris įvyksta, pereinant nuo teigiamo prie neigiamo greitėjimo.

Tuo akimirksniu $\frac{d^2 z}{dt^2} = 0$ ir F pasidaro didesnis už išskaičiuotą pagal šias formules.

23. Pusiausvyroje gyvsidabris abiejose šakose yra pakilęs vienodai aukštai (271 pav.). Pakilus gyvsidabriui vienoje šakoje aukščiau pusiausvyros vietos per x , susidaro toje pusėje didesnis svoris ir jo grąžinamas gyvsidabris į pusiausvyros vietą pradeda svyruoti. Gyvsidabrio paviršių aukščio skirtumas abiejose šakose bus lygus $2x$, taigi grąžinanti gyvsidabrij į pusiausvyros vietą jėga F bus lygi



271 pav.

$$F = -2xS\rho g,$$

čia ρ yra gyvsidabrio tankis, g — laisvai krintančio kūno greitėjimas; ši jėga pagreitina gyvsidabrio masę $m = lS\rho$. Tokiu būdu, judėjimą nusakys tokia lygtis:

$$lS\rho \frac{d^2x}{dt^2} = -2xS\rho g$$

arba

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{2g}{l} x = 0.$$

Šios lygties integralas yra taip išreiškiamas:

$$x = x_m \cdot \cos \left(\sqrt{\frac{2g}{l}} t + \varphi \right).$$

Iš čia svyravimo periodas

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{2g}}.$$

Tokio pat periodo matematinės svyrukoilės ilgis yra lygus $l/2$, t. y. gyvsidabrio stulpelio aukščiui vamzdelyje. Vamzdelio skerspjūvio plotas ir skysčio tankis neturi įtakos svyravimo periodui.

24. Pažymėkime trinties koeficientą η ; tada, važiuojant lygia gatve,

$$\frac{mv_1^2}{r_1} = \eta mg,$$

o važiuojant stačia siena,

$$mg = \eta \frac{v_2^2}{r_2} m.$$

Iš šių dviejų lygčių, panaikinę η , gauname:

$$v_2 = \frac{g}{v_1} \sqrt{r_1 r_2}.$$

Istatę skaitines reikšmes, gauname:

$$v_2 = 45 \text{ km/val.}$$

25. Besisukančio veleno perduodamas galingumas $P = M\omega$, čia M yra veleno sukamasis momentas, $\omega = 2\pi\nu$ — kampinis greitis. Veleno sukamasis momentas

$$M = D\varphi,$$

kur D yra kreipiamasis momentas. Pilnavidurio veleno

$$D = \frac{\pi R^4 E}{2l}, \text{ o tuščiaavidurio } D = \frac{\pi}{2} \frac{(R^4 - r^4) E}{l}. \quad \text{Pažymėkime}$$

$R - r = d$. Bet kadangi $R \approx r$, tai

$$R^4 - r^4 = (R^2 + r^2)(R + r)(R - r) = 4R^3 d,$$

$$D = \frac{2\pi R^3 d E}{l}.$$

$$\text{Tuomet } P = M\omega = 2\pi R^3 d \frac{E}{l} \cdot 2\pi\nu\varphi;$$

iš čia

$$\varphi = \frac{P l}{2\pi\nu \cdot 2\pi R^3 d} \cdot \frac{1}{E}.$$

Įstatę skaitines reikšmes, gauname:

$$\varphi = 8,8 \cdot 10^{-2} \text{ arba } \varphi \approx 5^\circ.$$

Reiškia, veleno abu galai pasukti vienas antrojo atžvilgiu 0,014 apskritimo dalim.

26. Energijos išsilaikymo dėsnį išreiškia ši lygtis:

$$mgl = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} \frac{SE}{l} (\Delta l)^2,$$

čia lygties dešinės pusės pirmasis narys išreiškia krovinėlio kinetinę energiją, o antrasis — siūlo deformacijos energiją. Antra vertus, krovinėliui praeinant pusiausvyros vietą,

$$\frac{mv^2}{l_1} = \frac{SE \cdot \Delta l}{l}.$$

Iš šių dviejų lygčių surandame v^2 ;

$$v^2 = \frac{2gll_1}{l_1 + \Delta l} = \frac{2gll_1}{2l_1 - l};$$

iš čia

$$v = \sqrt{\frac{2gll_1}{2l_1 - l}}.$$

Įstatę skaitines reikšmes ir išskaičiavę, gauname:

$$v = 361,5 \text{ cm/s.}$$

27. a) Pažymėkime vandens paviršiaus aukštį inde l . Ištekantios iš i -os angelės čiurkšlės greitis yra lygus $v_i = \sqrt{2gh_i}$, čia h_i yra angelės nuotolis nuo vandens paviršiaus inde; v_i turi gulsčią kryptį. Krisdama žemyn čiurkšlė įgyja greitį stačiąja kryptimi $v'_i = \sqrt{2g(l-h_i)}$, nes ji nukrinta iš $(l-h_i)$ aukščio. Tada jos atstojamasis greitis, stalą pasiekus, yra lygus v :

$$v = \sqrt{2gh_i + 2gl - 2gh_i} = \sqrt{2gl};$$

jis nepriklauso nuo čiurkšlės angelės vietos, bet tik nuo skysčio paviršiaus aukščio, kurį laikome pastoviu.

b) Pažymėkime pirmosios čiurkšlės angelės nuotolį nuo vandens paviršiaus h , o jos aukštį — $l-h$; antrosios čiurkšlės angelės nuotolis nuo vandens paviršiaus lygus $l-h$, o jos aukštis — h . Pirmosios čiurkšlės greitis gulsčiąja kryptimi yra lygus $v_1 = \sqrt{2gh}$; antrosios — $v_2 = \sqrt{2g(l-h)}$; pirmoji čiurkšlė kris laiką $t_1 = \sqrt{\frac{2(l-h)}{g}}$, antroji $t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$. Taigi pirmoji čiurkšlė nukrinta ant stalo nuotolyje s_1 :

$$s_1 = v_1 t_1 = \sqrt{\frac{2gh}{g} \cdot 2(l-h)} = 2\sqrt{h(l-h)};$$

antroji čiurkšlė — s_2 :

$$s_2 = v_2 t_2 = \sqrt{\frac{2(l-h)}{g} \cdot 2gh} = 2\sqrt{h(l-h)}.$$

Taigi

$$s_1 = s_2.$$

c) Apskritai, čiurkšlės siekiamas tolis

$$s = 2(lh - h^2)^{\frac{1}{2}}.$$

Išdiferencijavę pagal h ir išvestinę prilyginę nuliui, gauname:

$$\frac{ds}{dh} = (l-2h)(lh - h^2)^{-\frac{1}{2}} = 0$$

arba

$$l-2h=0;$$

iš čia

$$h = \frac{l}{2}$$

28. Krintančio kūno aplinkoje judėjimą nusako tokia lygtis:

$$m \frac{dv}{dt} = F' - F_1(v),$$

čia F' yra kūno svoris aplinkoje (skirtumas tarp jo svorio tuštumoje ir keliamosios jėgos aplinkoje), $F_1(v)$ — aplinkos (oro arba vandens) pasipriešinimas.

Kūno kritimo greičiui didėjant, stiprėja ir $F_1(v)$ ir, kai pasidaro $F' = F_1(v)$, kūnas krinta toliau tolygiu greičiu v_0 ; tuomet $F_1(v_0) = F'$. Kadangi $F_1(v_0) = kv_0^2$, turime:

$$F' = kv_0^2;$$

iš čia

$$v_0 = \sqrt{\frac{F'}{k}}.$$

Pirmuoju atveju $v_0 \approx 6 \cdot 10^3$ cm/s = 60 m/s, o antruoju atveju $v_0 \approx 6 \cdot 10^2$ cm/s = 6 m/s.

29. Krintant rutulėliui tolygiu greičiu, aplinkos pasipriešinimo jėga F yra lygi rutulėlio svorio jėgai G , kur

$$F = 6\pi\eta rv \text{ ir } G = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \rho_0)g;$$

čia r yra rutulėlio radiusas, v — jo kritimo greitis, ρ ir ρ_0 — švino ir aliejaus tankiai ($\rho = 11,3$ g/cm³, $\rho_0 = 0,97$ g/cm³); η — aliejaus vidinės trinties koeficientas ($\eta = 10$ P), g — laisvai krintančio kūno greitėjimas. Taigi

$$6\pi\eta rv = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \rho_0)g;$$

iš čia

$$v = \frac{2r^2(\rho - \rho_0)}{9\eta}g.$$

Reinoldso skaičius

$$R = \frac{2rv_0}{\eta}.$$

a) Krintant radiuso $r(r = 0,05$ mm) rutulėliui, jo greitis

$$v = 5,62 \cdot 10^{-3} \text{ cm/s},$$

o Reinoldso skaičius

$$R \approx 5,45 \cdot 10^{-6}.$$

Taigi teiginys yra teisingas.

b) Aliejaus judėjimas pasiliks laminarinis, kada

$$R \approx 0,5.$$

Bet

$$R = \frac{2r_1 v_1 \rho_0}{\eta},$$

čia r_1 — ieškomas rutulėlio radiusas, v_1 — jo kritimo greitis aliejuje. Įstatę greičio v_1 reiškinį, gauname:

$$R = \frac{4r_1^3 (\rho - \rho_0) g}{9\eta^2};$$

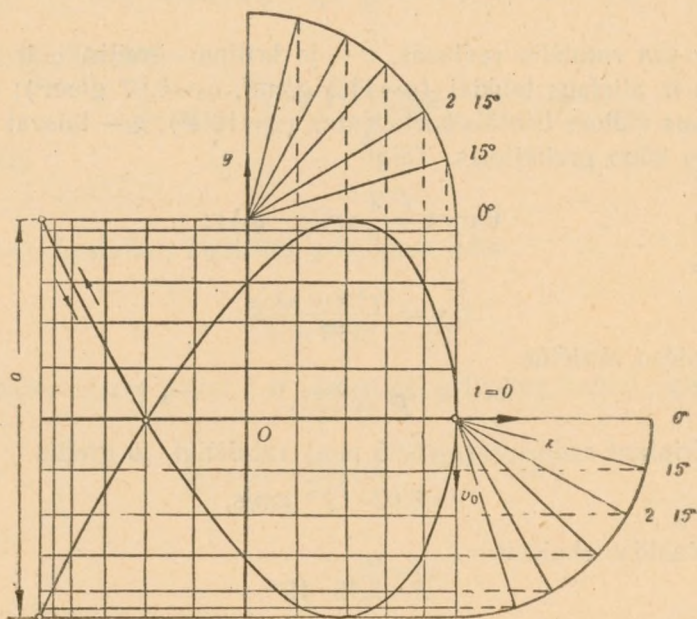
iš čia

$$r_1 = \sqrt[3]{\frac{9\eta^2 R}{4(\rho - \rho_0) g}}.$$

Išskaičiavę turėsime:

$$r_1 = 0,22 \text{ cm} = 2,2 \text{ mm}.$$

30. Iš pradžių sudarome tokį koordinačių tinklą (272 pav.); lygiagrečių y -koordinačių ašiai linijų nuotoliai x_i išreiškiami taip:



272 pav.

$$x_i = x_0 \cdot \cos(i \cdot 15^\circ), i=0; \pm 1; \pm 2; \dots$$

o lygiagrečių x -ašiai —

$$y_i = y_0 \cdot \cos(i \cdot 15^\circ + \pi/2) = -y_0 \cdot \sin(i \cdot 15^\circ);$$

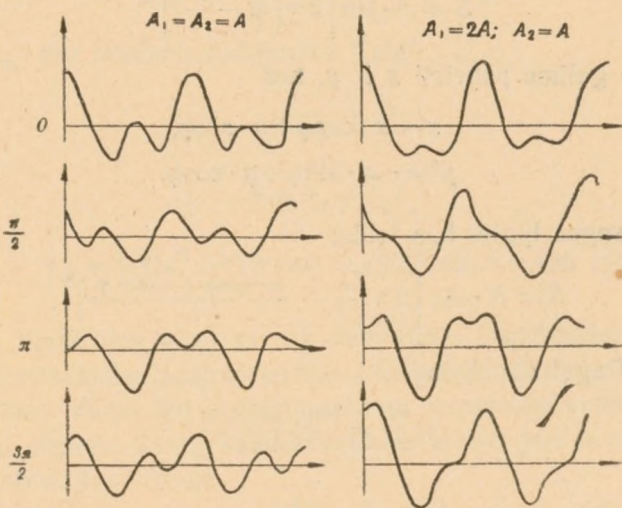
$$i=0; \pm 1; \pm 2 \dots$$

Tada brėžiamoji kreivė bus nusakoma šių lygčių:

$$x = A \cdot \cos \omega t$$

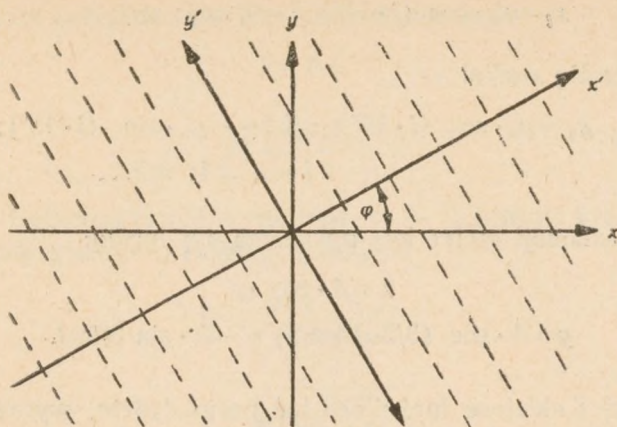
$$y = A \cdot \cos(3/2 \omega t + \pi/2) = -A \cdot \sin 3/2 \omega t.$$

Padidėjus t abiejose funkcijose tuo pačiu dydžiu, svyravimų fazės pakinta santykiu 2:3. Jei kreivės taškas ašies x kryptimi paslenka per du atžymėtus koordinačių tarpus, tai ašies y — jis paslinks per 3 tarpus. Judėjimas prasideda, esant $t=0$, pradinis greitis v_0 . Esantieji koordinačių persikirtimo vietose kreivės taškai atžymėti skritulėliais.



273 pav.

31. Išbrėžiame S_1 ir S_2 funkcijas vaizduojančias kreives ir jas grafiškai sudedame. Atstojamosios kreivės pavaizduotos 273 pav.



274 pav.

32. 274 pav. atvaizduoja bangos piūvį, x' — jos paviršiaus normalė; bangos paviršiai lygiagretūs y' kryptčiai, $x'y'$ sistemoje bangos lygtis taip išreiškiama:

$$S = A \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x'}{\lambda} \right) \right].$$

x' ir y' galime pakeisti x ir y , nes

$$\begin{aligned} x' &= x \cdot \cos \varphi + y \cdot \sin \varphi, \\ y' &= -x \cdot \sin \varphi + y \cdot \cos \varphi. \end{aligned}$$

Tada bangos lygtis bus tokia:

$$S = A \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x \cdot \cos \varphi + y \cdot \sin \varphi}{\lambda} \right) \right].$$

33. Pagal nusakymą

$$\lg \frac{I}{I_0} = \frac{\text{fonų skaičius}}{10}.$$

Taigi

$$\lg \frac{I_1}{I_0} = 6,8 \text{ ir } \frac{I_1}{I_0} = 0,63 \cdot 10^7;$$

$$\lg \frac{I_2}{I_0} = 7,0 \text{ ir } \frac{I_2}{I_0} = 1 \cdot 10^7.$$

Visas garso stiprumas

$$I = I_1 + I_2$$

ir

$$\frac{I}{I_0} = \frac{I_1 + I_2}{I_0} = 1.63 \cdot 10^7,$$

o

$$\lg \frac{I}{I_0} = 7,2.$$

Tokiu būdu, abiejų šaltinių fonų skaičius yra lygus 72; 68 ir 70 fonų kartu sudaro 72 fonus.

34. Pradiniai stygos ilgis ir dažnumas yra l ir ν , sutrumpintos — l_1 ir ν_1 . Stygos dažnumai ν ir ν_1 yra lygūs:

$$\nu = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{S}{F\rho}} \quad \text{ir} \quad \nu_1 = \frac{1}{2l_1} \sqrt{\frac{S}{F\rho}}.$$

Padaliję panariui, turėsime:

$$\frac{\nu}{\nu_1} = \frac{l_1}{l}.$$

Sutrumpintos stygos dažnumas

$$\nu_1 = \nu + \nu_m \quad \text{arba} \quad \nu = \nu_1 - \nu_m,$$

kur ν_m yra mušimų dažnumas. Taigi

$$\frac{\nu}{\nu + \nu_m} = \frac{l_1}{l}.$$

$$\nu = \nu_m \frac{l_1}{l - l_1}.$$

$$\nu_m = 3 \text{ Hz}; \quad l = 73 \text{ cm}; \quad l_1 = 72,5 \text{ cm}. \quad \nu = 435 \text{ Hz},$$

35. Stebėtojas girdi ne tik kamertono išspinduliuotą, bet ir nuo sienos atsispindėjusį garsą. Atsispindėjusį nuo sienos garsą galime laikyti lyg ir išspinduliuotą kamertono veidrodinio atvaizdo sienoje. Taigi, kai kamertonas artėja prie sienos, artėja ir jo atvaizdas sienoje.

a) atveju kamertonas ir jo atvaizdas artėja prie stebėtojo vienodais greičiais; stebėtojas nestebi mušimo,

b) atveju kamertonas tolsta nuo stebėtojo, todėl pastarasis girdi garsą pakitusio

$$\nu_1 = \nu \left(1 - \frac{v}{u} \right)$$

dažnumo. O kamertono atvaizdas artėja tuo pačiu greičiu prie stebėtojo, todėl girdimas stebėtojo atsispindėjusio garso dažnumas

$$\nu_2 = \nu \left(1 + \frac{v}{u} \right).$$

Mušimo dažnumas

$$\nu_m = \nu_2 - \nu_1 = 2 \nu \frac{v}{u}.$$

Kai $\nu = 440$ Hz, $v = 2$ m/s, $u = 340$ m/s, tai
 $\nu_m = 5,2$ Hz.

36. Indo vidinis paviršius yra lygus $S = 4\pi r^2$. Visą paviršių gali uždengti N molekulių:

$$N = \frac{S}{\Delta S} = \frac{4\pi r^2}{\Delta S}.$$

Pasiskirsčius molekulėms visame inde, jų koncentracija bus lygi

$$n = \frac{N}{V} = \frac{4\pi r^2}{\Delta S \cdot V}.$$

Dujų slėgimas

$$p = nkT = \frac{4\pi r^2}{\Delta S \cdot V} kT = \frac{\sqrt[3]{36\pi}}{\Delta S \sqrt[3]{V}} kT,$$

čia k yra Bolcmano konstanta ($k = 1,38 \cdot 10^{-16}$ erg/lap), T — absoliutinė dujų temperatūra $T = 273,2^\circ$. Įstatę skaitines reikšmes, gauname:

$$p = 3,3 \cdot 10^{-2} \text{ mm Hg.}$$

37. a) Molekulių laisvojo kelio vidutinis ilgis (73,5)

$$l = \frac{1}{\sqrt[2]{2\pi n}}.$$

Iš čia

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt[2]{2\pi n}},$$

kur n — molekulių koncentracija (jų skaičius 1 cm³),
 $n = 2,69 \cdot 10^{19}$ molekulių/cm³. Išskaičiavę gauname:

$$\sigma \approx 2,55 \cdot 10^{-8} \text{ cm.}$$

b) Indo diametras $d=2r=2\sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}=12,4$ cm. Molekulių laisvojo kelio ilgiai yra atvirkščiai proporcingi slėgimams, taigi

$$\frac{p_1}{p} = \frac{l}{l_1};$$

čia $l_1 > 12,4$ cm; iš čia

$$p_1 = \frac{pl}{l_1} \approx 10^{-6} \text{ at.}$$

38. Vidutinis molekulių laisvojo kelio ilgis (73,5)

$$l = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \sigma^2 n},$$

čia σ yra molekulių diametras, n — jų koncentracija. Iš čia

$$n = \frac{1}{\sqrt{2} \pi \sigma^2 l}.$$

Antra vertus,

$$p = nkT,$$

kur k — Bolcmano konstanta, T — dujų absoliutinė temperatūra.

Istatę n reiškini, gausime:

$$p = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi \sigma^2 l}.$$

Išskaičiavę randame:

$$p = 6 \cdot 10^{-3} \text{ mm Hg.}$$

39. Molekulių pasiskirstymą įvairaus aukščio sluoksniuose nusako barometrinė formulė (74,3):

$$\frac{n}{n_0} = e^{-\frac{N}{RT} mgx}.$$

Taikydami ją plūduriuojančių dalelių pasiskirstymui nusakyti, N taip išreiškiame (74,4):

$$N = \frac{3RT}{4\pi r^3 (p_1 - p_0) gx} \ln \frac{n_0}{n}.$$

Išskaičiavę gauname:

$$N \approx 7,85 \cdot 10^{23}.$$

40. Lygties $pV^n = \text{const}$ nusakomas procesas vadinamas *politropiniu*, o n — *politropos rodikliu*. Parašykime politropos lygtį šia forma:

$$pV^n = p_1V_1^n = p_2V_2^n,$$

o I termodinamikos dėsni taip:

$$dQ = mC_V \cdot dT + p_1V_1^n \cdot \frac{dV}{V_1^n},$$

čia m yra dujų molekulių skaičius; C_V — molinė šiluma.

Pastarąją lygtį suintegravę nuo 1-jo iki 2-jo būvio, gauname:

$$\begin{aligned} Q &= mC_V(T_2 - T_1) - \frac{p_1V_1^n}{n-1} \left[\frac{1}{V_2^{n-1}} - \frac{1}{V_1^{n-1}} \right] = \\ &= mC_V(T_2 - T_1) - \frac{1}{n-1}(p_2V_2 - p_1V_1); \end{aligned}$$

pakeitę $pV = mRT$, m — dujų molekulių skaičius, gauname:

$$Q = m(T_2 - T_1) \left(C_V - \frac{R}{n-1} \right).$$

41. Tegu masių bendra temperatūra bus T . Tada

$$mc(T_2 - T) = mc(T - T_1);$$

iš čia

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}.$$

Laikykime, kad abiejų masių temperatūros kitimas vyksta grįžtamai. Tada šilumos kiekio pakitimas dQ , pakitus temperatūrai dT , bus taip išreikštas:

$$dQ = mc \cdot dT.$$

Visas entropijos pakitimas, pasikeitus vienos masės temperatūrai nuo T_1 iki T , bus lygus

$$\Delta S^{(1)} = \int_{T_1}^T \frac{dQ}{T} = mc \int_{T_1}^T \frac{dT}{T} = mc \cdot \ln \frac{T}{T_1}$$

ir, panašiai, antros masės temperatūrai pakitus nuo T_2 iki T :

$$\Delta S^{(2)} = mc \cdot \ln \frac{T}{T_2}.$$

Visas entropijos pakitimas

$$\Delta S = mc \left(\ln \frac{T}{T_1} + \ln \frac{T}{T_2} \right) = mc \cdot \ln \frac{T^2}{T_1 T_2}.$$

Istatę T reikšmę, gauname:

$$\Delta S = mc \cdot \ln \frac{(T_1 + T_2)^2}{4 T_1 T_2}$$

arba

$$\Delta S = mc \cdot \ln \left[1 + \frac{(T_1 - T_2)^2}{4 T_1 T_2} \right].$$

Pastarajame reiškinyje logaritmo argumentas didesnis už 1, tai pati logaritmas yra teigiamas. Todėl entropija padidėjo, nes temperatūros skirtumo išsilyginimas yra negrįžtamas procesas.

42. Didžiojo lašo tūris $V = \frac{4}{3} \pi R^3$, o jo masė $m = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$; jo paviršius $S = 4\pi R^2$, čia R — lašo radiusas.

Susmulkintų lašelių masė yra lygi $\frac{4}{3} \pi r^3 \rho$, čia $r = \frac{d}{2}$ — mažyčio lašelio radiusas. Iš viso tokių lašelių turėsime

$$N = \frac{m}{\frac{4}{3} \pi r^3 \rho},$$

o jų visų paviršius

$$S = 4\pi r^2 N = \frac{4\pi r^2 m}{\frac{4}{3} \pi r^3 \rho} = \frac{3m}{r\rho} = \frac{6m}{d\rho}.$$

Jeigu palyginti nedidelį didžiojo lašo paviršių atmesime, tai atliktasis, smulkinant aliejų, darbas

$$W = 4\pi r^2 N \sigma = \frac{6m}{d\rho} \sigma.$$

Istatę skaitines reikšmes, gauname:

$$W = 6 \cdot 10^{-2} \text{ J}.$$

43. Sistemos potencialinė energija E susidės iš pakilusio vandens stulpelio kapiliare hidrostatinio slėgimo potencialinės energijos

$$\frac{1}{2} \pi (r^2 - r_1^2) h^2 \rho g$$

ir skysčio padidėjusio paviršiaus energijos

$$\sigma [2\pi r(l-h) + 2\pi r_1(l-h) + \pi(r^2 - r_1^2)],$$

čia h yra vandens stulpelio aukštis tarpelyje, l — kapiliaro ilgis, σ — paviršiaus specifinė energija, ρ — vandens tankis ir g — laisvai krintančio kūno greitėjimas. Taigi visa energija

$$E = \frac{1}{2} \pi (r^2 - r_1^2) h^2 \rho g + \sigma [2\pi r(l-h) + 2\pi r_1(l-h) + \pi(r^2 - r_1^2)].$$

Esant sistemai stabilios pusiausvyros būvyje,

$$\frac{dE}{dh} = \pi(r^2 - r_1^2) h \rho g - (2\pi r - 2\pi r_1) \sigma = 0;$$

iš čia

$$h = \frac{2\sigma}{(r - r_1) \rho g}.$$

Išskaičiavę gauname:

$$h = 5,7 \text{ cm.}$$

44. Tirpiklio prisotintų garų slėgimo p ($p = 760 \text{ mm Hg}$) pakitimas

$$\Delta p = p \frac{n_1}{n},$$

čia n_1 — ištirpintos medžiagos, o n — tirpiklio molekulių skaičiai. Vandens (H_2O) molekulinis svoris $M_v = 18 \text{ g}$, o cukraus ($\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$) — $342,3 \text{ g}$. Taigi

$$\Delta p = 760 \cdot \frac{15/342,3}{500/18} \text{ mm Hg} = 1,22 \text{ mm Hg.}$$

45. NaCl druska kristalizuojasi kubais. Jonai kristale yra vienodai nutolę vienas nuo kito ir susitvarkę gretomis trijose viena kitai statmenose kryptyse. NaCl molekulinis svoris

$M=23+35,5=58,5$ g; jo tankis $\rho=2,163$ g/cm³. Molekulių skaičius grammolekulėje $N=6,23 \cdot 10^{23}$. 1 cm³ turėsime iš viso

$$n = \frac{N}{M} \rho = \frac{2,163 \cdot 6,23 \cdot 10^{23}}{58,5} = 22,3 \cdot 10^{21}$$

molekulių ir $2n=44,6 \cdot 10^{21}$ atomų. Jonų skaičius 1 cm ilgio kubo briaunoje bus lygus $\sqrt[3]{44,6 \cdot 10^{21}} = 3,55 \cdot 10^7$. Nuotolis tarp kaimyninių kristalo jonų, arba kristalinės gardelės konstanta

$$a = \frac{1}{3,55 \cdot 10^7} \text{ cm} = 2,82 \cdot 10^{-8} \text{ cm}.$$

DALYKŲ RODYKLĖ

A

absoliutinė (Kelvino) temperatūros skalė 223
— ramybė 18
absoliutinis nulis 223
absoliučiai kietas kūnas 106
absorbcija 335
adiabatė 282
adsorbcija 335
aerodinamika 14
aerodinaminė jėga 147
— kūno forma 149
aerodinaminis vamzdis 143
aeromechanika 14
afelis 82
agregatinis būvis 216
agregatinio būvio kitimas 282
aidas 196
akustinis greitis 193
— pasipriešinimas 193
— slėgimas 193
alotropija 353
anizotropija 343
Archimedo dėsnis 127
atakos kampas 150
atominė jėga 106
— šiluma 240
atitinkamieji būviai 262
atoslūgiai 89
atskaitymo sistema 40
atsparumas 107
atvirkščios lygybės centras 349
aukštesnieji tonai (obertonai) 206

aukštis, greičio 134
— , slėgimo 134
— , vietos 134
autosvyruojanti sistema 170
Avogadro dėsnis 221
— skaičius 220

B

bangą, 173
— , išilginė 175
— , plokščia 183
— , sferinė 183
— , skersinė 175
— , sklindanti 173
— , smūgio 150
— , stovinti 181
bangos amplitudė 173
— antimazgis 174
— energija 176
— energijos tankis 176
— fazinis greitis 174
— ilgis 175
— iškyla 174
— judėjimas 173
— mazgas 174
— paviršius 183
— spindulys 183
bangų atspindis 185
— difrakcija (užlenkimas) 184
— interferencija 179
— lūžimas 186
— mušimai 179

- poliarizacija 177
- sudėtis 177
- barometrinė formulė 129
- bazinė plokštuma 350
- Bernulio lygtis 134
- Bertelo dujų būvio lygtis 263
- besisukanti koordinacijų sistema 63
- Boilio—Marioto dėsnis 222
- Boilio taškas 264
- Bolcmano konstanta 224
- Brouno judėjimas 236
- Bunzeno efuziometras 136
- būvių pasiskirstymas 293
- pasiskirstymo kompleksas 294
- — statistinė tikimybė 294

C

- centimetras (cm) 30
- centras, masės 41
- , simetrijos 349
- , svorio 41
- Chladnio figūros 202

D

- Dalamberto principas 96
- daelių nusėdimas 236
- darbas 45
- dažnumas 27, 153
- , kampinis 27, 153
- , savasis 153, 164
- Debajaus 3-ojo laipsnio dėsnis 364
- decibelas 196
- defektoskopija 211
- deformacija 107
- lenkiant 109
- tempiant 109
- deformuojamų kūnų mechanika 106
- degioklis 142
- difuzija 244
- difuzijos koeficientas 244
- dimensija 30
- dina 30
- dinamika 14, 28
- dirbtinė Saulės planeta 305

- dirbtinis Žemės palydovas 305
- distiliacija 326
- Diulongo ir Pti taisyklė 362
- Doplerio efektas 188, 190, 199
- drėkinimas 314
- dūdos 204
- dujų absorbcija 335
- absorbcijos dėsnis 335
- difuzija 244, 337
- elastingumas 115
- išsigimimas 297
- išteikėjimas pro siaurą angelę 135
- skystinimas 267
- specifinė šiluma 240
- spūdumo koeficientas 114
- statika
- šiluminis laidumas 248
- džaulis 45
- Džaulio kalorimetras 272
- Džaulio—Tomsono efektas 266

E

- eigos skirtumas 177
- ekscentriškumas 81
- elastinga histerezė 107
- elastingas poveiksmis 107
- elastingumas 107
- elastingumo energija 115
- koeficientas 109
- (Jungo) modulis 109
- riba 107
- sritis 107
- elektriniai dipoliai 345
- elementarinis pasukimo kampas 349
- emulsija 333
- energija 46
- , kinetinė (judėjimo) 46
- , laisvoji 297
- , nulinė 361
- , potencialinė 47
- , paviršiaus 307
- , ryšio 359
- , surištoji 297
- energijos išsilaikymo ir virtimo dėsnis 49

energijos principas 49
— vienodo pasiskirstymo dėsnis 242
entropija 289
ergas 45
etvešas 87
eutektika 354
eutektikos taškas 332, 354

F

fazė 321
faziniai virtimai 330
fazių taisyklė 323
Ferma principas 187
fizikinė abstrakcija 6
fizikos dėsnis 7
— hipotezė 7
flogistonas 271
flotacija 317
Fuko svyrųoklė 80
— tyrimas 80
Furje eilutė 171

G

galingumas 47
garai, perkaitinti 327
— , prisotinti 326
garavimas 326
gardelė (poslinkio) 351
— , kubinė paviršiaus centruota 352
— , — vidaus centruota 352
garo turbina 300
garsas 191
garso absorbcija 200
— absorbcijos koeficientas 200
— banga 191
— bangų greitis 192
— energijos tankis 199
— interferencija 197
— garso išsklaidymas (dispersija)
201
— jutimas 195

— jutimo slenkstis 195
— lūžimas 196
— rezonansas 198
— stiprumas 194, 199
— stovinčios bangos 197
— šaltiniai 201
Gei-Liusako dėsnis 222
giroskopas 73
giroskopinis kompasas 77
gradientas 87
gramas 30
gramatomas 221
grammolekulė 220
gravitacija 81
gravitacijos dėsnis 83
— konstanta 83
— laukas 86
— lauko gradientas 86
— lauko stiprumas 86
— potencialas 86
greitėjimas 21
— , kampinis 26
— , Koriolio 65
— , laisvai krintančio kūno 91
— , liečiamosios kryptim 26
— , momentinis 21
— , normalinis 26
— , reliatyvinis 37
— , vedamasis 37
— , vidutinis 21
greitis 19
— , kampinis 26
— , momentinis 20, 25
— , reliatyvinis 35, 36
— , vedamasis 36
— , vidutinis 20, 24

H

harmoningas judėjimas 153
— svyravimas 153
harmoningų svyravimų sudėtis 160
hercas 27
hidromechanika 14
Huigenso principas 183
Huko dėsnis 109

I

idealus skystis 132
 — dujos 218
 — drėkinimas 314
 impulso momentas 59
 — sklidimas elastingoje medžiagoje 118
 — sklidimo greitis 118
 inercija 29
 inercijos ašis 56
 — dėsnis 29
 — elipsoidas 55
 — jėga 38
 — momentas 54, 56
 inercinė sistema 39
 inerta 31
 inversijos temperatūra 266
 išcentrinė inercijos jėga 66, 67
 — mašina 67
 išcentrinis reguliatorius 69
 įtempimas, paviršiaus 106
 — , vidinis 307
 izotermė 282
 izotropinis kūnas 343

J

jėga 28
 — , aerodinaminė 147
 — , elastinga 155
 — , įcentrinė 63, 67
 — , inercijos 38
 — , išcentrinė inercijos 64, 67
 — , keliamoji 127
 — , Koriolio 66
 — , kritinė 103
 — , priverstinė 32
 — , trinties 103
 — , vidinė 33
 jėgainė 100
 jėgos dėsnis 30
 — impulsas 32
 — laukas 86
 — petys 54
 jėgų dvejetas 53
 — dvejetai petys 63

judėjimas apskritimu 66
 — , giroskopo 73
 — , greitėjantis 21
 — , — netolygiai 21
 — , — tolygiai 21
 — , keplerinis 20
 judėjimas, kreivaeigis 19, 24
 — , materijos 13
 — , mechaninis 13
 — , periodinis 27, 153
 — , reliatyvinis 18
 — , slenkamas 19
 — , sukamas 19, 53
 — , šiluminis 273
 — , tiesiaeigis 19
 — , tolyginis 19
 judėjimo fazė 26
 — kiekis 32
 — kiekio momentas 59
 — kiekio išsilaikymo dėsnis 33
 — kiekio momento išsilaikymo dėsnis 60
 — laisvės laipsnis 18

K

Kamerling-Ones dujų būvio lygtis 263
 kamertonas 202
 kapiliarumas 317
 kapiliarinė depresija 318
 — konstanta 318
 Karno ciklas 284
 Karno-Klauzijaus principas 284
 kartotinių santykių dėsnis 215
 kavitacija 210
 Keplerio dėsniai 81
 kinematika 14
 klampumo koeficientas 139
 Klapeirono lygtis 223
 Klauzijaus dujų būvio lygtis 263
 Klauzijaus-Klapeirono lygtis 325, 328
 koloidinis tirpalas (koloidas) 333
 komponentas 321
 kondensacija 323
 koordinatų sistema 17
 — — , stačiakampė 17

— — , polinė 17
Koriolio inercijos jėga 65
kraštinis kampas 314
kreivumas 24, 313
kreivumo centras 24

— radiusas 24
— slėgimas 312
krioskopinis būdas 337
kristalas, dviašis 344
— , joninis 356
— , molekulinis 357
— , skystasis 344
— , valentinis 357
— , vienašis 344
kristalizacija 345
kristalizacijos centras 346
— gemalėlis 345
— šiluma 356
— temperatūra 356
kristalografinės sistemos 350
kritinė temperatūra 261
kritinis koeficientas 263
— slėgimas 261
— tankis 261
kūnai, amorfiniai 342
— , kristaliniai 342
kūnų kietumas 108
— plūduriavimas 127

L

laiptinis metodas dujos skystinti 267
laisvės laipsnis 18, 321
laisvoji sukimosi ašis 72
Laplaso formulė 191
lėktuvo sparno forma 150
lydymosi temperatūra 342
lydinys 354
— , įterpimo 355
— , pakaitos 355
Lisažu figūros 161
logaritminė stiprumų skalė 195
logaritminis slopinimo dekrementas 156

Lošmito skaičius 220
lūžimo dėsnis 188

M

magnetinis būdas žemoms temperatūroms matuoti 269
magnetinis metodas žemoms temperatūroms gauti 269
magnetostrikcijos efektas 209
manometras, metalinis 253
— , gyvsidabrinis 253
— , Makleodo 253
masė, inercijos 29
— , svarioji 92
Marioto bonka 135
mašina, darbo 100
— , Lindės 268
— , mechaninė 101
— , paprastoji 101
— , šiluminė 298
— , šiluminė garo 299
materialus taškas 14, 17
mechanika 14
mechanikos aukso taisyklė 101
mechaninis šilumos ekvivalentas 272
metacentras 128
metalas 353
— , paprastasis 353
— , pareinamasis 353
metalų lydinys 354
Milerio indeksai 350
molekulės laisvasis kelias 233
— veikimo sfera 234
molekulinė (molinė) šiluma 243
molekuliniai dydžiai 239
molekulių greičių pasiskirstymo dėsnis 231
molekulių greitis, kvadratinis 227
— — , tikimiausias 228
— — , vidutinis 228
momentas, giroskopo 75
— , impulso 59
— , inercijos 54
— , kreipiamasis 57
— , sukamasis 53
monokristalas 216, 341

monomolekulinis sluoksnis 316
mozaika 208
muzikos instrumentai 203
— — , pučiamieji 203
— — , styginiai 203

N

Nernsto šilumos teorema 296
neutrali juosta 110
niutonas 31
normalinis piūvis 313
— tirpalas 334
nuožulnioji plokštuma 102

O

optinė ašis 344
osmosas 337
osmoso dėsniai 338

P

pagrindinė sukamojo judėjimo lygtis 58
paradoksas, hidrodinaminis 137
— , hidrostatinis 124
pasatai 79
pasipriešinimas, aplinkos 143
— , priešakinis 145
— , slėgimo 149
— , šoninis 146
— , trinties 149
pasipriešinimo koeficientas 149
pasiskirstymo statistinė tikimybė 293
Paskalio dėsnis 121
paviršiaus įtempimas 307
— įtempimo konstanta 310
— specifinė energija 310
perihelis 82
periodas 27, 153
— , savasis 164
piezoelektrinis efektas 207
piezometras 114
plastinė medžiaga 107

Plato figūros 313
— tyrimas 309
plėtimosi koeficientas 358
plotų dėsnis 82
polikristalinis kūnas 216, 342
polimeras 364
polimorfizmas 330
pondas 92
poslinkis 19, 97
potencialas 87
potvyniai 87
precesija 74
prisotinimo kreivė 332
procesas, adiabatinis 281, 319
— , ciklinis 276
— , grįžtamas 275
— , izentropinis 294
— , izobarinis 280
— , izochorinis 281
— , izoterminis 272, 279, 320
— , izoterminis-izobarinis 320
— , izoterminis-izochorinis 320
— , negrįžtamas 275
— , politropinis 398
proceso linija 276
proporcingumo riba 107
— sritis 107
Puasono koeficientas (skaičius) 107
— lygtis 282
Puazeilio dėsnis 140
pusiausvyra, besikirtė (neutrali) 99
— , dinaminė
— , metastabili 100
— , nepastovi (labili) 99
— , nevienalytės sistemos 329
— , pastovi (stabili) 99
— , statinė 99
puslaidininkis 357
purkštuvas 138

R

radiometras 193
radiusas-vektorius 24
ramybė, absoliutinė 13, 18
— , reliatyvinė 13
Raulio dėsnis 337
realios dujos 259

realių dujų būvio (Van-der-Valso) lygtis 259
 realūs skysčiai 121, 132, 139
 redukuota lygtis 262
 regeneratyvinis metodas dujoms skystinti 258
 Reinoldso skaičius 141
 rekristalizacija 344
 reliatyvumo principas 40
 rezonansas 164, 198
 —, pasirenkamasis 198
 —, priverstinis 199
 rezonatorius 198
 reverberacija 214

S

santykinis lūžimo rodiklis 188
 sekundė(s) 30
 simetrija 348
 simetrijos ašis 349
 — ašies eilė 349
 — centras 349
 — klasė 351
 — plokštuma 349
 sistema, nekintama 329
 —, netiesinė 172
 —, tiesinė 172
 sistemos energija 278
 — fazė 321
 — komponentas 321
 siurblys, aliejinis 250
 —, difuzinis 251
 —, molekulinis 252
 —, vandens srovės 138
 skaliaras 8
 skaliarinė sandauga 11
 skysčio laisvas paviršius 125
 — paviršiaus įtempimas 307
 — slėgimas į indo dugną 123
 skysčių tekėjimas vamzdžiais 139
 skystas helis 331
 skystis 217
 —, idealus 132
 slėgimas, hidrodinaminis 134
 —, hidrostatinis 121

—, kreivumo 312
 —, osmotinis 338
 —, traukos (kohezijos) 368
 slopinimo santykis 156
 smūgiai, centriniai 49
 —, molekulių bei atomų 51
 —, necentriniai 52
 smūgio banga 150
 smūgis, elastingas (1-os rūšies) 49
 —, neelastingas (2-os rūšies) 49
 Sneliuso dėsnis 187
 spūdimas 113
 spūdimumo koeficientas 114
 — modulis 114
 sritis, proporcingumo 107
 —, tekėjimo 107
 srovė, ideali 132
 —, koncentracinė 346
 —, laminarinė (sluoksninga) 131
 —, skysčio 131
 —, stacionarinė 132
 —, turbulentinė 131
 srovės laukas 132
 — —, besūkurinis 132
 — —, sūkurinis 132
 — linija 132
 — tolydinumo sąlyga 132
 — vamzdelis 132
 stambiamolekulinė medžiaga 364
 statika 14
 statika, dujų 129
 —, skysčių 120
 statistinis būdas 273
 statmenų svyravimų sudėtis 160
 stenas 31
 stiklo ašarėlės 114
 styga 202
 stygos svyravimo dažnumas 202
 stoksas 139
 Stokso dėsnis 144
 sublimacija 323
 sukimasis aplink laisvąją ašį 72
 sukamasis impulsas 59
 sukimosi ašis 19, 71, 349
 — centras 19
 — (rotacijos) energija 62
 sukinio išsilaikymo dėsnis 60

sukinys 59
 sūkurys 143
 susisiekiantieji indai 124
 suspensija 333
 svarstyklės, adhezijos 310
 — , spyruoklinės 113
 — , sukamosios 83
 svirtis 101
 svirties petys 102
 svyravimai, anharmoniniai 172
 — , harmoningi 153
 — , moduluoti 171
 — , neslopinamieji 155
 — , periodiniai 153
 — , priverstiniai 164
 — , poliarizuoti 177
 — , slopinamieji 156
 svyravimas, sistemų 169
 — , sukamasis 170
 svyravimų spektras 171
 svyruoklė, apverčiamoji 95
 — , elementarinė 169
 — , fizinė 92
 — , Fuko 80
 — , matematinė 94
 — , Polio 165
 svyruoklės redukuotas ilgis 95
 svoris 91
 svorio jėga 91

Š

šaldomasis mišinys 332
 šiluma, garavimo 324
 — , kristalizacijos 347
 — , specifinė 240
 šiluminė funkcija 266
 šiluminis laidumas 248
 šiluminio laidumo koeficientas 249
 šiluminė mašina 299
 šiluminės mašinos našumo koeficientas 225
 šiluminis mechaninio darbo ekvivalentas 273
 šlitis 111
 šlities (sukamasis) modulis 111

T

tariamųjų poslinkių principas 98
 tembras 206
 termodinamikos dėsniai 279, 283, 299, 298
 termodinaminė sistema 274
 termodinaminės sistemos būvio lygtis 274
 termodinaminės sistemos pusiausvyros sąlygos 319
 termodinaminiai parametrai 214
 termodinaminis būdas 274
 — potencialas 320
 — procesas 275
 tiesinio osciliatoriaus energija 157
 tiesinis osciliatorius (vibratorius) 154
 tikimybė, matematinė 295
 — , statistinė 293
 tirpalas 333
 — , kietas 334, 355
 — , koloidinis 333
 — , normalinis 334
 — , prisotintas 334
 — , tikrasis 334
 tirpalo koncentracija 334
 tirpalų stingimo temperatūros depresija 337
 — virimo temperatūros pakilimas 336
 tirpimo figūros 348
 — šiluma 334
 Toričelio teorema 135
 trigubas taškas 329
 trintis 104
 trinties koeficientas 104
 tvarka, artimoji 217
 — , tolimoji 216

U

ultragarsas 207
 ultragarso bangos 207
 — dispersija 210
 — generatoriai 207
 ultragarso imtuvas 209

— interferometras 209
ultrapraretintas būvis 257
universalinė dujų konstanta 223, 228
universalinis (Lomonosovo) barometras 87
Umovo vektorius 194

V

vakuumetras 254
Van-der-Valso lygtis 259
Van-der-Valso lygties konstantos 259
Vanthofo dėsnis 339
variklis 302, 303
—, raketinis 304
—, reaktyvinis 304
—, vidaus degimo 302
veidrodinė sukimo ašis 349
veiksma ir atoveikio dėsnis 31
vektorius 8
vektoriaus absoliutinė reikšmė 9
vektorinė sandauga 11
vektorių atimtis 10
— skaidymas 10
— sudėtis 9

vienetai, išvestiniai 30
—, pagrindiniai 30
vienetų sistema, CGS, MKS, MTS 31
— —, techninė 31
vidinė trintis 139, 246
vidinės trinties (klampumo) koeficientas 139
virimas 325
virimo temperatūra 325
virpėjimai 154
vyriausioji inercijos ašis 56
vyriausias inercijos momentas 56
visuotinė trauka 83

Z

Zolis 333

Ž

Žemės ašies precesija 78
— — precesijos periodas 78
— forma (geoidas) 78
— sukimasis 77

TURINYS

Pratarmė	3
----------------	---

IVADAS

I skyrius. Fizikos turinys ir metodai

§ 1. Fizika ir gamtos mokslai	5
§ 2. Fizikos hipotezė, dėsnių ir teorija	6
§ 3. Fizikos ryšys su praktika	8
§ 4. Skalčiai ir vektoriai	8

MECHANIKA

II skyrius. Kinematikos pagrindai

§ 5. Materijos judėjimas. Mechaninis judėjimas. Trumpa mechanikos vystymosi apžvalga	13
§ 6. Materialus taškas. Koordinatės	16
§ 7. Mechaninių judėjimų rūšys. Tiesiaiegis judėjimas. Greitis, greičio tūrinis	19
§ 8. Kreiviaiegis judėjimas	24

III skyrius. Dinamikos pagrindai

§ 9. Niutono mechanikos pagrindiniai dinamikos dėsniai: inercijos ir jėgos dėsniai	28
§ 10. Vienetų sistemos. Dimensija	30
§ 11. Veiksmo ir atoveikio dėsnis. Judėjimo kiekio išsilaikymo dėsnis	31
§ 12. Reliatyvumo principas. Atskaitymo ir inercinė sistema	35
§ 13. Masės ir svorio centras	40
§ 14. Masės ir svorio centro judėjimo išsilaikymo dėsnis	43
§ 15. Darbas ir energija. Galingumas	44
§ 16. Energijos išsilaikymo ir virtimo dėsnis	48
§ 17. Elastingi ir neelastingi (plastiniai) smūgiai	49

IV skyrius. Sukamasis judėjimas

§ 18. Jėgų dvejetas. Sukamasis momentas	53
§ 19. Inercijos momentas	54
§ 20. Pagrindinė sukamojo judėjimo lygtis	58

§ 21. Sukinys ir sukamasis impulsas. Sukinio išsilaikymo dėsnis	59
§ 22. Sukimosi (rotacijos) energija	62
§ 23. Besisukanti koordinatų sistema. Išcentrinė ir Koriolio inercijos jėgos	63
§ 24. Judėjimas apskritimu. Įcentrinė ir išcentrinė inercijos jėgos	66
§ 25. Sukimasis aplink laisvą ašį. Girokopas	71
§ 26. Žemės sukimasis	77

V skyrius. Gravitacija, arba visuotinė trauka

§ 27. Planetų judėjimas. Keplerio dėsniai	81
§ 28. Niutono gravitacijos (visuotinės traukos) dėsnis. Gravitacijos konstanta	82
§ 29. Gravitacijos potencialas ir lauko stiprumas	86
§ 30. Mėnulio judėjimas. Potvyniai ir atoslūgiai	87

VI skyrius. Svorio ir trinties jėgos

§ 31. Svoris. Laisvai krintančio kūno greitėjimas	91
§ 32. Fizinė svyruoklė	92
§ 33. Apverčiamoji svyruoklė	94
§ 34. Kūnų pusiausvyra. D'alamberto principas	96
§ 35. Energijos ir jėgos perdavimas. Mašinos	100
§ 36. Kūnų trintis	103

VII skyrius. Deformuojamų kūnų mechanika. Kūnų elastingumas

§ 37. Kietų kūnų elastingumo savybės	106
§ 38. Huko dėsnis. Elastingumo, arba Jungo, modulis	108
§ 39. Šlitis. Šlities, arba sukamasis, modulis	110
§ 40. Skysčių ir dujų elastingumas	113
§ 41. Elastingumo energija. Energijos ir impulso sklidimas elastingame kūne	115

VIII skyrius. Skysčių ir dujų statikos pagrindai

§ 42. Slėgimas skysčio viduje	120
§ 43. Skysčių paviršių aukštis susisiekiiančiuose induose	124
§ 44. Skysčių paviršiaus forma	125
§ 45. Archimedo dėsnis. Kūnų plūduriavimas	127
§ 46. Barometrinė formulė	129

IX skyrius. Skysčių ir dujų dinamikos pagrindai

§ 47. Skysčio srovės savybės	131
§ 48. Bernulio lygtis ir jos taikymai	133
§ 49. Skysčių tekėjimas siaurais vamzdžiais. Puazėlio dėsnis	139
§ 50. Turbulentinė srovė. Reinoldso skaičius. Sūkurių	141
§ 51. Aplinkos pasipriešinimas	143

X skyrius. Svyravimai. Bangos

§ 52. Harmoningi svyravimai. Slopinamieji svyravimai	153
§ 53. Harmoningų svyravimų sudėtis. Lisažu figūros	160

§ 54. Priverstinieji svyravimai. Rezonansas	164
§ 55. Sistemų svyravimas. Sudėtingų svyravimų skaidymas	169
§ 56. Sklindanti banga	173
§ 57. Bangų sudėtis, interferencija, mušimas	177
§ 58. Stovinti banga	180
§ 59. Bangų sklidimas erdvėje	183
§ 60. Doplerio efektas	188

XI skyrius. Garsas

§ 61. Garso bangos, jų sklidimo greitis	191
§ 62. Garso stiprumas	192
§ 63. Garso bangų sklidimas erdvėje	196
§ 64. Garso absorbcija	199
§ 65. Garso šaltiniai	201
§ 66. Ultragarsas, jo veikimas ir taikymas	207
§ 67. Patalpų akustika	213

MOLEKULINĖ FIZIKA

XII skyrius. Dujos

§ 68. Medžiagos atominės bei molekulinės struktūros bruožai. Avogadro dėsnis	215
§ 69. Idealių dujų būvio lygtis	221
§ 70. Idealių dujų būvio pagrindinių lygčių išvedimas	224
§ 71. Dujų molekulių greičių suradimas	223
§ 72. Molekulių greičių pasiskirstymo dėsnis	231
§ 73. Molekulių laisvasis kelias	233
§ 74. Brouno judėjimas. Dalelių nusėdimas (sedimentacija)	236
§ 75. Dujų specifinė šiluma. Energijos vienodo pasiskirstymo dėsnis	240
§ 76. Pernešimo reiškiniai dujose	244
§ 77. Būdai dujoms praretinti ir mažiems slėgimams matuoti	250
§ 78. Labai mažo slėgimo dujų savybės	256
§ 79. Realios dujos; jų būvio (Van-der-Valso) lygtis	257
§ 80. Atitinkamieji būviai. Kitokios dujų būvio lygtys	262
§ 81. Džaulio—Tomsono tyrimas	264
§ 82. Dujų skystinimas	267

XIII skyrius. Termodinamikos pagrindai

§ 83. Šilumos prigimtis	271
§ 84. Termodinaminė sistema. Termodinaminis procesas	273
§ 85. Sistemos energija. Pirmasis termodinamikos dėsnis	276
§ 86. Pirmojo termodinamikos dėsnio taikymas idealioms dujoms	279
§ 87. Antrasis termodinamikos dėsnis. Karno ciklas	283
§ 88. Entropija	289
§ 89. Nernsto šilumos teorema	296
§ 90. Šiluminės mašinos	298

XIV skyrius. Skysčiai

§ 91. Skysčių paviršiaus savybės. Molekulių traukos slėgimas	307
§ 92. Sienelių molekulių jėgų veikimas	313

§ 93. Kapiliarumas	317
§ 94. Termodinaminės sistemos pusiausvyros sąlygos	319
§ 95. Fazių taisyklė	321
§ 96. Skysčių garavimas ir virimas	323
§ 97. Prisotinti garai ir jų slėgimas	326
§ 98. Vienalytės sistemos pusiausvyra. Trigubi taškai. Polimorfizmas	329
§ 99. Nevienalytės sistemos pusiausvyra; eutektikos taškas. Saldomieji mišiniai	332
§ 100. Tirpalai. Dujų sorbcija	333
§ 101. Tirpalų virimo ir stingimo temperatūra. Raulio dėsnis	336
§ 102. Osmosas	337

XV skyrius. Kietieji kūnai

§ 103. Kristaliniai ir amorfiniai kūnai	341
§ 104. Kristalų augimas ir tirpinimas	344
§ 105. Kristalografinės sistemos; kristalų struktūros bruožai	348
§ 106. Kietųjų kūnų klasifikacija	353
§ 107. Kietųjų kūnų ryšio energija	358
§ 108. Kietųjų kūnų šiluminis talpumas	362
§ 109. Stambiamolekuliniai junginiai	364
Priedas. Uždaviniai	369
Uždavinių sprendimas	376
Dalykų rodyklė	403

Бразд жюнас Повилас, Повило
ОБЩАЯ ФИЗИКА
На литовском языке
Госполитнаучиздат Лит. ССР, 1960 г.

Redaktorius A. Petraitis
Viršelis dail. J. Klimansko
Techn. redaktorius St. Lukoševičius
Korektoriai:
V. Kasperavičius ir R. Tamošiūnienė

Leidinyo Nr. 5886. (2—3) Tiražas 8000 egz.
Pasirašyta spausdinti 1960.XII.21. LV 11928.
Popierius 60×92/16=13 sp. lapų, 26 sp. lankai,
22,38 apsk. leid. lanko, 34 431 ž. 1 sp. lanke.
Kaina Rb 8,30. Naujaja rublio verte Rb 0,83.

Spausdino Valst. «Pergalės» sp. Vilniuje, Latako g. 6.
Užsak. Nr. 1858.